PSI3211 – Circuitos Elétricos I

Quinto teste (25/10/2021)

Nome:____ Nº USP:____________

Profs. Magno T. M. Silva e Antônio Carlos Seabra.

1) Resposta em frequência. A resposta em frequência que relaciona a tensão de saída $v(t)$ com a tensão de entrada $e_s(t)$ de um determinado circuito elétrico é dada pela expressão

$$F(j\omega) = \frac{\widehat{V}}{\widehat{E}_s} = \frac{j\omega L R_2}{R_1 R_2 + j\omega L(R_1 + R_2)}.$$

Sabendo-se que $e_s(t) = E_m \cos(\omega t + \phi)$, a amplitude em volts e a fase em graus da tensão $v(t)$ são respectivamente iguais a:

Resolução: A amplitude da tensão $v(t)$ é dada por

$$\boxed{V_m = E_m \frac{\omega L R_2}{\sqrt{R_1^2 R_2^2 + \omega^2 L^2 (R_1 + R_2)^2}}}$$

e a fase por

$$\boxed{\theta = \phi + 90^{\text{o}} - \arctan\left(\frac{\omega L(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}\right).}$$

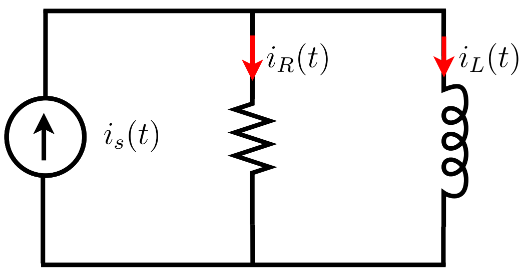
2) Fasores. O circuito da figura opera em regime permanente senoidal. Sabendo-se que a corrente do resistor é dada por

$$i_R(t) = I_R \cos(\omega t + \theta), \quad \text{(A,s)}$$

e a corrente no indutor é dada por

$$i_L(t) = I_L \sin(\omega t + \theta), \quad \text{(A,s)},$$

a expressão da corrente do gerador $i_s(t)$ em (A,s) vale:



Resolução: Usando a primeira Lei de Kirchhoff fasorial, o fasor da corrente $i_s(t)$ é dado por

$$\widehat{I_s} = \widehat{I_R} + \widehat{I_L}$$
$$\widehat{I_s} = I_R(\cos\theta + j\sin\theta) + I_L(\cos(\theta - 90^o) + j\sin(\theta - 90^o))$$
$$\widehat{I_s} = (I_R\cos\theta + I_L\cos(\theta - 90^o)) + j(I_R\sin\theta + I_L\sin(\theta - 90^o))$$
$$|\widehat{I_s}| = \sqrt{(I_R\cos\theta + I_L\cos(\theta - 90^o))^2 + (I_R\sin\theta + I_L\sin(\theta - 90^o))^2}$$
$$\theta_s = \text{atan2}\left((I_R\sin\theta_R + I_L\sin(\theta - 90^o)),\ (I_R\cos\theta_R + I_L\cos(\theta - 90^o))\right)$$

Assim,

$$\boxed{i_s(t) = |\widehat{I_s}|\cos(\omega t + \theta_s)}$$

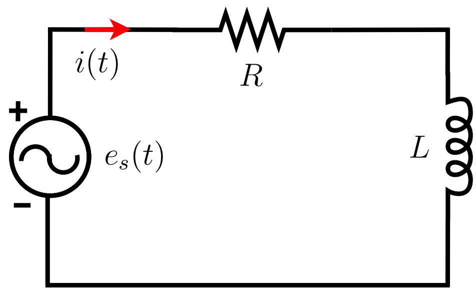
3) Circuito RL. O circuito da figura abaixo opera em regime permanente senoidal (RPS). Sabe-se que a expressão da tensão do gerador é dada por

$$e_s(t) = E\cos(\omega t + \theta_s)\ \text{(V,s)}$$

e a expressão da corrente $i(t)$ é dada por

$$i(t) = I\cos(\omega t + \theta_s - 45^o)\ \text{(A,s)}.$$

O valor do indutor (em H) é



Resolução: A impedância do circuito é

$$Z(j\omega) = R + j\omega L = \frac{\widehat{E_s}}{\widehat{I}} = \frac{E}{I}e^{j45^o} = \frac{E}{I}\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{E}{I}\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Dessa relação chega-se a

$$\boxed{L = \frac{E}{\omega I}\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

4) Relações fasoriais. Um bipolo de impedância

$$Z(j\omega) = Z_R + jZ_I,$$

em regime permanente senoidal, é atravessado pela corrente $i(t)$ com amplitude I, frequência angular ω e fase φ. Indique o módulo em volts e o argumento em graus do fasor da tensão $v(t)$ sobre o bipolo, sabendo que a tensão e a corrente estão na convenção do receptor.

Resolução: Das relações fasoriais, temos

$$\widehat{V} = Z(j\omega)\widehat{I},$$

ou seja,

$$\widehat{V} = (Z_R + jZ_I)I\angle\varphi.$$

Esse fasor pode ser escrito como

$$\widehat{V} = I\left[(Z_R\cos\varphi - Z_I\sin\varphi) + j(Z_R\sin\varphi + Z_I\cos\varphi)\right].$$

Assim

$$\boxed{|\widehat{V}| = I\sqrt{(Z_R\cos\varphi - Z_I\sin\varphi)^2 + (Z_R\sin\varphi + Z_I\cos\varphi)^2}}$$

e

$$\boxed{\theta_V = \operatorname{atan2}((Z_R\sin\varphi + Z_I\cos\varphi),\,(Z_R\cos\varphi - Z_I\sin\varphi)).}$$