

Aula 13

Teoria dos jogos

Piracicaba, Outubro de 2021
Professora Dra. Andréia Adami

Teoria dos Jogos

- **Teoria dos Jogos**

- John Von Neumann e Oskar Morgenstein – em *The Theory of Games and Economic Behavior*, 1944
- John Nash (1996) - Uma mente brilhante

Teoria dos Jogos

▪ Tipos de Jogos

- Jogos simultâneos x sequências

- ✓ Jogos sequenciais: Um jogador que pode se mover mais tarde no jogo pode ver como os outros jogaram até aquele ponto;

- ✓ O jogador pode usar a informação da ação de seu oponente e montar um plano de estratégias contingentes muito mais bem elaborado.

Teoria dos Jogos

- **Jogos sequenciais e a Batalha dos sexos**
- Suponha que a esposa escolha primeiro e o marido observa a escolha dela antes de fazer a sua, suas estratégias possíveis não mudaram, suas possíveis estratégias se expandiram, para cada uma das ações de sua esposa, ele pode escolher uma das duas ações.

Teoria dos Jogos

▪ Estratégia contingente do Marido

Contingent Strategy	Written in Conditional Format
Always go to the ballet	(ballet ballet, ballet boxing)
Follow his wife	(ballet ballet, boxing boxing)
Do the opposite	(boxing ballet, ballet boxing)
Always go to boxing	(boxing ballet, boxing boxing)

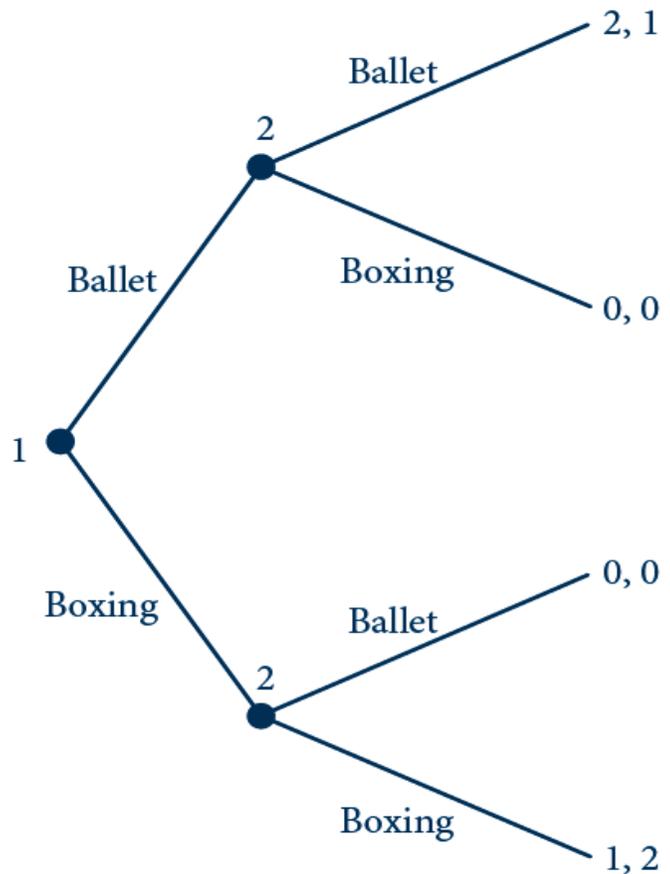
Teoria dos Jogos

▪ Batalha dos sexos na forma sequencial

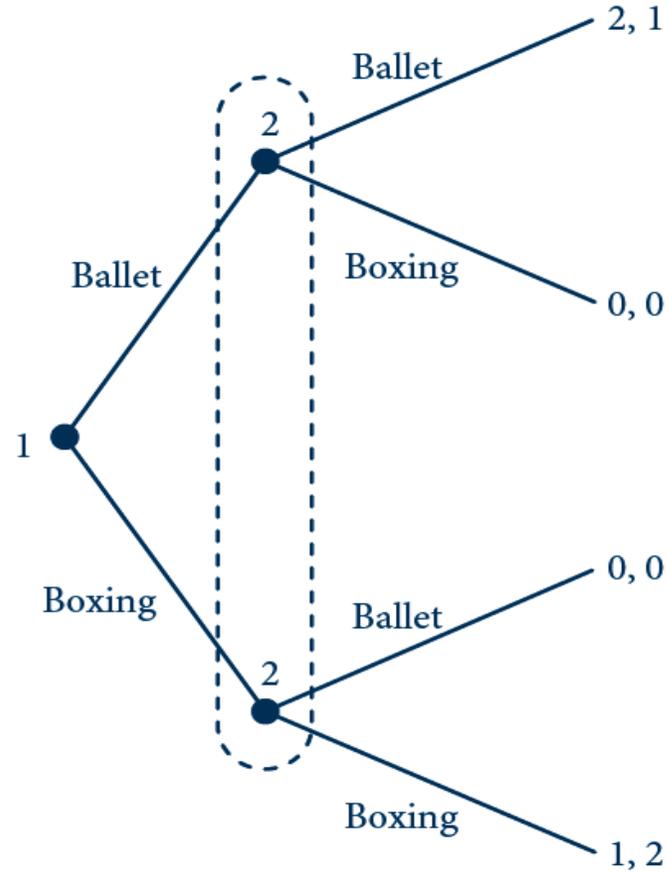
		Husband			
		(Ballet Ballet Ballet Boxing)	(Ballet Ballet Boxing Boxing)	(Boxing Ballet Ballet Boxing)	(Boxing Ballet Boxing Boxing)
Wife	Ballet	2, 1	2, 1	0, 0	0, 0
	Boxing	0, 0	1, 2	0, 0	1, 2

Teoria dos Jogos

▪ Batalha dos sexos na forma sequencial



(a) Sequential version



(b) Simultaneous version

- Na versão sequencial (a), o marido se move num segundo momento, depois de observar o movimento de sua esposa. Na versão simultânea (b), ele não sabe a escolha dela quando se move, portanto seus nós de decisão devem estar conectados em um conjunto de informações.

Teoria dos Jogos

- Existem 3 Equilíbrios de Nash:

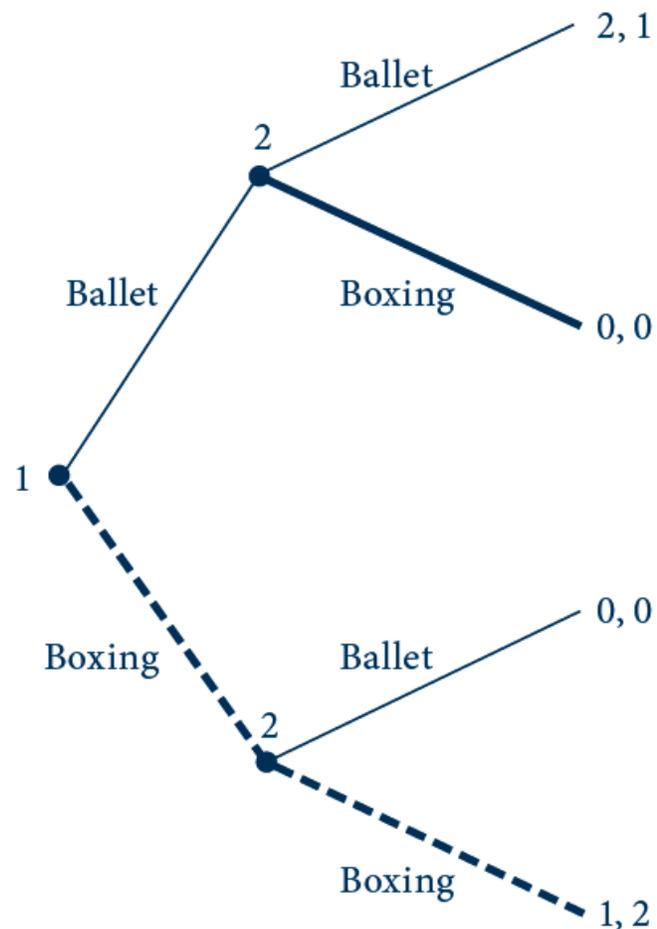
1. Esposa escolhe ballet, marido escolhe (ballet | ballet, ballet | luta)

2. Esposa escolhe ballet, marido escolhe (ballet | ballet, luta | luta)

3. Esposa escolhe luta, marido escolhe (luta | ballet, luta | luta)

Teoria dos Jogos

▪ Caminho de equilíbrio



- No terceiro dos equilíbrios de Nash listados para a sequencial Batalha dos Sexos, a esposa escolhe luta e o marido escolhe (luta | ballet, luta | luta), traçando os galhos indicados com linhas grossas (tanto sólidas quanto tracejadas). A linha tracejada é o caminho de equilíbrio; o resto da árvore é referido como sendo "fora do caminho de equilíbrio".

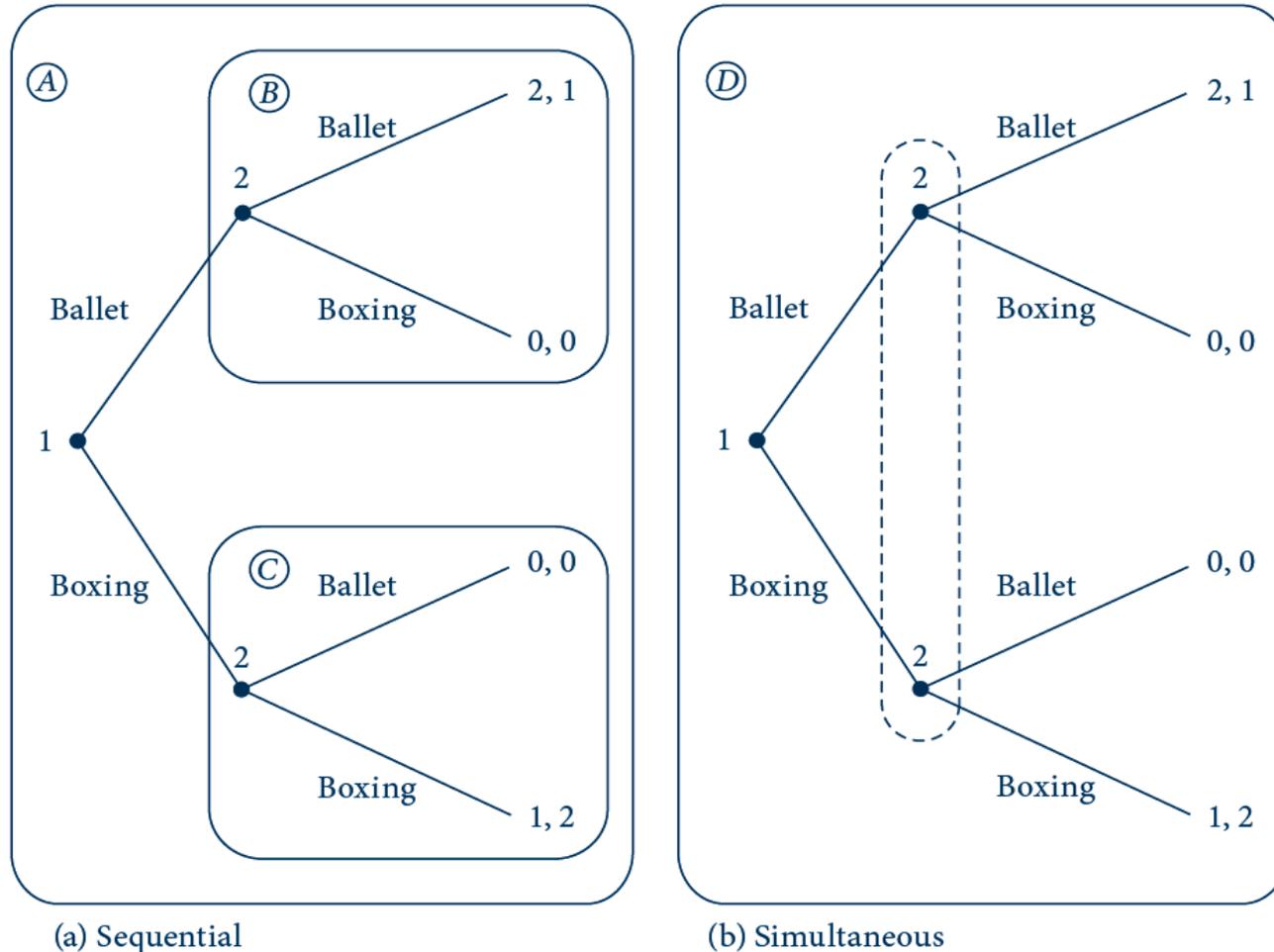
Teoria dos Jogos

- Subjogos

1. Um subjogo é a parte da forma extensiva começando de um nó de decisão e incluindo tudo à direita dele.

Teoria dos Jogos

▪ Caminho de equilíbrio



- A versão sequencial em (a) tem três subjogos próprios, rotulados como A, B e C. A versão simultânea em (b) tem apenas um subjogo adequado: todo o jogo em si, rotulado como D.

Teoria dos Jogos

- **Equilíbrio perfeito em subjogos**

- ✓ A estratégia $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$ constitui um equilíbrio de Nash para cada subjogo adequado, um equilíbrio perfeito em subjogos é sempre um equilíbrio de Nash, o que descarta qualquer ameaça vazia em um jogo sequencial.

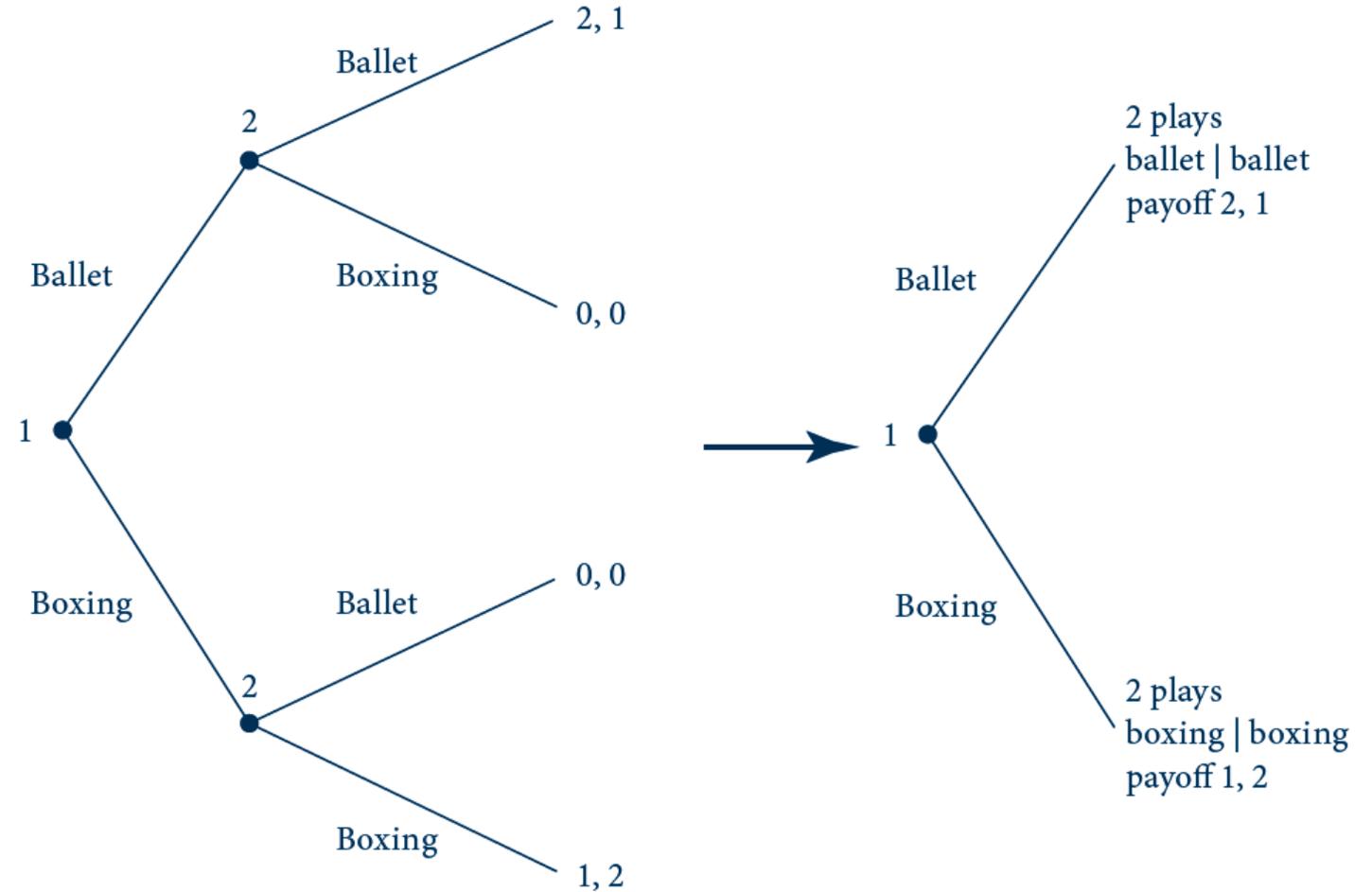
Teoria dos Jogos

▪ **Indução Reversa**

- ✓ Uma forma de encontrar o equilíbrio perfeito do subjogo é diretamente trabalhar do final do jogo para o começo;
- ✓ Obtenha o equilíbrio de Nash para os subjogos inferiores nos nós de decisão do marido; substitua suas estratégias de equilíbrio pelos próprios subjogos;
- ✓ O jogo resultante é um simples problema de decisão para a esposa.

Teoria dos Jogos

▪ Indução Reversa



Teoria dos Jogos

▪ **Jogos Bayesianos**

- ✓ Considere um jogo com dois jogadores, o jogador 1 tem informação privada e o jogador 2 não;
- ✓ Podemos modelar para informação privada introduzindo tipos de jogadores.

Teoria dos Jogos

▪ **Jogos Bayesianos**

- ✓ Considere que o jogador 1 é do tipo t ;
- ✓ O jogador 2 não tem certeza sobre t mas define sua estratégia baseado em suas crenças sobre t .

Teoria dos Jogos

▪ Jogos Bayesianos

✓ O jogo começa em um nó de chance em que um valor de tk é definido para o jogador 1 de um conjunto de tipos possíveis,

$$T = \{t1, \dots, tk, \dots, tK\}$$

✓ $\Pr(tk)$ = probabilidade do tipo tk ;

✓ O jogador 1 conhece o tipo tk ;

✓ O jogador 2 não conhece o tipo, mas conhece as probabilidades

Teoria dos Jogos

▪ Jogos Bayesianos

- O jogador 1 observa t antes de se mover, sua estratégia pode ser condicionada a t ,
- ✓ Seja $s_1(t)$ a estratégia de 1 dependente de seu tipo – $u_1 = (s_1(t), s_2)$;
- ✓ A estratégia do jogador 2 é incondicional - $u_2 = (s_2, s_1(t), t)$;
- ✓ O tipo de jogador 1 pode afetar o resultado do jogador 2 de duas formas diferentes: diretamente ou indiretamente através da estratégia do jogador 1.

Teoria dos Jogos

▪ Jogos Bayesianos

		Player 2	
		<i>L</i>	<i>R</i>
Player 1	<i>U</i>	$t, 2$	$0, 0$
	<i>D</i>	$2, 0$	$2, 4$

$t = 6$, com probabilidade $1/2$; e/ou $t = 0$ com probabilidade $1/2$.

Teoria dos Jogos

- **Equilíbrio de Nash Bayesianos**

- Requer que: a estratégia de 1 seja a melhor resposta de cada um dos seus tipos; a estratégia de 2 maximize seu retorno esperado, a expectativa é tomada em relação às suas crenças sobre o tipo 1.

Teoria dos Jogos

▪ Equilíbrio de Nash Bayesianos

- Em um jogo simultâneo de dois jogadores no qual o jogador 1 tem informações privadas, a estratégia $(s^*_1(t), s^*_2)$ tal que:

$$u_1(s^*_1(t), s^*_2, t) \geq u_1(s'_1, s^*_2, t) \text{ for all } s'_1 \in S_1$$

E,

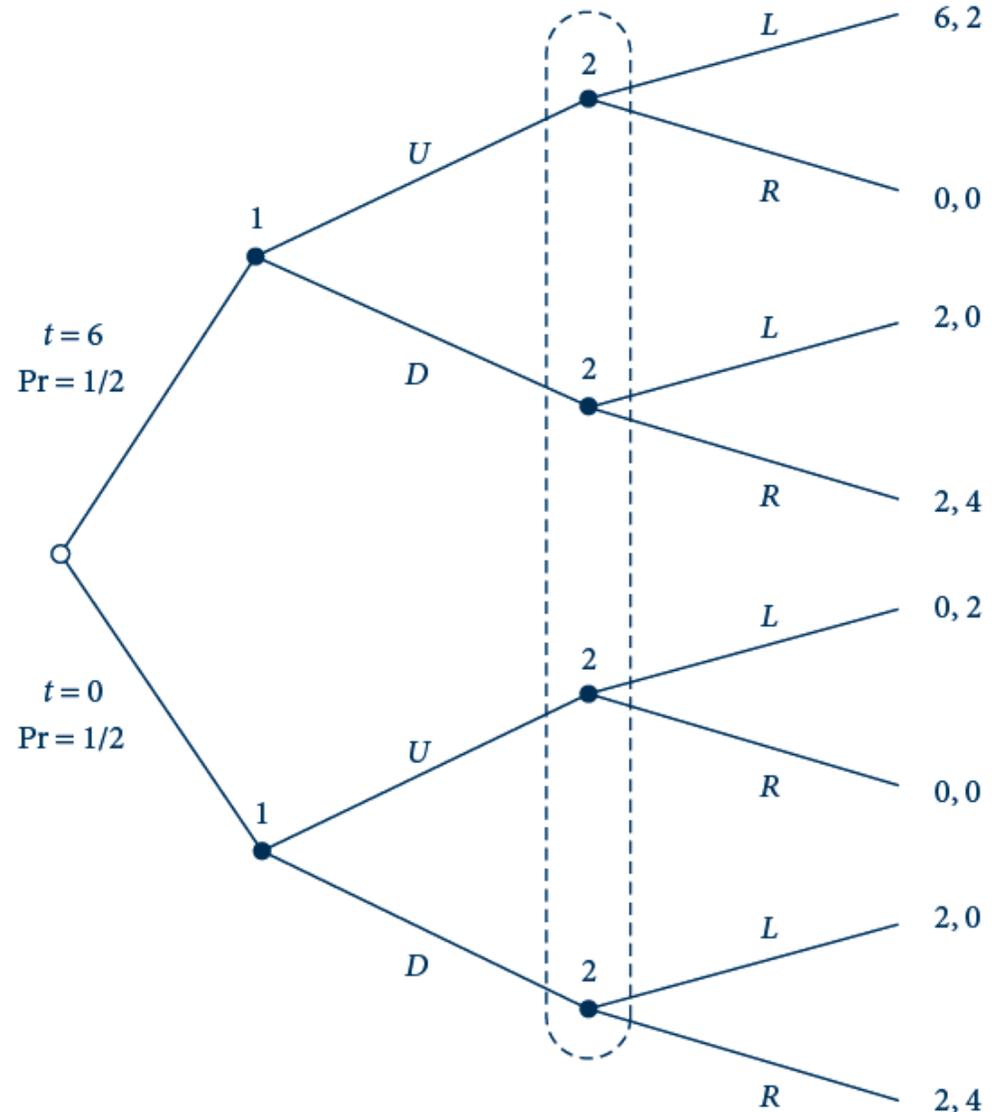
$$\sum_{t_k \in T} \Pr(t_k) u_2(s^*_2, s^*_1(t_k), t_k) \geq \sum_{t_k \in T} \Pr(t_k) u_2(s'_2, s^*_1(t_k), t_k)$$

for all $s'_2 \in S_2$

Teoria dos Jogos

▪ Jogos Bayesianos

- Esta figura traduz a Figura 8.14 em um jogo de formato extensivo. O nó de chance inicial é indicado por um círculo aberto. Os nós de decisão do jogador 2 estão no mesmo conjunto de informações porque ele não observa o tipo ou a ação do jogador 1 antes de se mover.



Teoria dos Jogos

▪ Equilíbrio de Nash Bayesianos

- Temos dois candidatos possíveis para um equilíbrio em estratégias puras:
- Se $t=6$, 1 escolhe (U | $t = 6$, D | $t = 0$) e 2 escolhe L
 - ✓ Não é equilíbrio de Nash
- Se $t=0$, 1 escolhe (D | $t = 6$, D | $t = 0$) e 2 escolhe R
 - ✓ É equilíbrio Bayesiano-Nash

Referências Bibliográficas

- RUBINFELD, D.L.; PINDYCK, R. S. Microeconomia. 8^a ed., 2013 – cap. 13
- NICHOLSON, W; SNYDER, C. **Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions**. 11th Edition (International Edition), 2012 – cap. 8
- FIANI, R. **Teoria dos Jogos**. 3^a Edição, 2009.