



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# ENGENHARIA FÍSICA

## Fenômenos de Transporte - A

**Prof. Dr. Sérgio R. Montoro**

[sergio.montoro@usp.br](mailto:sergio.montoro@usp.br)

[srmontoro@dequi.eel.usp.br](mailto:srmontoro@dequi.eel.usp.br)



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **MECÂNICA DOS FLUIDOS**

## **Engenharia Física**

### **AULA 3**

### **...CONTINUAÇÃO...**

**CONCEITOS E PROPRIEDADES FUNDAMENTAIS +  
EXERCÍCIOS**



## **EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica**

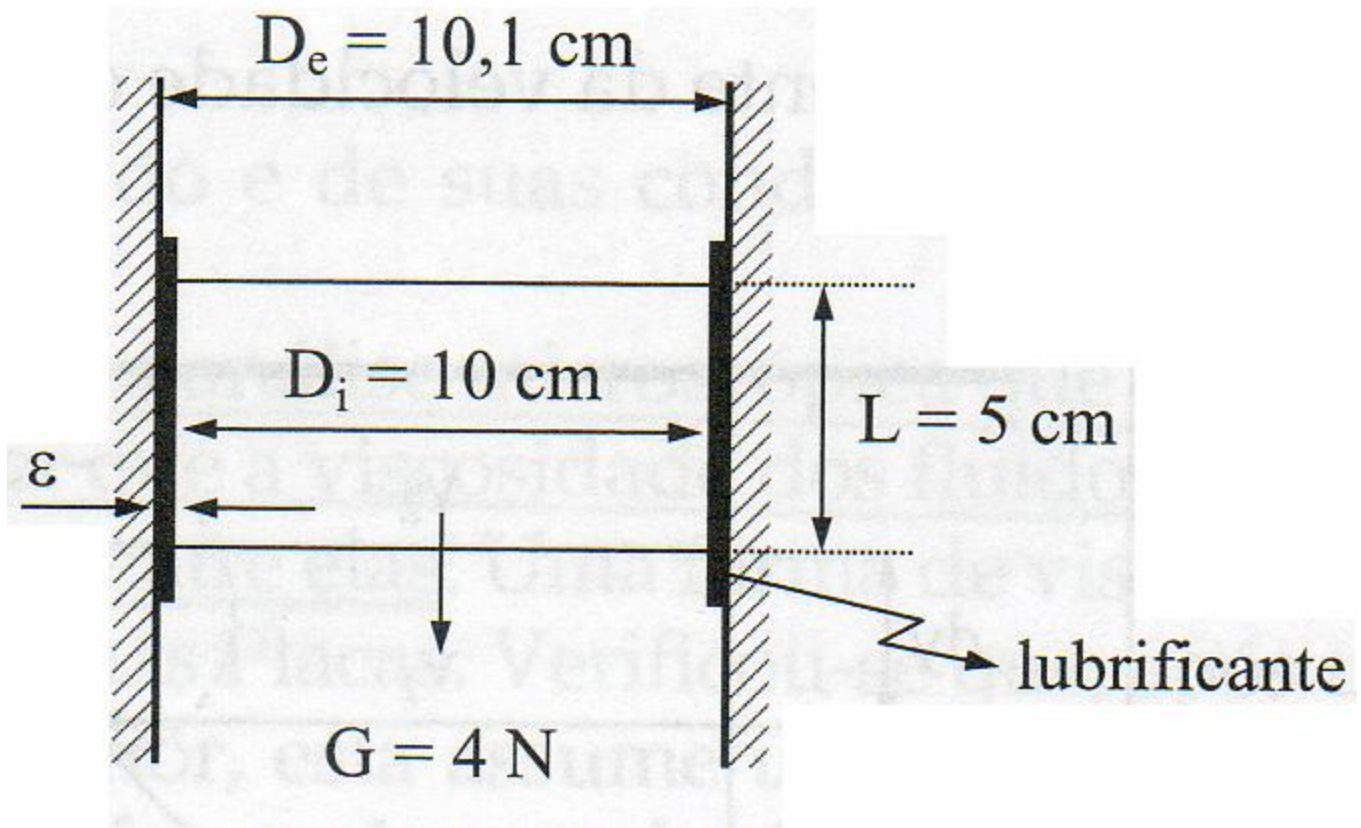
*Um pistão de peso  $G = 4 \text{ N}$  cai dentro de um cilindro com uma velocidade constante de  $2 \text{ m/s}$ . O diâmetro do cilindro é  $10,1 \text{ cm}$  e o do pistão é  $10,0 \text{ cm}$ . Determinar a viscosidade do lubrificante colocado na folga entre o pistão e o cilindro:*

*a) Adotando um diagrama linear de velocidades;*

*b) Considerando um diagrama não linear de velocidades.*



## EXEMPLO – Determinação da viscosidade dinâmica





Um pistão de peso  $G = 4 \text{ N}$  cai dentro de um cilindro com uma velocidade constante de  $2 \text{ m/s}$ . O diâmetro do cilindro é  $10,1 \text{ cm}$  e o do pistão é  $10,0 \text{ cm}$ . Determinar a viscosidade do lubrificante colocado na folga entre o pistão e o cilindro.

Solução

Se  $\bar{v} = c^{te} \Rightarrow \bar{a} = 0$ , logo, o pistão está em equilíbrio dinâmico, isto é:

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} = 0$$

Na direção do movimento, a força causada pelas tensões de cisalhamento  $F_\mu$  deve equilibrar o peso  $G$ , na velocidade dada.

Logo,  $F_\mu = G$

ou  $\tau A = G$

ou  $\mu \frac{dv}{dy} \pi D_i L = G$

Sendo a distância  $\epsilon = \frac{D_e - D_i}{2} = \frac{10,1 - 10}{2} = 0,05 \text{ cm}$  muito pequena, adota-se um diagrama linear de velocidades.

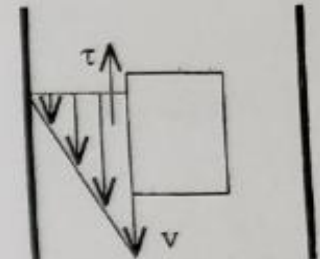
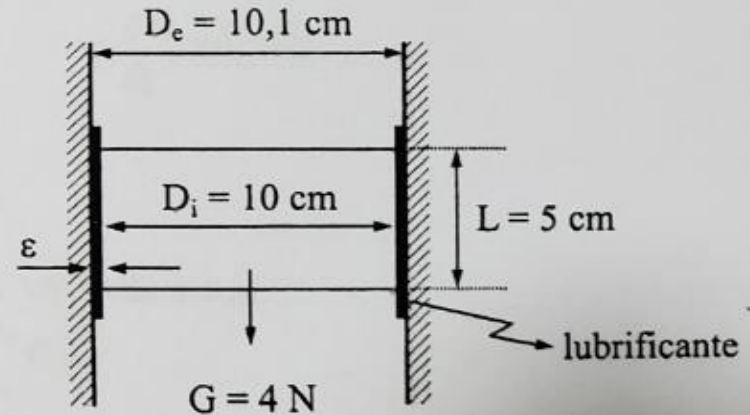
Nesse caso,

$$\mu \frac{v}{\epsilon} \pi D_i L = G$$

logo,

$$\mu = \frac{\epsilon G}{v \pi D_i L}$$

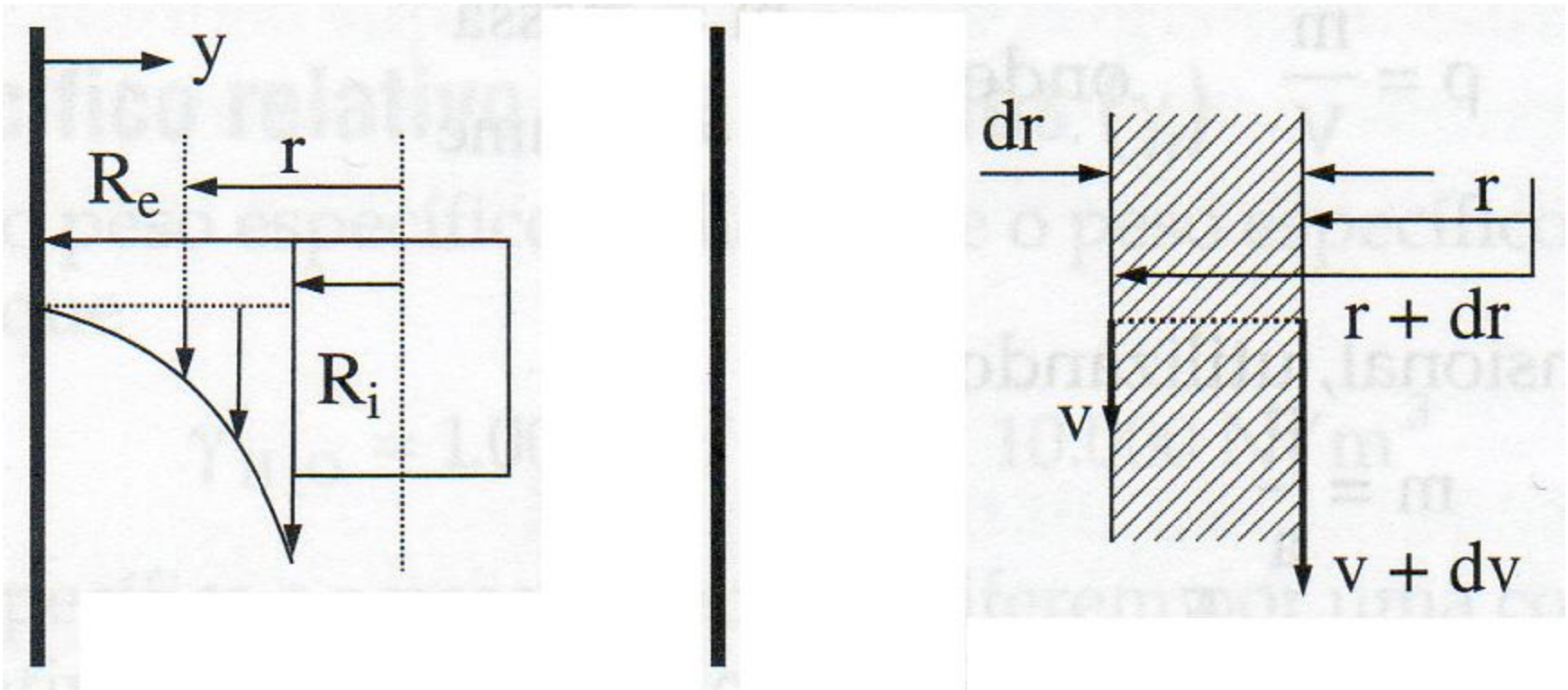
$$\mu = \frac{0,05 \times 10^{-2} \times 4}{2\pi \times 0,1 \times 0,05} = 6,37 \times 10^{-2} \text{ N.s/m}^2$$





## EXEMPLO – Determinação da viscosidade dinâmica

A seguir, o problema será resolvido também para o caso em que o diagrama não é linear.





## EXEMPLO – Determinação da viscosidade dinâmica

Adotando-se uma coordenada polar  $R_i \leq r \leq R_e$ , para uma camada de espessura  $dr$ , a velocidade varia de  $v + dv$  para  $v$ , criando o escorregamento que gera as tensões de cisalhamento.

Logo,  $\tau = -\mu \frac{dv}{dr}$ , pois para um  $dr$  positivo o  $v$  varia de um  $dv$  negativo.

Como cada camada se desloca com  $v = \text{cte}$ , isso significa que o peso, transmitido no contato com a primeira camada, equilibra-se com as tensões de cisalhamento um  $dr$  adiante.



## EXEMPLO – Determinação da viscosidade dinâmica

Assim, para uma camada genérica:

$$\tau A = G \quad \text{ou} \quad -\mu \frac{dv}{dr} 2\pi r L = G$$

Ou, separando as variáveis:

$$2\pi L \mu dv = -\frac{G dr}{r}$$





## EXEMPLO – Determinação da viscosidade dinâmica

Integrando de  $R_i$  a  $R_e$ , quando  $v$  varia de  $v$  a 0:

$$\int_v^0 2\pi L \mu dv = - \int_{R_i}^{R_e} G \frac{dr}{r}$$

$$-2\pi L \mu v = -G \ln \frac{R_e}{R_i}$$

$$\mu = \frac{G}{2\pi L v} \ln \frac{R_e}{R_i}$$



## EXEMPLO – Determinação da viscosidade dinâmica

ou

$$\mu = \frac{G}{2\pi L v} \ln \frac{D_e}{D_i}$$

$$\mu = \frac{4}{2\pi \times 0,05 \times 2} \ln \frac{10,1}{10} = 6,33 \times 10^{-2} \text{ N.s/m}^2$$

Note-se que esse seria o resultado correto. Então, o erro ao considerar o diagrama linear seria:

$$\text{Erro} = \frac{\mu_{\text{linear}} - \mu_{\text{real}}}{\mu_{\text{real}}} \times 100$$



## EXEMPLO – Determinação da viscosidade dinâmica

$$\text{Erro} = \frac{6,37 \times 10^{-2} - 6,33 \times 10^{-2}}{6,33 \times 10^{-2}} \times 100 = 0,63\%$$

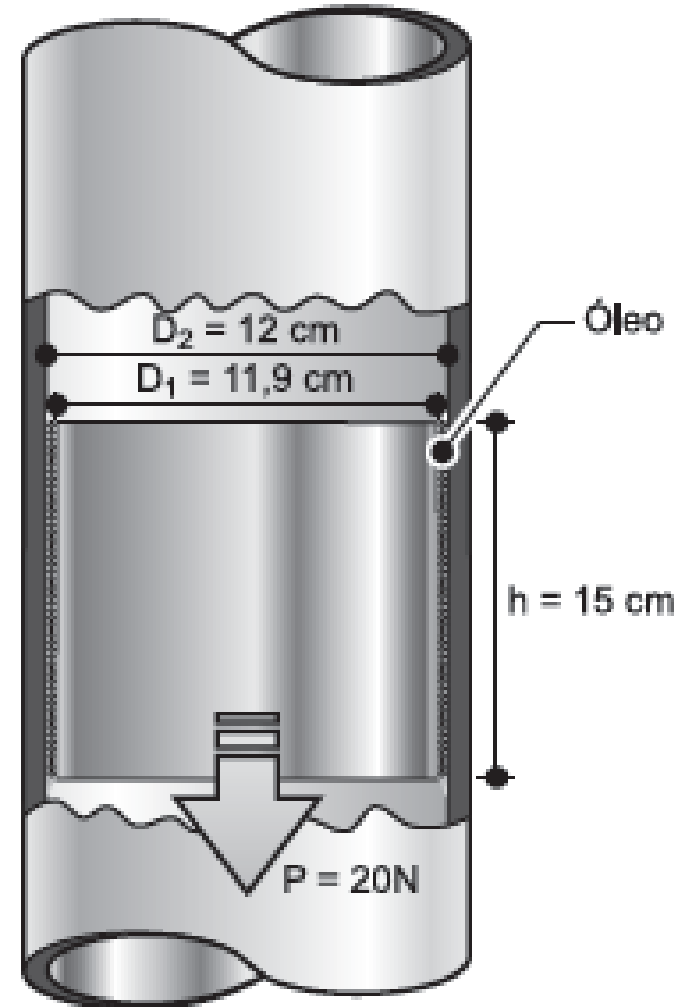
Que é um erro desprezível, comprovando que, quando a espessura do fluido é pequena, pode-se utilizar um diagrama linear.



## EXEMPLO 2 – Determinação da velocidade

Um pistão de peso  $P = 20 \text{ N}$ , é liberado no topo de um tubo cilíndrico e começa a cair dentro deste sob a ação da gravidade. A parede interna do tubo foi besuntada com óleo com viscosidade dinâmica  $\mu = 0,065 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ . O tubo é suficientemente longo para que a velocidade estacionária do pistão seja atingida. As dimensões do pistão e do tubo estão indicadas na figura ao lado.

Determine a velocidade estacionária do pistão  $V_0$ . (Resp: 2,74 m/s)





## EXEMPLO 2 – Determinação da velocidade

### Solução

A Figura 1.9 apresenta uma amplificação do filme de óleo entre o pistão e o tubo cilíndrico, com indicação da variação linear de velocidades no filme. Nessa figura,  $\epsilon$  é a folga entre o pistão e o tubo.

No equilíbrio ( $V_0 = \text{cte.}$ ), a força viscosa equilibra o peso do pistão  $F_v = P$ . Mas  $F_v = \tau_v \cdot S_L$ , em que  $S_L$  é a área lateral do pistão dada por  $S_L = \pi \cdot D_1 \cdot h$ . Por sua vez, a tensão viscosa  $\tau_v$  na parede do pistão é constante e dada por

$$\tau_v = \mu \frac{dv}{dy} \quad (\text{lei de Newton da viscosidade}).$$

Daí,

$$P = \mu \frac{dv}{dy} \cdot \pi \cdot D_1 \cdot h. \quad (\text{A})$$



## EXEMPLO 2 – Determinação da velocidade

Para variação linear de velocidades no filme de óleo, o gradiente de velocidades é constante e dado por

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{V_0 - 0}{\varepsilon} = \frac{V_0}{\varepsilon} \quad (B)$$

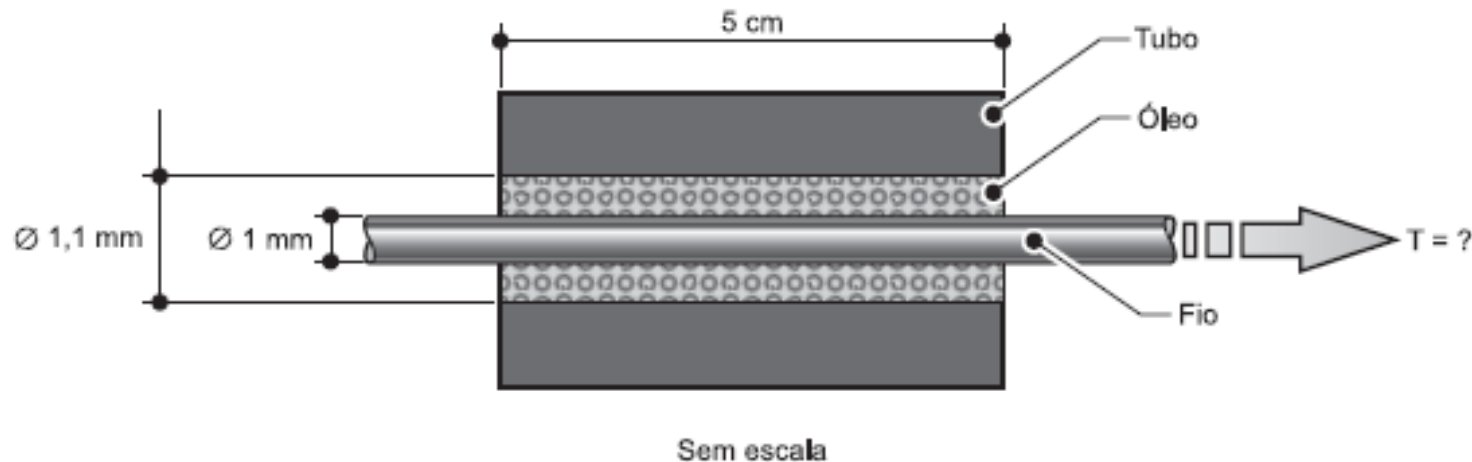
Substituindo a Eq. (B) na Eq. (A) e isolando  $V_0$  no primeiro membro, obtém-se

$$V_0 = \frac{P \cdot \varepsilon}{\mu \cdot \pi \cdot D_1 \cdot h}, \text{ com } \varepsilon = \frac{D_2 - D_1}{2} = 0,05 \text{ cm.}$$

$$V_0 = \frac{20 \cdot 0,05 \times 10^{-2}}{0,065 \cdot \pi \cdot 11,9 \times 10^{-2} \cdot 15 \times 10^{-2}} = 2,74 \text{ m/s.}$$



**EXEMPLO 3** – Um fio metálico de 1,0 mm de diâmetro é tracionado com velocidade constante de 1 m/s, através de um tubo fixo com diâmetro interno de 1,1 mm e comprimento de 5 cm. O fio pode ser considerado centrado no tubo pela presença de óleo lubrificante com viscosidade dinâmica  $\mu = 0,4 \text{ N.s/m}^2$ .



Pede-se:

**A)** Determine a força de tração  $T$  necessária no fio. (Resp.:  $T = 1,26 \text{ N}$ )

**B)** Se for aplicada uma tensão  $T$  igual à 1,5 N no fio, determine a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) do óleo lubrificante que deverá ser usado nessa situação.

(Resp.:  $\mu = 0,4775 \text{ N.s/m}^2$ )



## DEFINIÇÃO DE CONTÍNUO

Na nossa definição de fluido, nenhuma menção foi feita à estrutura molecular da matéria. Todos os fluidos são compostos de moléculas em constante movimento. Contudo, na maioria das aplicações de engenharia, estamos interessados nos efeitos médios ou macroscópicos de muitas moléculas. São esses efeitos macroscópicos que comumente percebemos e medimos. Tratamos, assim, um fluido como substância infinitamente divisível, um contínuo (ou *continuum*), e deixamos de lado o comportamento das moléculas individuais.





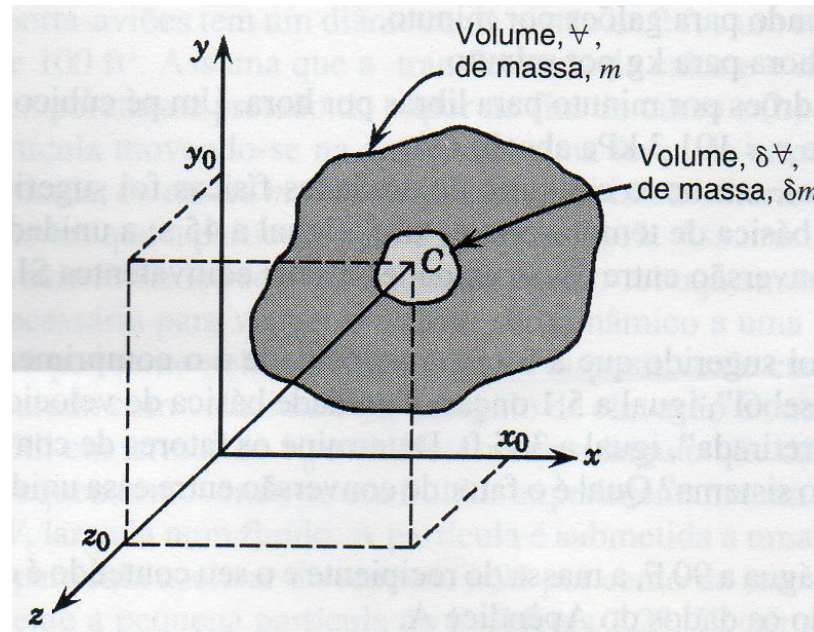
O conceito de contínuo é a base da mecânica dos fluidos clássica.

A hipótese é válida no tratamento do comportamento dos fluidos sob condições normais. Em consequência da hipótese do contínuo, cada propriedade do fluido é considerada como tendo um valor definido em cada ponto do espaço.

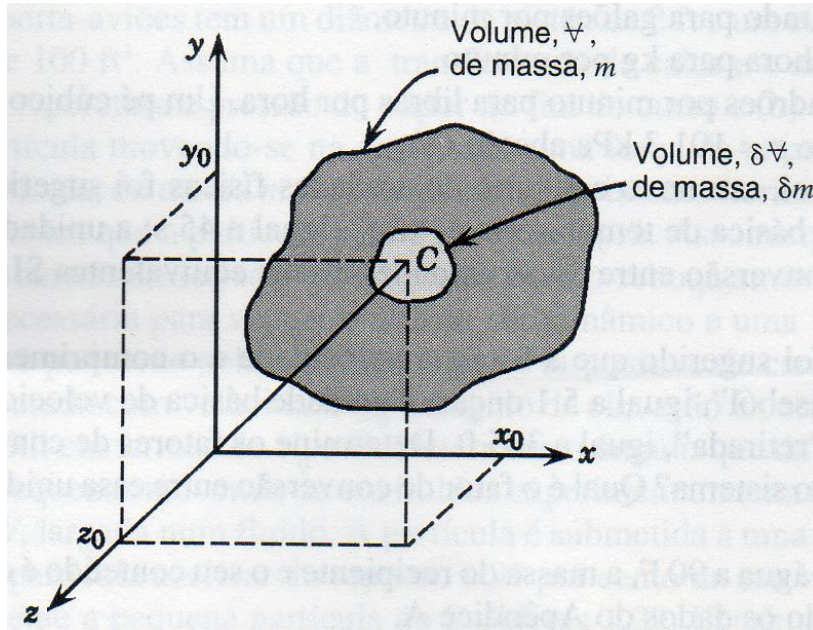
Dessa forma, propriedades dos fluidos, como massa específica, temperatura, velocidade, etc., são consideradas funções contínuas da posição e do tempo.



No estudo realizado será considerado, salvo menção contrária, que os fluidos são um meio contínuo e homogêneo, de forma que as propriedades médias definidas coincidam com as propriedades nos pontos.



Tal hipótese facilita o estudo e permite introduzir definições simples para todas as propriedades dos fluidos.



Em resumo: região “grande” se comparada com a distância média entre as partículas. Por exemplo, uma região esférica.

**OBSERVAÇÃO:** as grandezas massa específica, pressão, velocidade, etc, variam continuamente dentro do fluido (ou são constantes).



## MASSA ESPECÍFICA ( $\rho$ )

*Massa específica* é a massa de fluido por unidade de volume.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Onde:

m = massa

V = volume

*Unidades*

Por análise dimensional, utilizando FLT:

Sistema MK\*S  $\rightarrow$  kgf . s<sup>2</sup> / m<sup>4</sup>

Sistema SI  $\rightarrow$  N . s<sup>2</sup> / m<sup>4</sup> = kg/m<sup>3</sup>

Sistema CGS  $\rightarrow$  dina . s<sup>2</sup> / cm<sup>4</sup> = g/cm<sup>3</sup>



Para uma substância  $\Rightarrow$  massa específica = densidade

Densidade de um objeto, de um corpo  $\Rightarrow d = m / V$

Substância  $\rightarrow$  densidade “relativa”

$$d_{rel} = \frac{d_{subst}}{d_{ref}}$$

Geralmente:

$$d_{rel} = \frac{d_{subst}}{d_{\text{água}; 4^{\circ} C}}$$



## EXEMPLOS:

- 1- Um objeto feito em ouro maciço tem 500 g de massa e  $25 \text{ cm}^3$  de volume. Determine a densidade do objeto e a massa específica do ouro.*
- 2- Um cubo de aresta 8 cm é homogêneo, exceto na sua parte central, onde existe uma região oca, na forma cilíndrica, de altura 4 cm e área da base  $5 \text{ cm}^2$ . Sendo 1280 g a massa do cubo, determine a densidade do cubo e a massa específica da substância que o constitui.*



## PESO ESPECÍFICO ( $\gamma$ )

*Peso específico* é o peso do fluido por unidade de volume.

$$\gamma = \frac{G}{V}$$

Onde:

G = peso

V = volume

*Unidades*

Por análise dimensional, tem-se:

Sistema MK\*S  $\rightarrow$  kgf/m<sup>3</sup>

Sistema SI  $\rightarrow$  N . s<sup>2</sup> / m<sup>4</sup> = N/m<sup>3</sup>

Sistema CGS  $\rightarrow$  dina/cm<sup>3</sup>



Pode-se deduzir uma relação simples entre peso específico e massa específica:

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad \text{mas} \quad G = mg$$

$$\gamma = \frac{mg}{V} \quad \text{e} \quad \boxed{\gamma = \rho g}$$





## **PESO ESPECÍFICO RELATIVO PARA LÍQUIDOS( $\gamma_r$ )**

É a relação entre o peso específico do líquido e o peso específico da água em condições padrão.

Será adotado que:

$$\gamma_{H_2O} = 1.000 \text{ kgf} / \text{m}^3 \cong 10.000 \text{ N} / \text{m}^3$$

Como a massa específica e o peso específico diferem por uma constante, conclui-se que a massa específica relativa e o peso específico relativo coincidem.



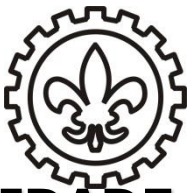
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



## EXEMPLO

*O peso específico relativo de uma substância é 0,8.*

*Qual será seu peso específico?*



## VISCOSIDADE CINEMÁTICA ( $\nu$ )

*Viscosidade cinemática* é o quociente entre a viscosidade dinâmica e a massa específica.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Onde:

$\mu$  = viscosidade dinâmica

$\rho$  = massa específica



*Unidades*

Por análise dimensional, utilizando FLT, teremos:

Sistema MK\*S →  $m^2/s$

Sistema SI →  $m^2/s$

Sistema CGS →  $cm^2/s = \text{stoke (St)}$

Utiliza-se ainda o centistoke:  $1 \text{ cSt} = 0,01 \text{ St}$ .



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



## **OBSERVAÇÃO:**

Das unidades, verifica-se que o nome – viscosidade cinemática – deve-se ao fato de essa grandeza não envolver força, mas somente comprimento e tempo, que são as grandezas fundamentais da Cinemática.



## VOLUME ESPECÍFICO ( $v$ )

*Volume específico* é o volume ocupado pela unidade de massa de fluido.

$$v = \frac{1}{\rho}$$



## PRESSÃO (p)

*Pressão* é o quociente entre a força normal aplicada e a área onde a força está sendo aplicada.

$$p = \frac{F_n}{A}$$

### *Unidades*

Sistema MK\*S → kgf/m<sup>2</sup>

Sistema SI → kg/m.s<sup>2</sup> = N/m<sup>2</sup> = pascal (Pa)



## EXERCÍCIOS:

- 1- Um tijolo de 200 g e de dimensões 5 x 10 x 20 cm é apoiado sobre uma superfície horizontal. Determine as pressões que ele pode exercer.*
- 2- Uma banqueta de três pernas pesa 50 N e cada perna tem seção reta uniforme de área 5 cm<sup>2</sup>. Subindo nela uma pessoa de 700 N, qual será a pressão que cada perna exercerá no solo horizontal?*





## **FLUIDO IDEAL**

*Fluido ideal é aquele cuja viscosidade é nula.* Por essa definição conclui-se que é um fluido que escoar sem perdas de energia por atrito.

É claro que nenhum fluido possui essa propriedade; no entanto, será visto no decorrer do estudo que algumas vezes será interessante admitir essa hipótese, ou por razões didáticas ou pelo fato de a viscosidade ser um efeito secundário do fenômeno.



## **FLUIDO OU ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL**

*Diz-se que um fluido é incompressível se o seu volume não varia ao modificar a pressão.*

Isso implica o fato de que, se o fluido for incompressível, a sua massa específica não variará com a pressão.

É claro que na prática não existem fluidos nessas condições. Os líquidos, porém, têm um comportamento muito próximo a esse e na prática, normalmente, são considerados como tais.



Mesmo os gases em certas condições, em que não são submetidos a variações de pressão muito grandes, podem ser considerados incompressíveis. Um dos exemplos práticos é o estudo de ventilação, em que, em geral, essa hipótese é aceitável.

É importante compreender que nenhum fluido deve ser julgado de antemão. Sempre que ao longo do escoamento a variação da massa específica  $\rho$  for desprezível, o estudo do fluido será efetuado pelas leis estabelecidas para fluidos incompressíveis.



## EQUAÇÃO DE ESTADO DOS GASES

Quando um fluido não puder ser considerado incompressível e, ao mesmo tempo, houver efeitos térmicos, haverá necessidade de determinar as variações da massa específica  $\rho$  em função da pressão e da temperatura.

De uma maneira geral, essas variações obedecem, para os gases, a lei do tipo

$$f(\rho, p, T) = 0$$

denominadas equações de estado.



Para as finalidades desse desenvolvimento, sempre que for necessário, o gás envolvido será suposto como “gás perfeito”, obedecendo à equação de estado:

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad \text{ou} \quad \rho = \frac{p}{RT}$$

Onde:

$p$  = pressão absoluta

$R$  = constante cujo valor depende do gás

$T$  = temperatura absoluta (K)



Para o ar, por exemplo,  $R \cong 287 \text{ m}^2 / \text{s}^2 \text{ K}$ .

Numa mudança do estado de um gás:

$$\frac{p_1}{p_2} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2}$$

►► O processo é dito isotérmico quando na transformação não há variação de temperatura. Nesse caso:

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} = cte$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$



▶▶ O processo é dito isobárico quando na transformação não há variação de pressão. Nesse caso:

$$\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 = cte$$

▶▶ O processo é dito isocórico ou isométrico quando na transformação não há variação de volume. Nesse caso:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = cte$$



▶▶ O processo é dito adiabático quando na transformação não há troca de calor. Nesse caso:

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k} = cte$$

Onde  $k$  é a chamada *constante adiabática* cujo valor depende do gás.

No caso do ar,  $k = 1,4$ .





### EXEMPLO 1:

*Numa tubulação escoo hidrogênio ( $k = 1,4$  ;  $R = 4.122 \text{ m}^2 / \text{s}^2 \text{ K}$ ).*

*Numa seção (1),  $p_1 = 3 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  (abs) e  $T_1 = 30^\circ\text{C}$ . Ao longo da tubulação, a temperatura mantém-se constante.*

*Qual é a massa específica do gás numa seção (2), em que*

*$p_2 = 1,5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  (abs)? **Resp.:  $p_2 = 0,12 \text{ kg/m}^3$***



## EXEMPLO 1 - RESOLUÇÃO

Solução

$$\frac{p_1}{\rho_1} = RT_1 \quad \text{Logo,} \quad \rho_1 = \frac{p_1}{RT_1}$$

$$T_1 = 30 + 273 = 303\text{K}$$

Logo,

$$\rho_1 = \frac{3 \times 10^5}{4122 \times 303} = 0,24\text{kg} / \text{m}^3$$

Como

$$T_1 = T_2 \rightarrow \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} \quad \text{ou} \quad \rho_2 = \rho_1 \frac{p_2}{p_1}$$

Portanto,

$$\rho_2 = 0,24 \times \frac{1,5 \times 10^5}{3 \times 10^5} = 0,12\text{kg} / \text{m}^3$$



## EXEMPLO 2:

*Um volume de  $10 \text{ m}^3$  de dióxido de carbono ( $k = 1,28$ ) a  $27^\circ\text{C}$  e  $133,3 \text{ kPa}$  (abs) é comprimido até se obter  $2 \text{ m}^3$ .*

*Se a compressão for isotérmica, qual será a pressão final?*

**Resp.:  $p_2 = 666,5 \text{ kPa}$  (abs)**

*Qual seria a pressão final se o processo fosse adiabático?*

**Resp.:  $p_2 = 1046 \text{ kPa}$  (abs)**



## EXEMPLO 2 - RESOLUÇÃO

Processo Isotérmico:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

$$P_2 = 333,3 \times \frac{10}{2} \implies \therefore \underline{P_2 = 666,5 \text{ kPa}}$$



## EXEMPLO 2 - RESOLUÇÃO

Processo Adiabático:

$$\frac{P_1}{\rho_1^k} = \frac{P_2}{\rho_2^k} \implies P_1 \cdot \rho_2^k = P_2 \cdot \rho_1^k$$

$$P_2 = \frac{P_1 \cdot \rho_2^k}{\rho_1^k} = \frac{P_1 \cdot \left(\frac{m_2}{V_2}\right)^k}{\left(\frac{m_1}{V_1}\right)^k} = P_1 \cdot \left(\frac{\cancel{m_2}}{V_2}\right)^k \cdot \left(\frac{V_1}{\cancel{m_1}}\right)^k$$

$$P_2 = \frac{V_1^k}{V_2^k} \cdot P_1 \implies \therefore P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k$$



## EXEMPLO 2 - RESOLUÇÃO

$$P_2 = 133,3 \times \left( \frac{10}{2} \right)^{1,28} = 1046$$

$$\therefore P_2 = \underline{\underline{1046 \text{ kPa}}}$$