

PMR 5237

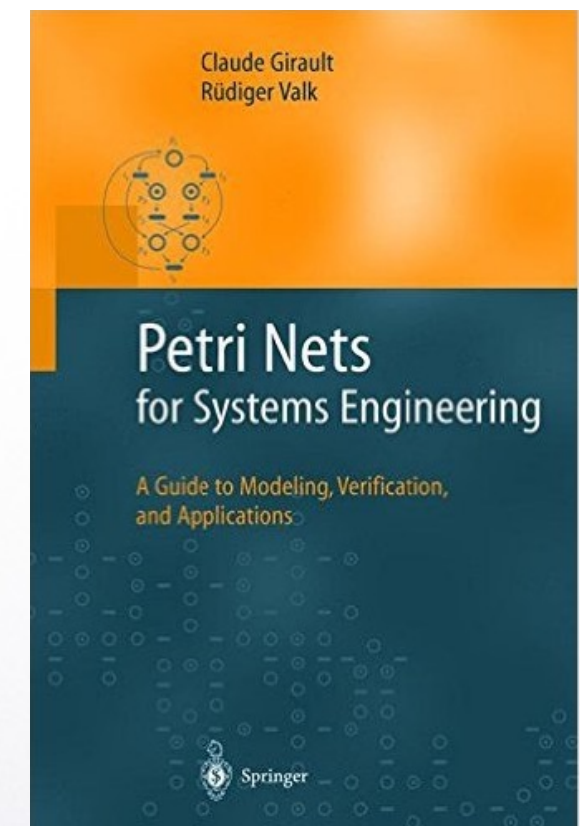
Modelagem e Design de Sistemas Discretos em Redes de Petri

Aula 5: Redes de Alto Nível e Redes Coloridas

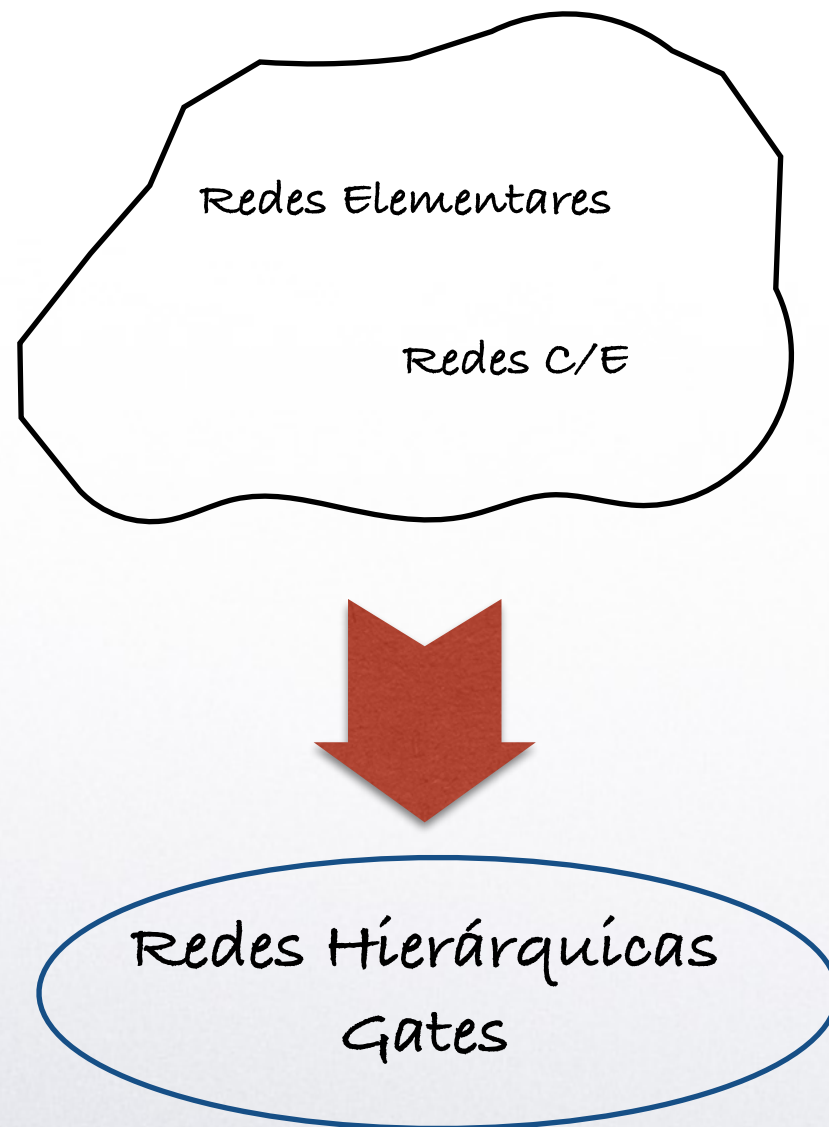
Prof. José Reinaldo Silva
reinaldo@usp.br

Sincronismo com o livro texto

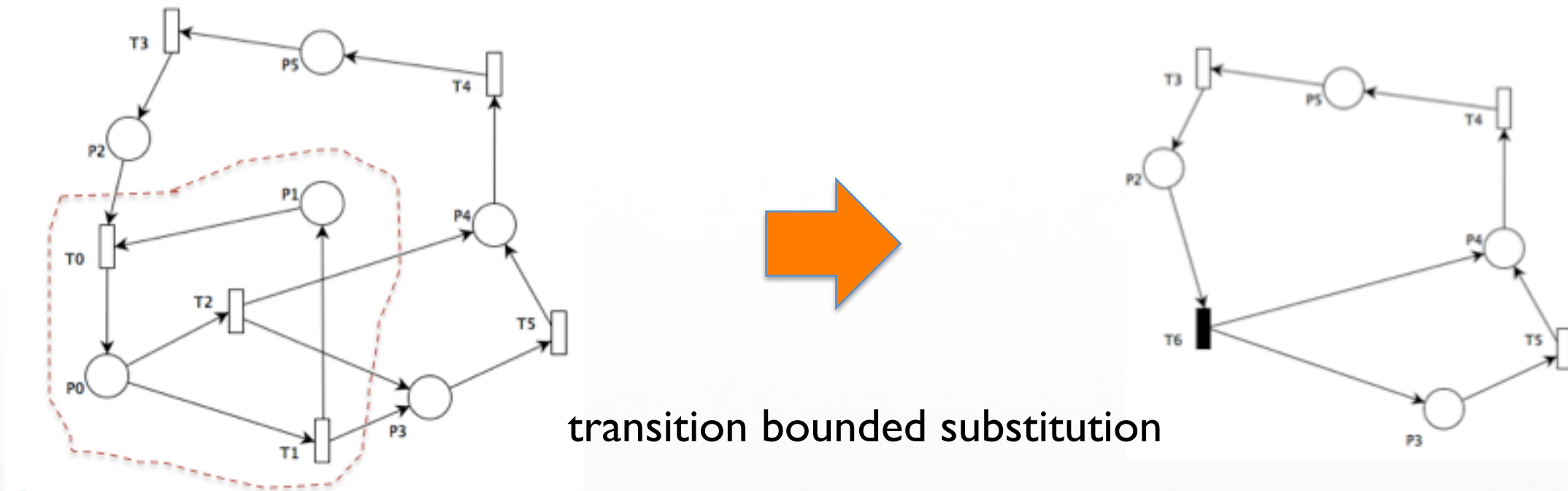
1. Introduction	7
2. Essential Features of Petri Nets	9
2.1 Locality and Concurrency	10
2.2 Graphical and Algebraic Representation	12
2.3 Concurrency, Conflict, and Confusion	15
2.4 Refinement and Composition	18
2.5 Net Morphisms	23
3. Intuitive Models	29
3.1 Arc-Constant Nets	29
3.2 Place/Transition Nets	32
3.3 Coloured Nets	34
3.4 Foldings	38
4. Basic Definitions	41
4.1 Formal Definition of Place/Transition Nets	41
4.2 Formal Definition of Arc-Constant Nets	43
4.3 Formal Definition of Coloured Nets	45
5. Properties	53
5.1 Basic Properties	54
5.2 An Introduction to the Analysis	58
5.2.1 Verification Based on the Reachability Graph	60
5.2.2 Verification Based on Linear Invariants	68
6. Overview of the Book	73



Redes P/T



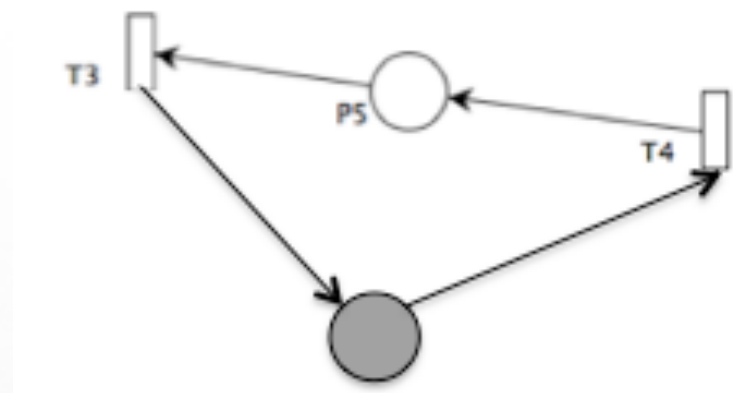
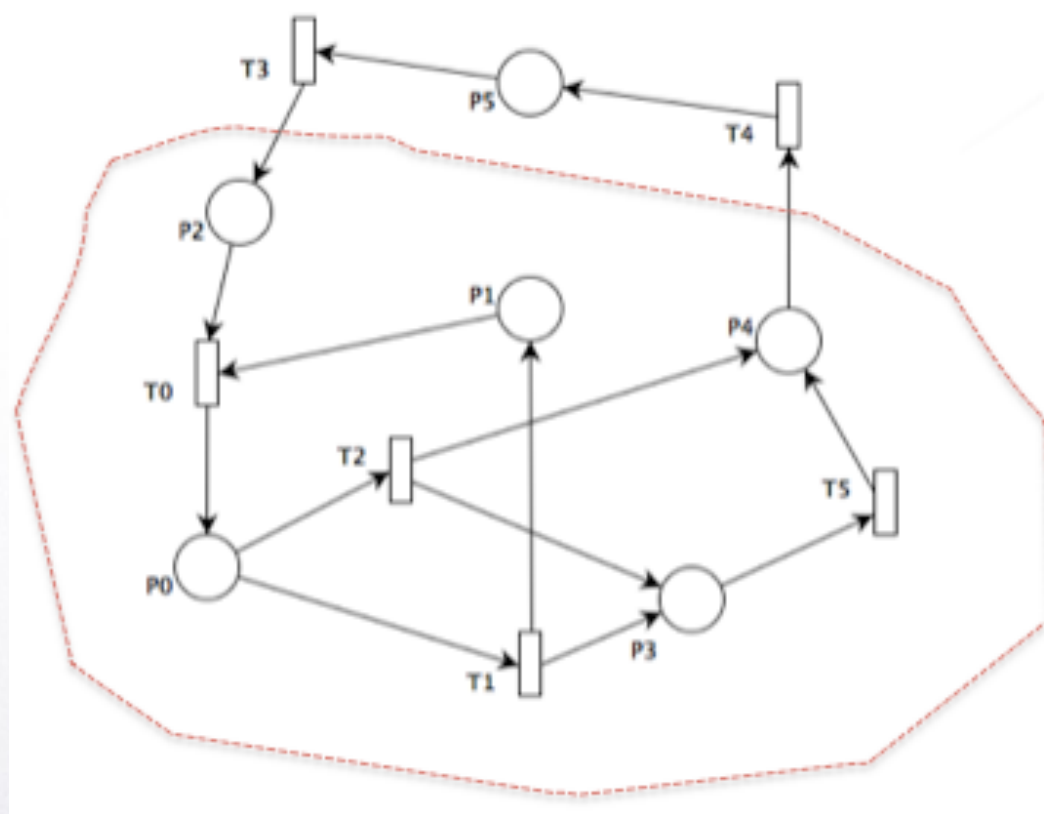
Substituição de uma sub-rede



Definition 40

Um sub-conjunto de elementos Y da rede $N = (S, T; F)$ é dito limitado por lugar (place bounded) ou aberto, se e somente se $\partial(Y) \subseteq S$.

Similarmente, um sub-conjunto Y desta rede é dito limitado por transição (transition bounded), se e somente se $\partial(Y) \subseteq T$.



place bounded substitution

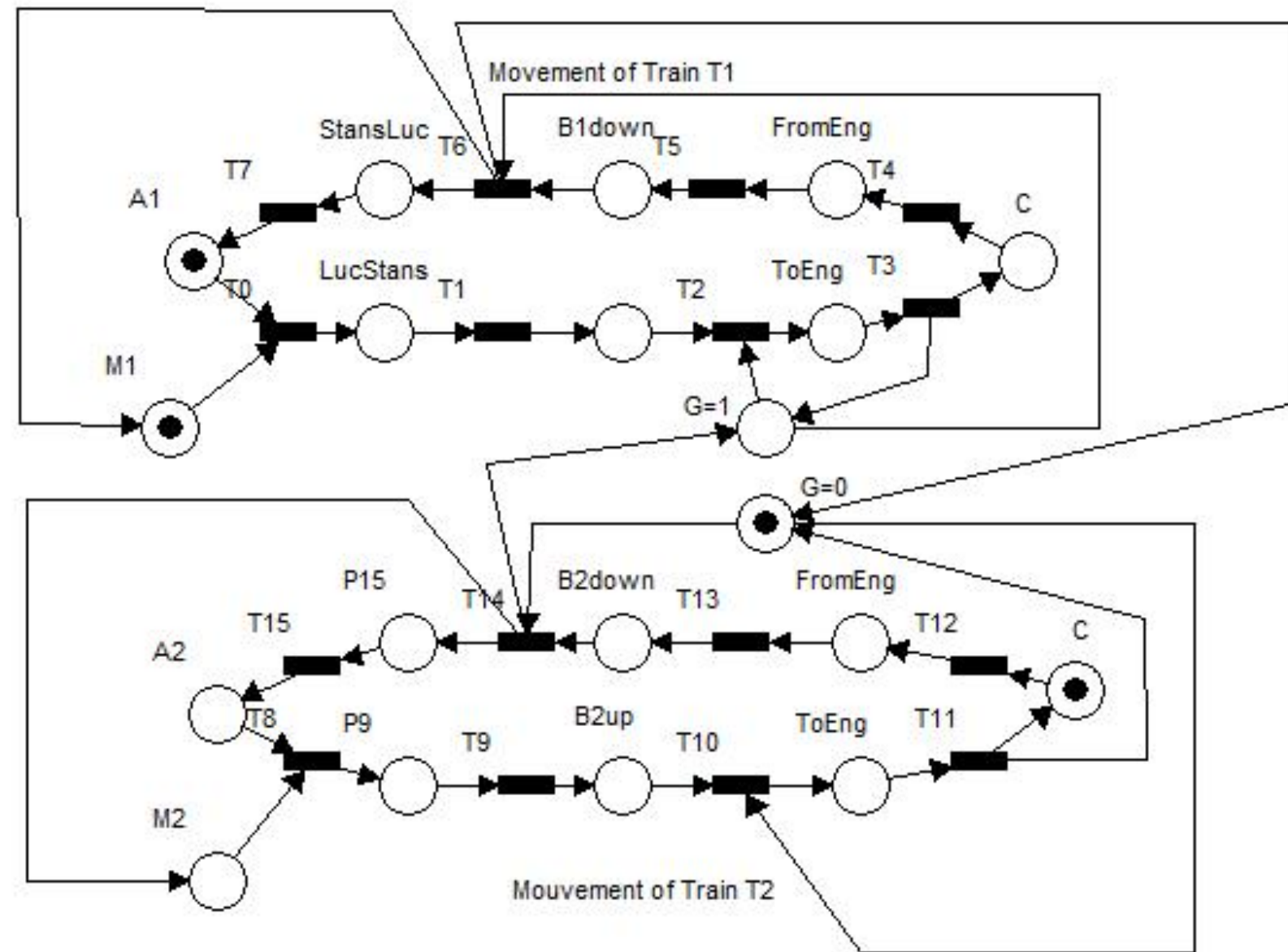
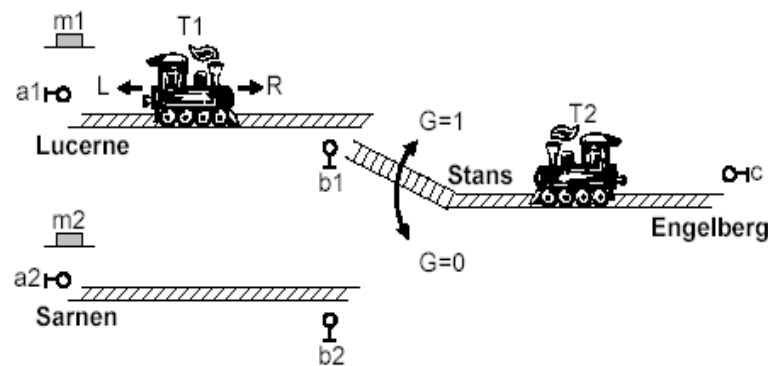
Gates (marcação persistente)

Gates são usados quando uma marcação é usada para sinalizar o disparo de uma transição mas não deve ser removida. Por isso é chamada de marcação persistente.

Um exemplo foi visto no exemplo dos trens (segunda aula), onde o chaveamento deve persistir até que o trem que entrou no trecho unificado saia do trecho, habilitando o próximo chaveamento.

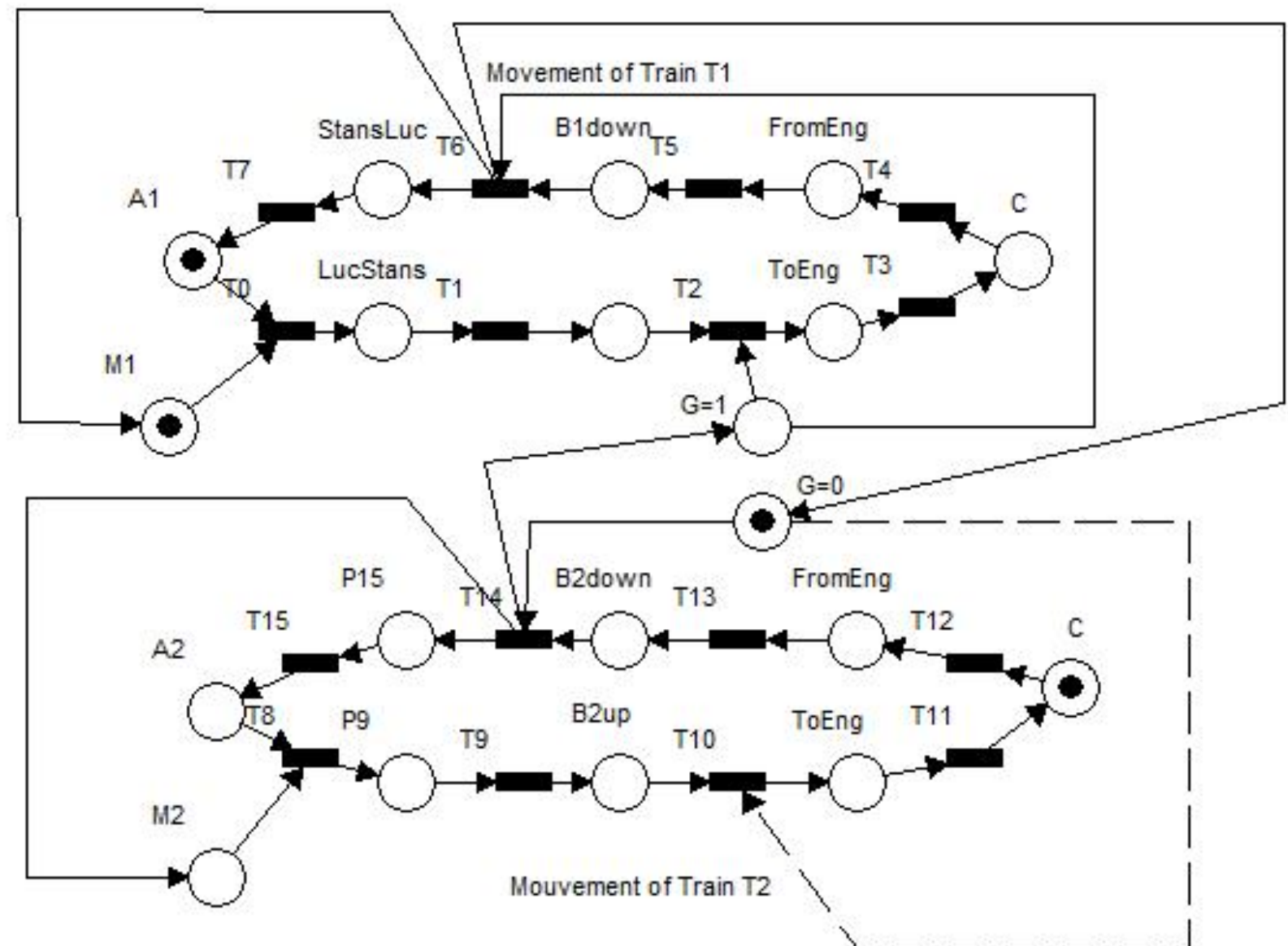
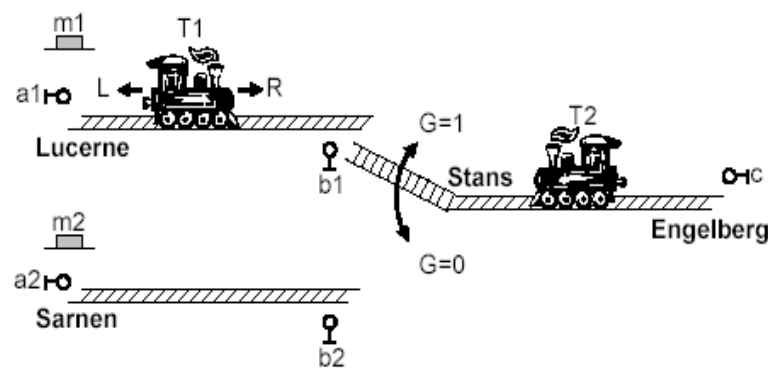
O modelo completo

Garantindo a alternância de marcação do mutex, e também que o modelo seja cíclico, isto é, que retorne ao estado inicial depois de alguns disparos, temos o modelo completo.



O uso de extensões

Ao lado mostramos o mesmo modelo, agora utilizando arcos especiais que propagam apenas a informação sobre a marcação mas não fazem com que a marca se propague pela rede. Estes arcos se chamam “gates” (não confundir com o desvio da via férrea colocado anteriormente).



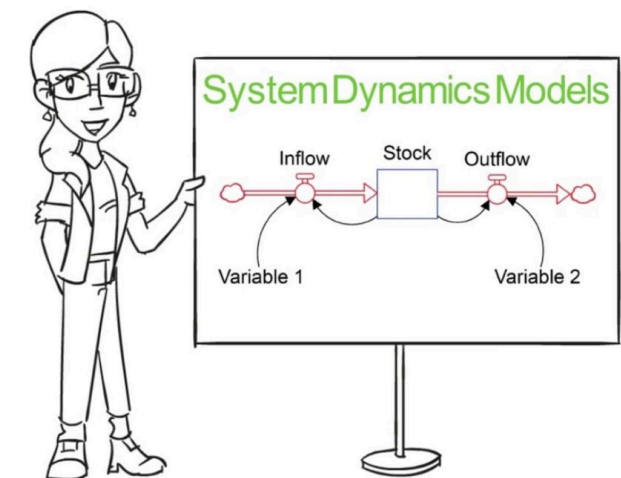
Norma ISO/IEC 15909

Parte 1: modelo semântico, definição formal das redes assíncronas, redes P/T e de alto nível;

Parte 2: protocolo de transferência, PNML;

Parte 3: Extensões, temporização, modularidade, hierarquia, gates, etc.

Como já foi mencionado em aulas anteriores, o problema da modelagem consiste em criar um modelo dinâmico funcional e abstrato, que seja independente da interpretação. Nesse caso, é importante ter em mente propriedades que o sistema que está sendo modelado tem (ou que sejam desejáveis), algumas das quais não são óbvias e nem diretamente derivadas das interpretações.



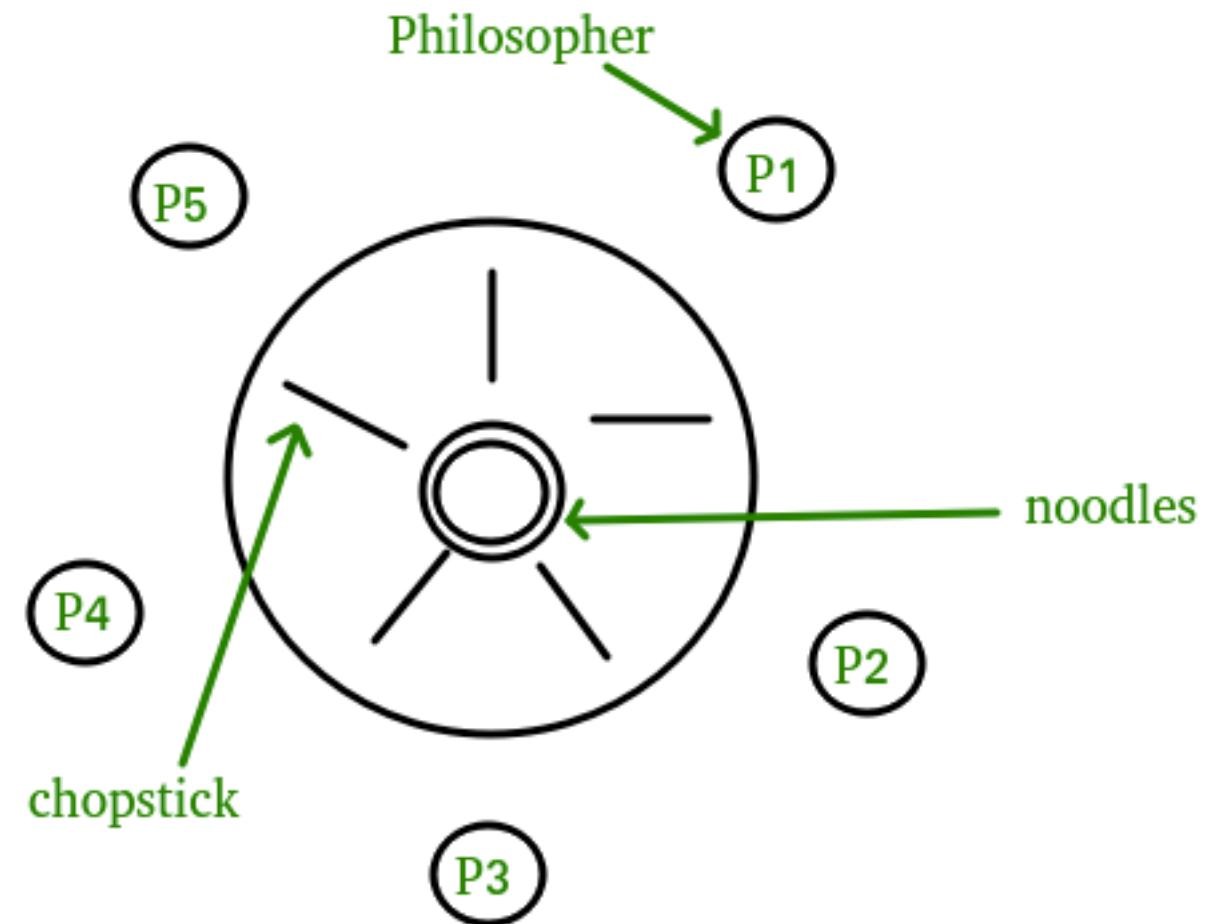
Existem propriedades que são mais visíveis e mensuráveis (e úteis) somente quando se tem uma visão mais abstrata dos artefatos. Por exemplo: simetria.

The term “symmetry” derives from the Greek words *sun* (meaning ‘with’ or ‘together’) and *metron* (‘measure’), yielding *summetria*, and originally indicated a relation of commensurability (such is the meaning codified in Euclid's *Elements* for example). It quickly acquired a further, more general, meaning: that of a proportion relation, grounded on (integer) numbers, and with the function of harmonizing the *different* elements into a *unitary whole*. From the outset, then, symmetry was closely related to harmony, beauty, and unity, and this was to prove decisive for its role in theories of nature.

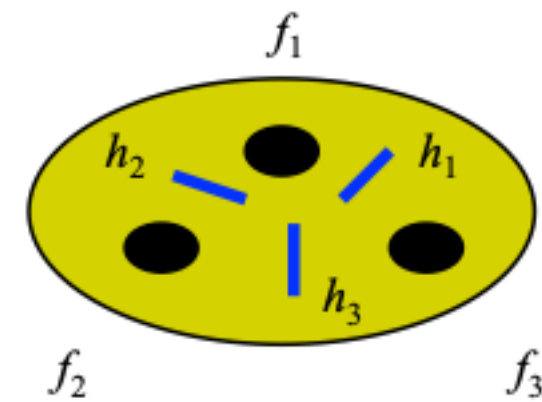
Stanford Encyclopedia of Philosophy

The dinning philosophers problem

Cinco filósofos sentam em uma mesa e podem alternadamente pensar ou comer. No entanto, para esta última tarefa devem usar os utensílios ao lado do prato (hashis) o que impede os seus vizinhos de fazer a mesma coisa. O problema original prevê cinco filósofos sendo que no máximo dois deles conseguem passar do estado pensando para o estado comendo simultaneamente.

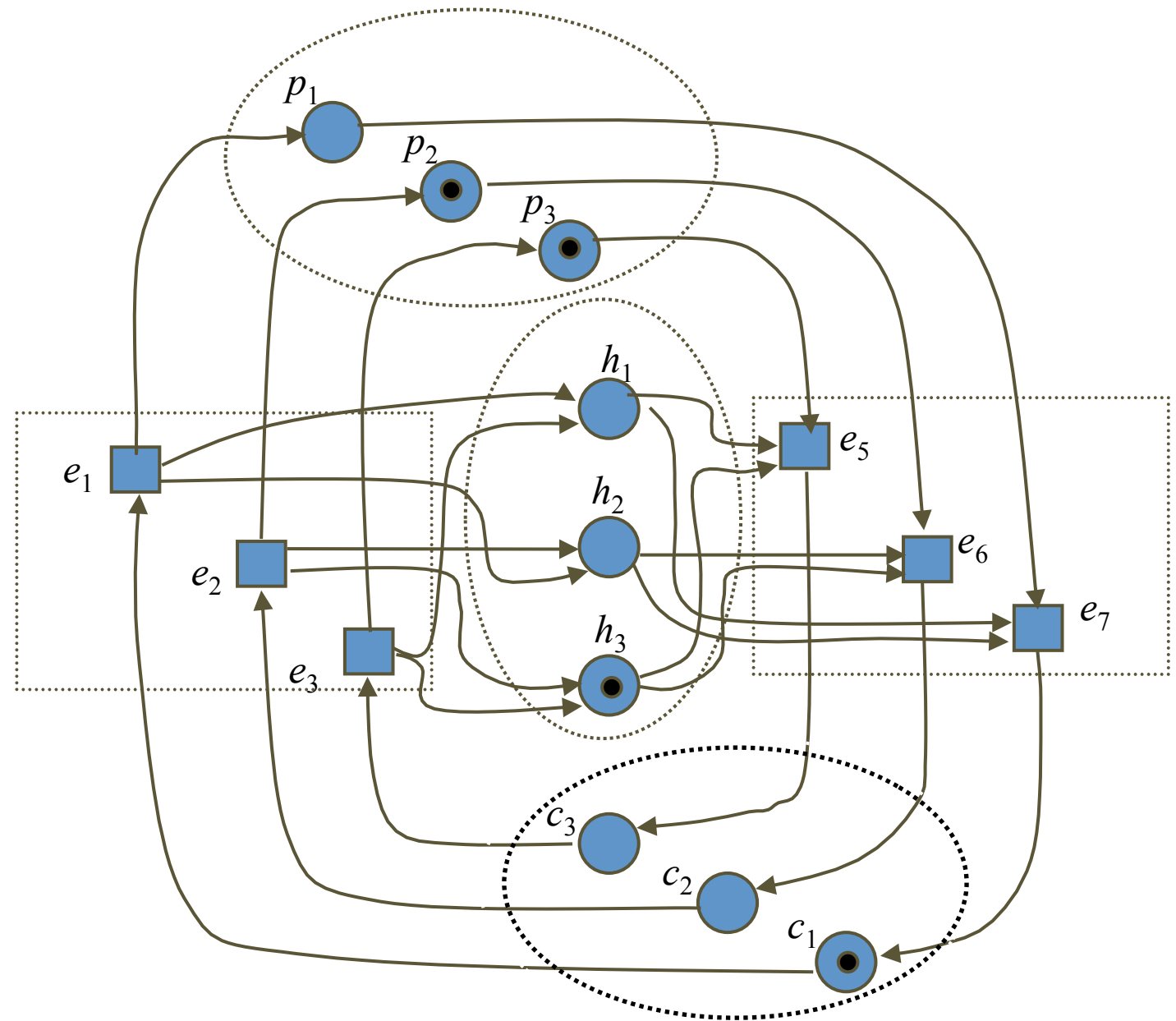
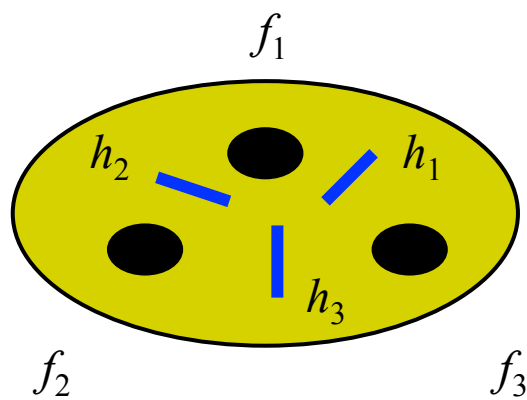


vamos adotar uma versão mais simples desse problema, mas com as mesmas propriedades, usando apenas três "filósofos".



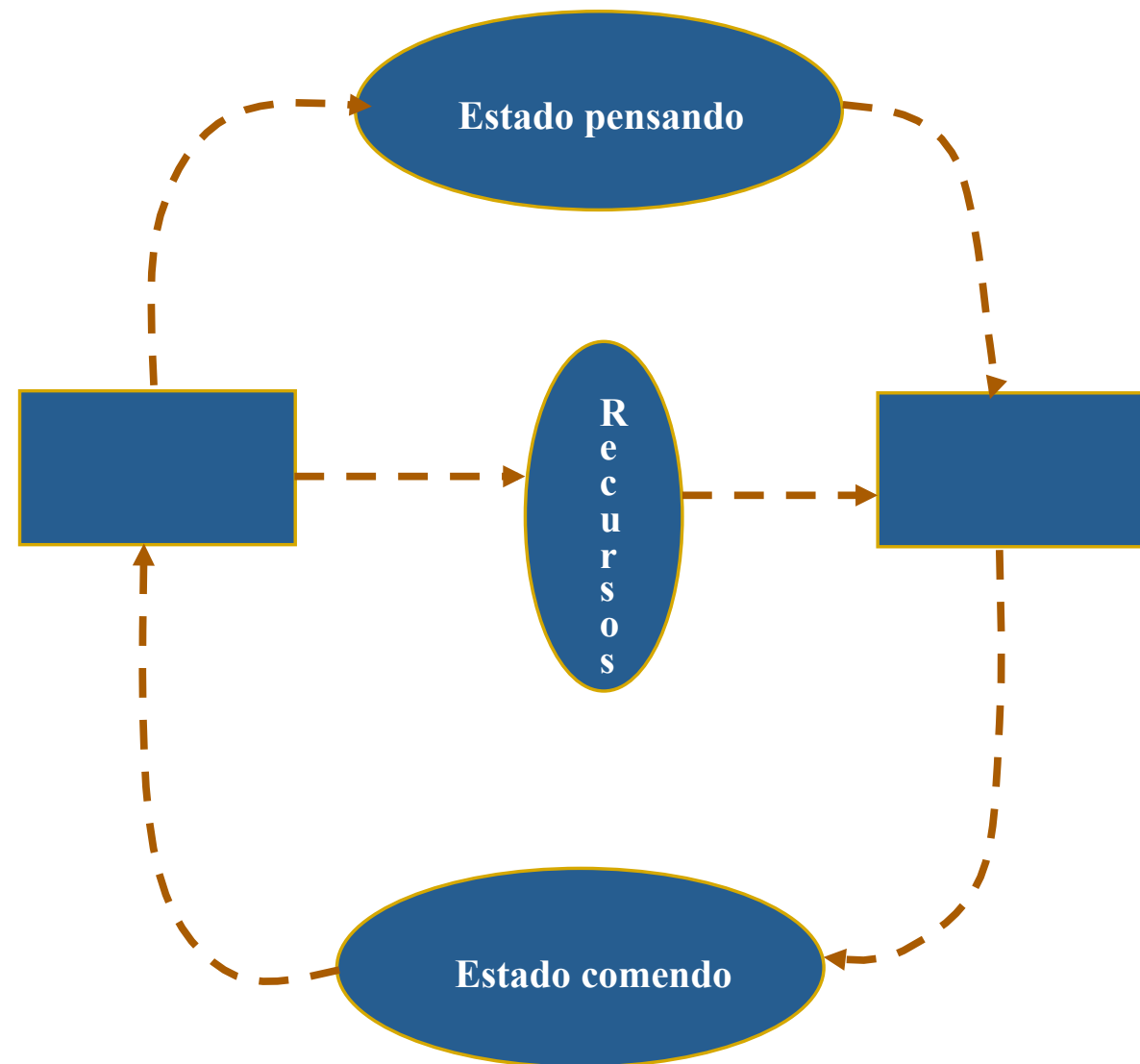
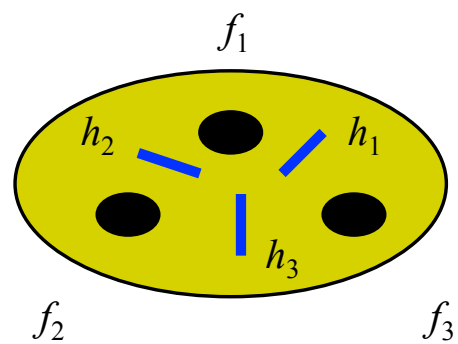
Dobramento em RdP

O exemplo dos filósofos

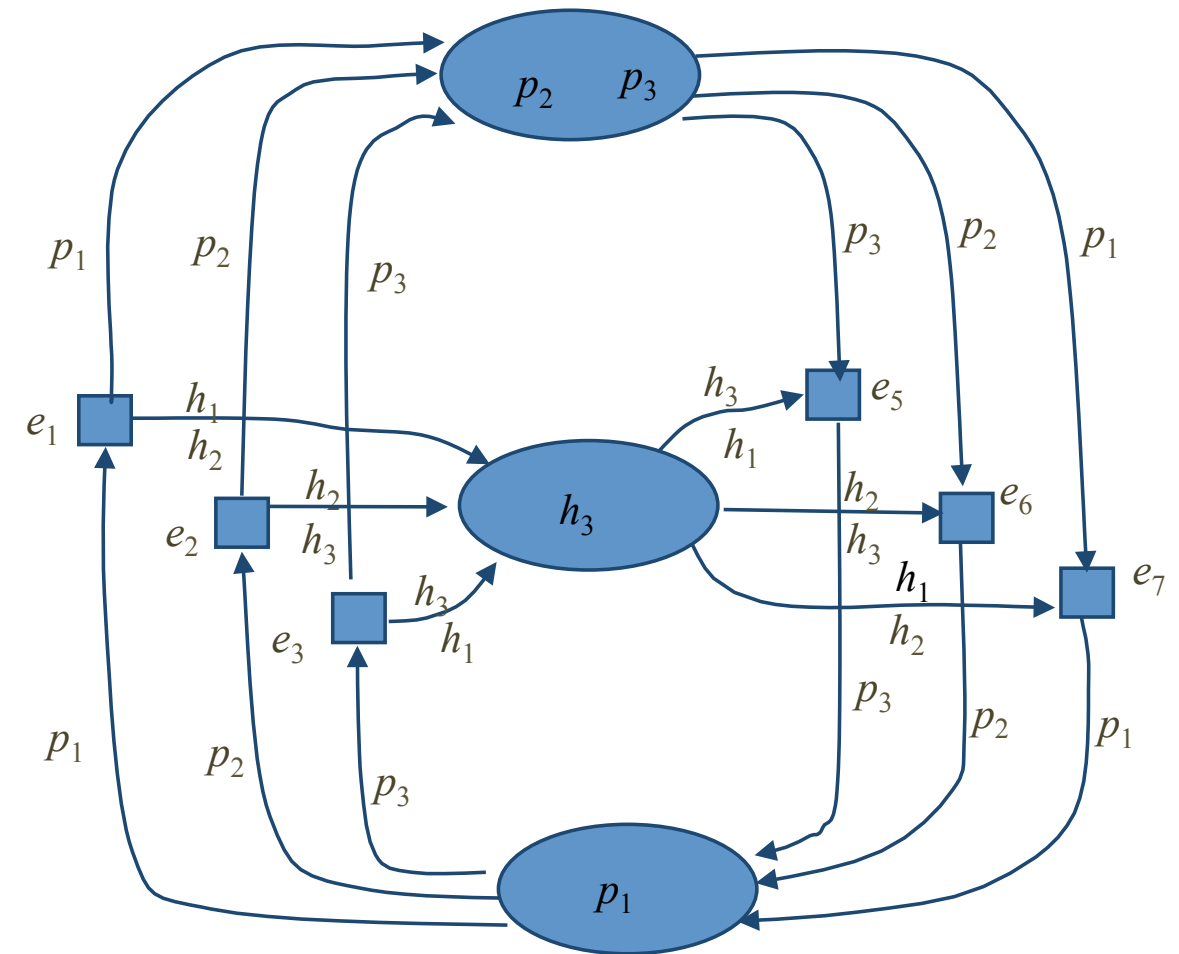
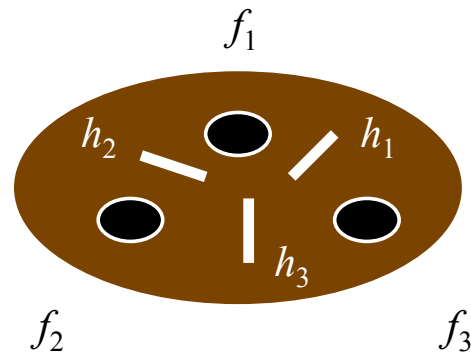


O dobramento

O exemplo dos filósofos

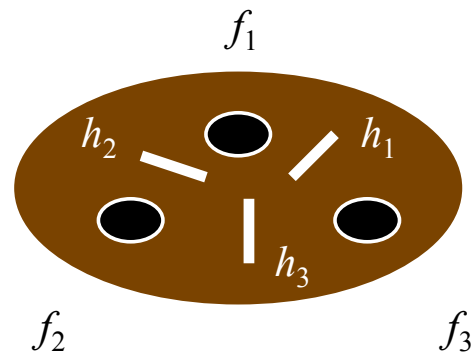


O exemplo dos filósofos



O colapso dos lugares leva à necessidade de se distinguir as marcas, tanto as que representam os filósofos quanto as que representam os recursos, isto é, os hashis.

O dobramento completo



$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$H = \{h_1, h_2, h_3\}$$

$$U = P \cup H$$

$$l : P \rightarrow H$$

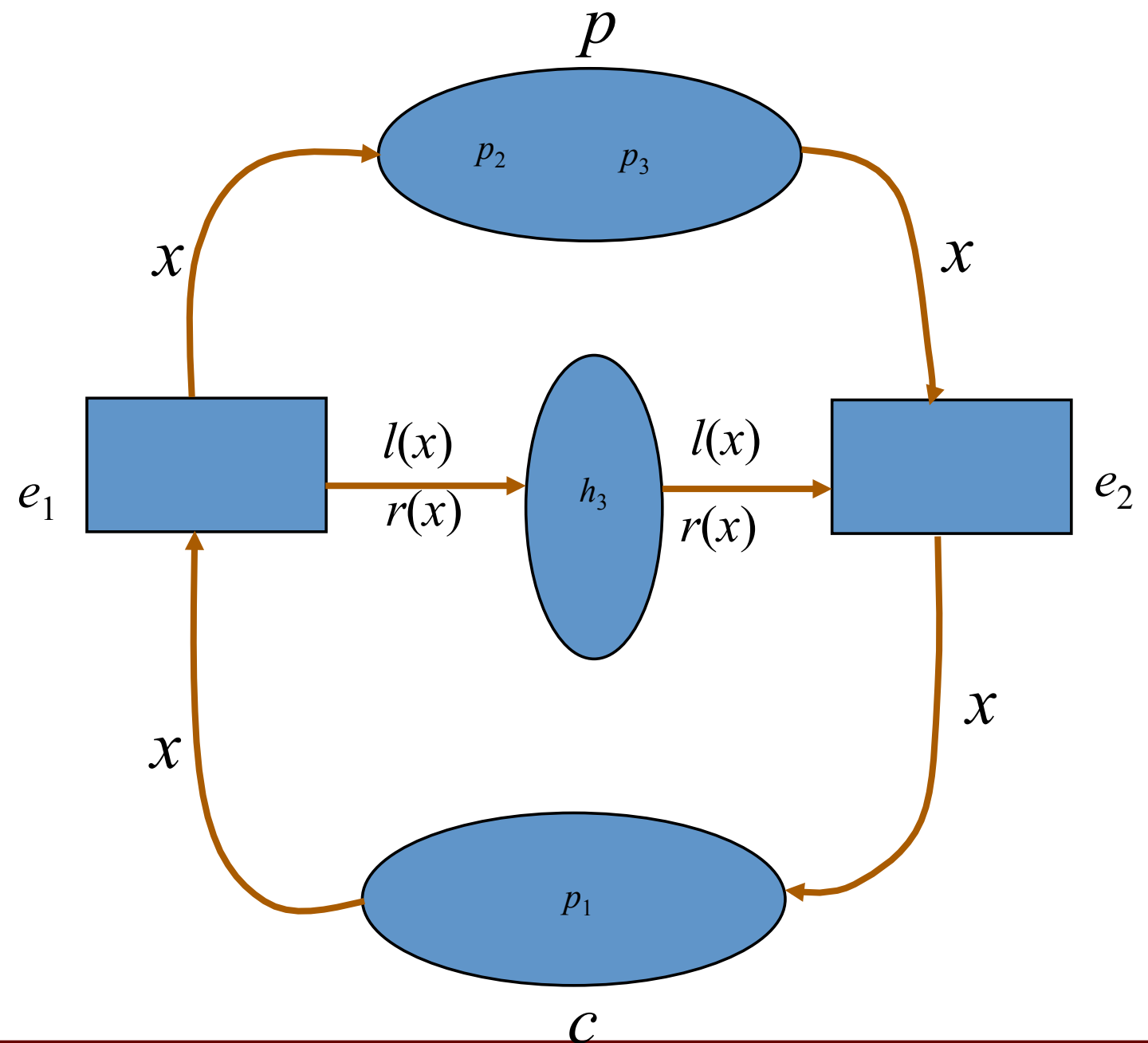
$$p_i \rightarrow h_i$$

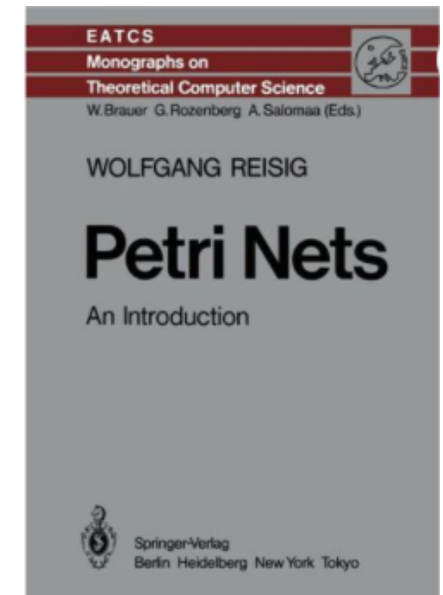
$$r : P \rightarrow H$$

$$p_1 \rightarrow h_2$$

$$p_2 \rightarrow h_3$$

$$p_3 \rightarrow h_1$$



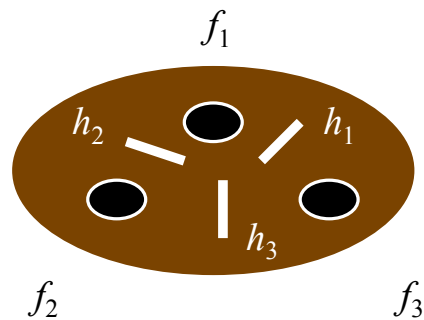


Exercicio 3, cap 8. Reisig

Caracterize conflito na rede PrT que representa o problema dos filósofos. Suplemente esta rede de modo que os três filósofos comam e pensem com igual frequencia, isto é, torne a rede *fair* no que diz respeito aos eventos que fazem o filósofo i passar do estado de reflexão ao estado de alimentação.

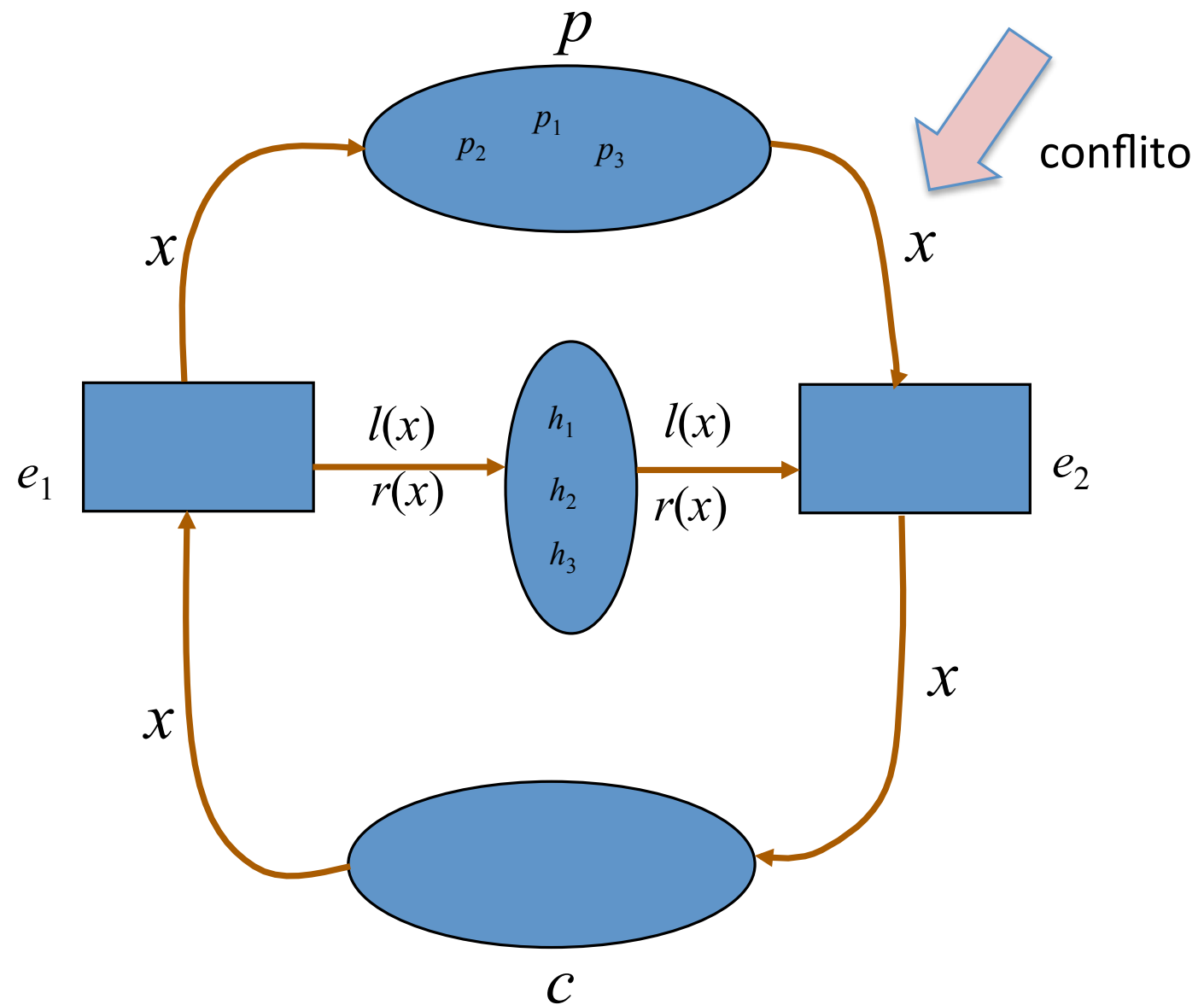
Wolfgang Reisig, Petri Nets: an Introduction, EACTS, Monographs in Theoretical Computer Science, Springer Verlag, 1985

O exemplo dos filósofos



$P = \{p_1, p_2, p_3\}$
 $H = \{h_1, h_2, h_3\}$
 $U = P \cup H$

$l : P \rightarrow H$
 $p_i \rightarrow h_i$
 $r : P \rightarrow H$
 $p_1 \rightarrow h_2$
 $p_2 \rightarrow h_3$
 $p_3 \rightarrow h_1$



O exemplo dos filósofos

$P = \{p_1, p_2, p_3\}$
 $H = \{h_1, h_2, h_3\}$
 $U = P \cup H$

$l : P \rightarrow H$

$p_i \rightarrow h_i$

$r : P \rightarrow H$

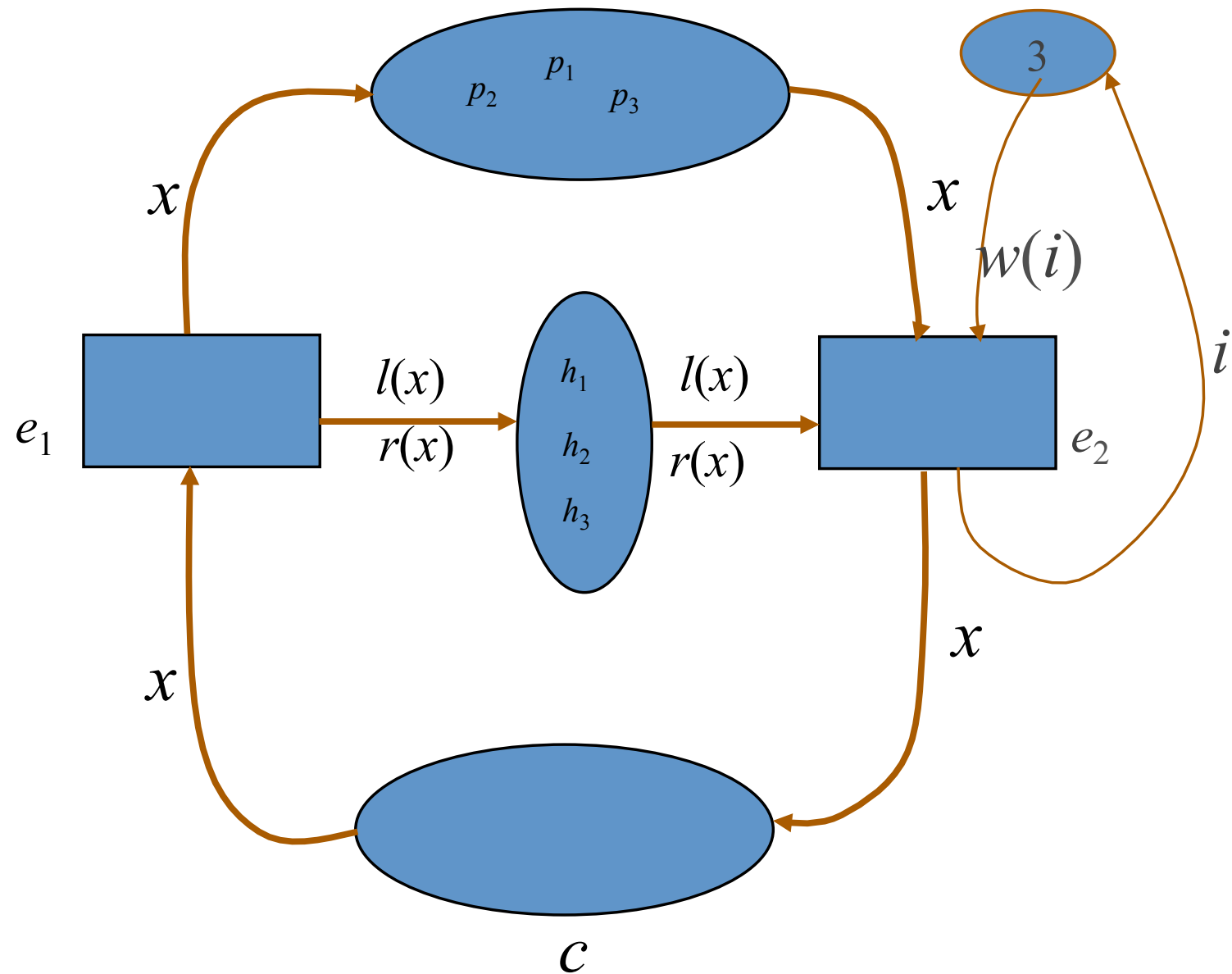
$p_1 \rightarrow h_2$

$p_2 \rightarrow h_3$

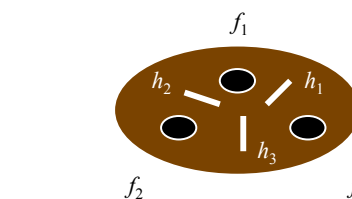
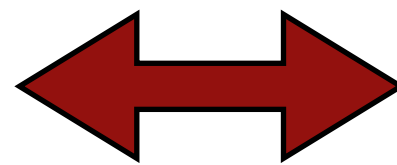
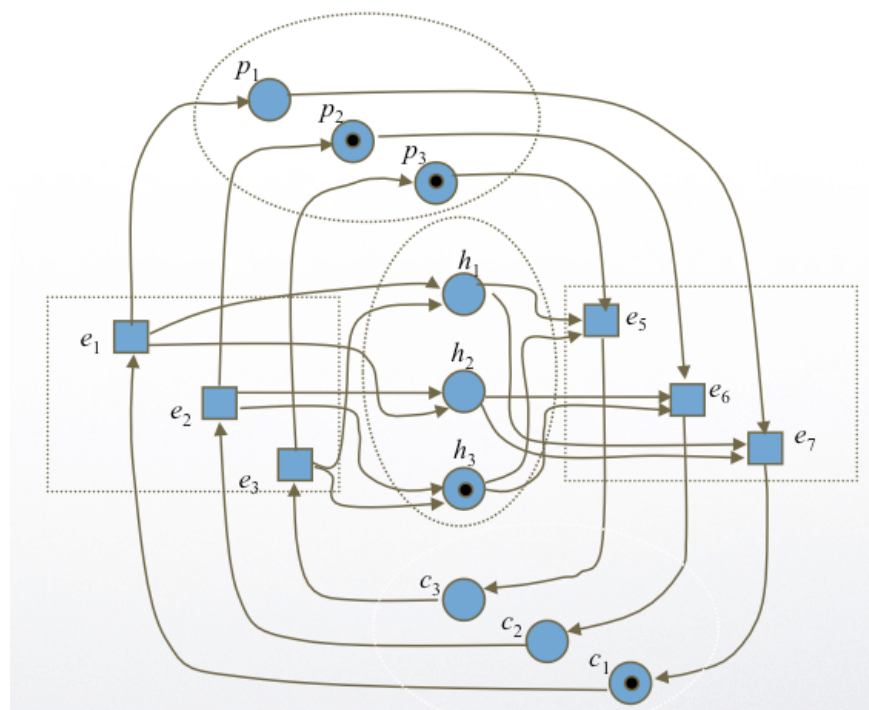
$p_3 \rightarrow h_1$

$w : P \rightarrow I$

$p_j \rightarrow j = (i) \bmod 3 + 1$

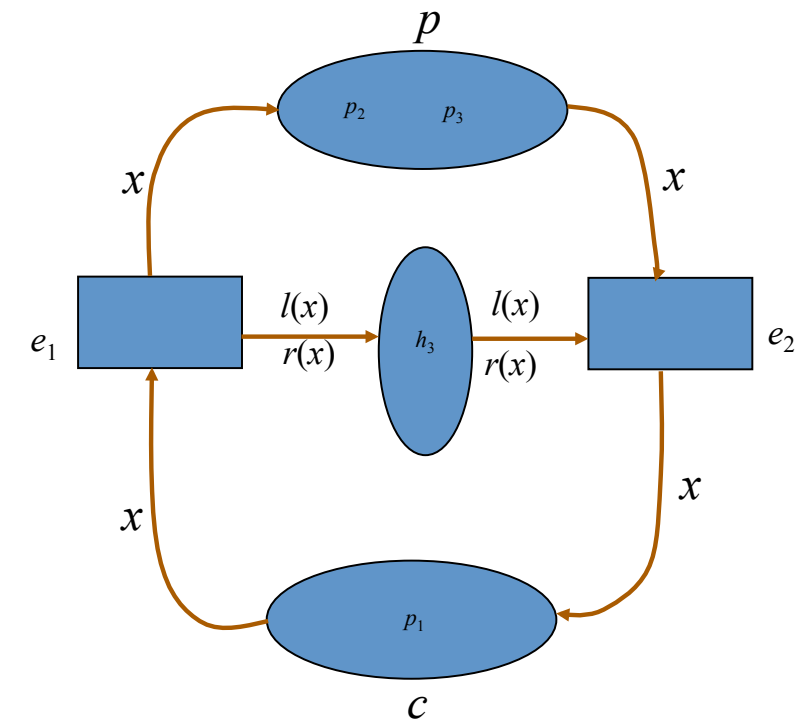


O dobramento leva de fato a uma rede mais compacta com um número menor de lugares e de transições. Entretanto, lembre que esta nova rede **NÃO PODE** ser separada das inscrições e tipos que a acompanham.



$$\begin{aligned} P &= \{p_1, p_2, p_3\} \\ H &= \{h_1, h_2, h_3\} \\ U &= P \cup H \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l : P &\rightarrow H \\ p_i &\rightarrow h_i \\ r : P &\rightarrow H \\ p_1 &\rightarrow h_2 \\ p_2 &\rightarrow h_3 \\ p_3 &\rightarrow h_1 \end{aligned}$$



Fatoração

A este processo de exploração das simetrias de uma rede para produzir uma nova rede dinamicamente equivalente à anterior mas de tamanho menor dá-se o nome de fatoração.

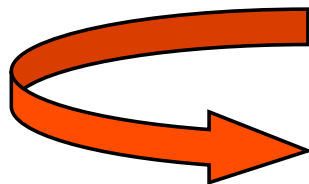
A rede resultante da fatoração é **chamada** de rede-quociente.

O problema da distinguibilidade

Como vimos anteriormente com o problema dos filósofos, a introdução da distinguibilidade das marcas (dobramento) não afeta as propriedades principais das redes.

... isto é,

- preserva a dualidade
- preserva o conceito de localidade
- preserva o princípio da concorrência
- preserva o princípio da representação gráfica
- preserva o princípio da representação algébrica



Não saímos do domínio das redes de Petri

Referências

Seguiremos daqui em diante duas referências básicas: o artigo do Einar Smith, pertencente ao mesmo LNCS que contém o último curso de Redes de Petri dado pelos maiores pesquisadores da área, e a própria definição da rede de alto nível, segundo o padrão ISO/IEC 15.909-1 (ambos colocados no Moodle).

Smith, E.; Principles of High Level Nets, LNCS 1491, pp. 174-210.

ISO/IEC 15.909, Final Draft, v.4.7.1; High Level Nets: Concepts, Definitions and Graphical Notations, October, 2000.

Aplicações

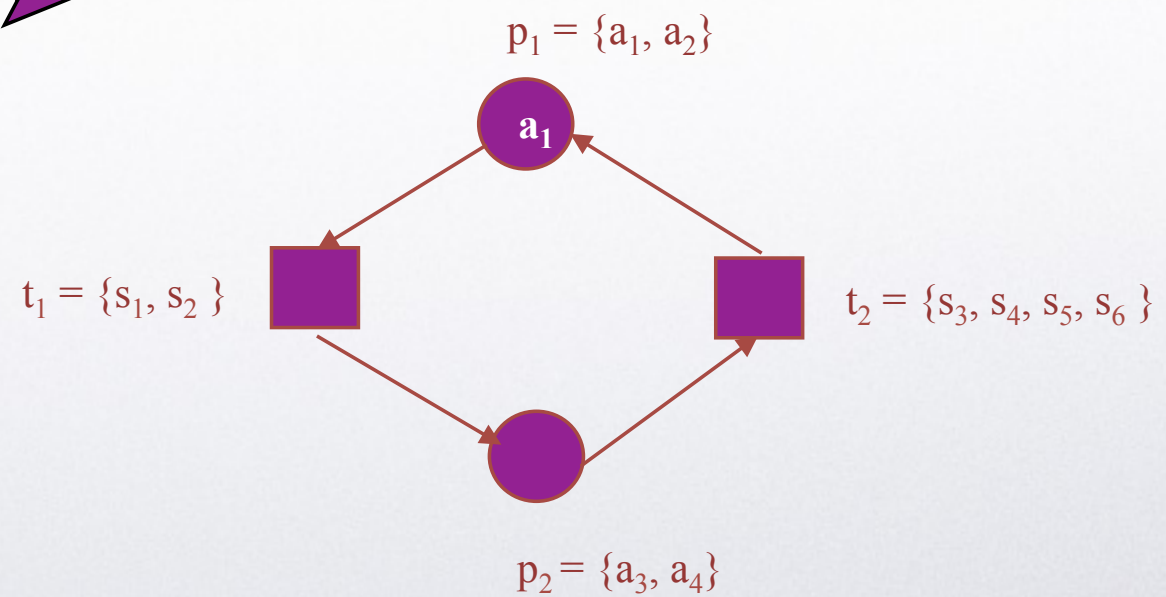
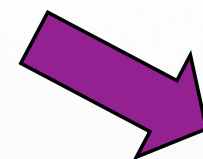
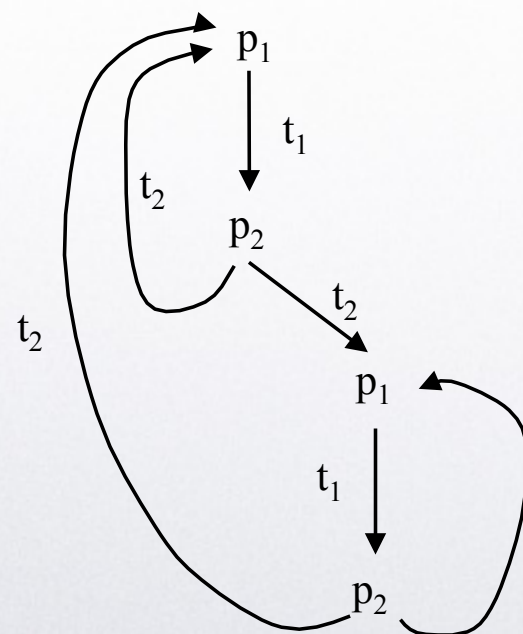
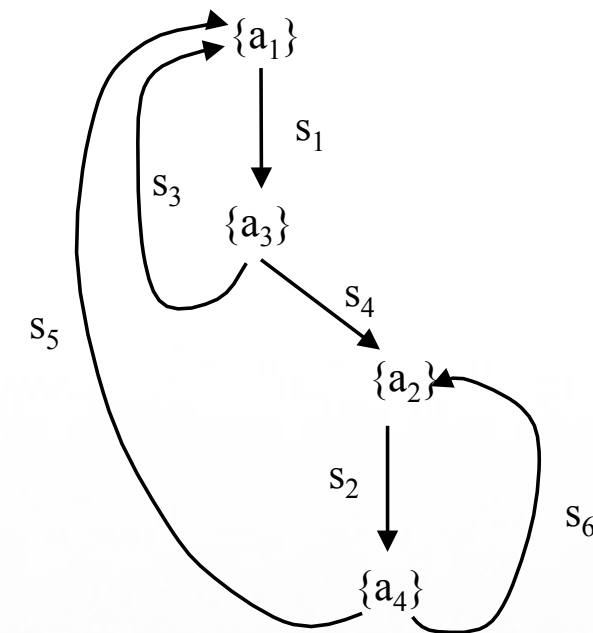
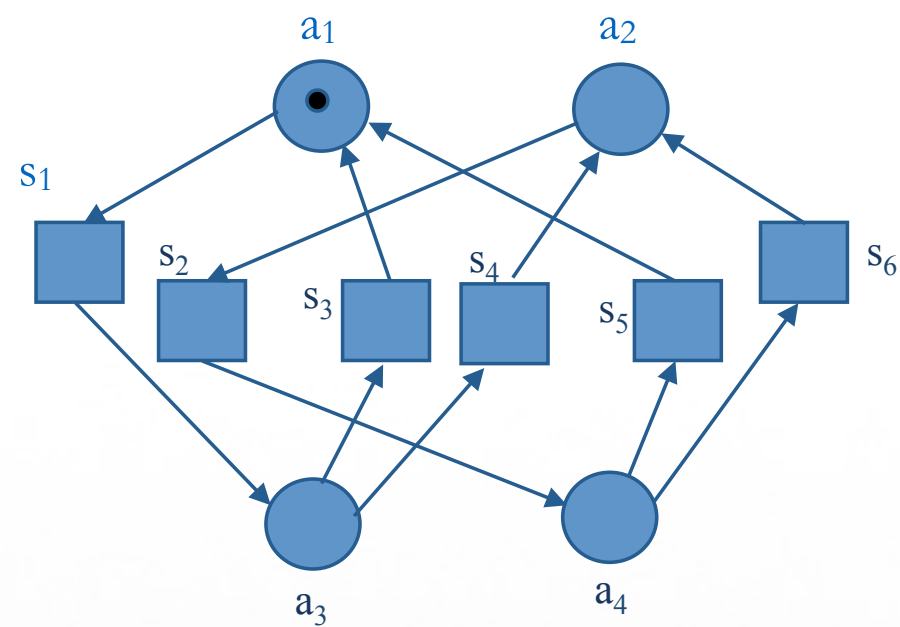
- requirements analysis;
- development of specifications, designs and test suites;
- descriptions of existing systems prior to re-engineering;
- modelling business and software processes;
- providing the semantics for concurrent languages;
- simulation of systems to increase confidence;
- formal analysis of the behaviour of critical systems; and
- development of Petri net support tools.

ISO/IEC 15.909, Final Draft, v.4.7.1; High Level Nets: Concepts, Definitions and Graphical Notations, October, 2000.

Folding X Unfolding

A fatoração (folding, ou dobramento) pode ser incluída nos métodos de modelagem, assim como sua operação inversa, o unfolding.





Formalmente,

Definition 34

Seja uma rede place/transition N e seja o seu domínio $X = P \cup T$. Existe uma equivalência ρ entre a rede N e sua rede quociente $\bar{N}$ tal que:

i) $\forall x \in X, \exists \bar{x}$ que denota uma classe de equivalência $\{y \in X \mid x \rho y\}$.

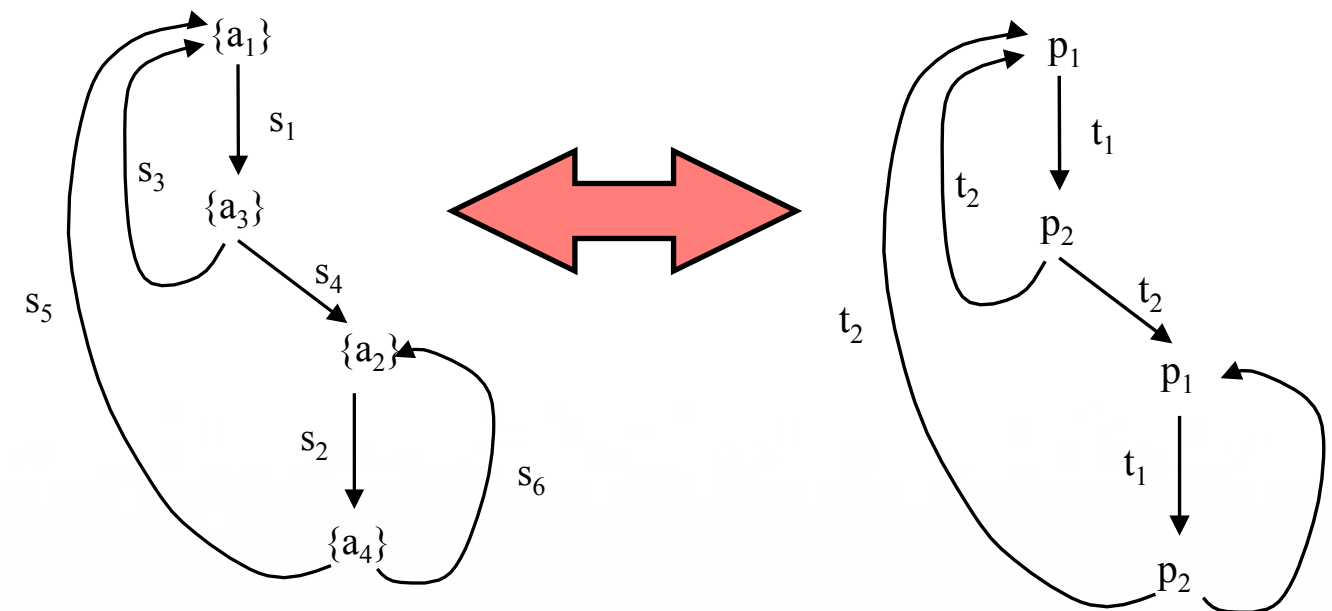
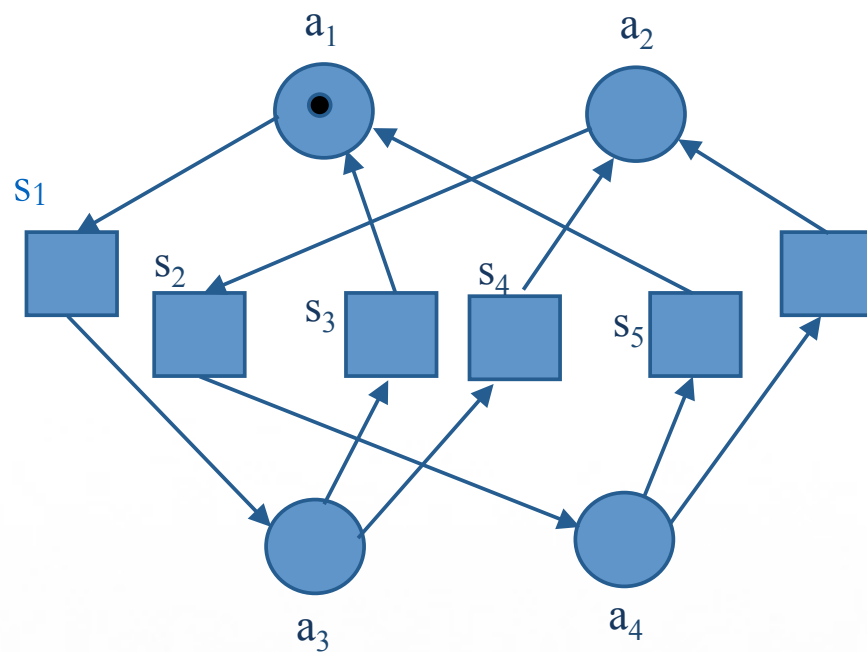
ii) Seja $Y \subseteq X$, então $\bar{Y} := \{\bar{x} \mid x \in Y\}$,

iii) ρ preserva o sort, isto é, $\rho \cap (P \times T) = \emptyset$,

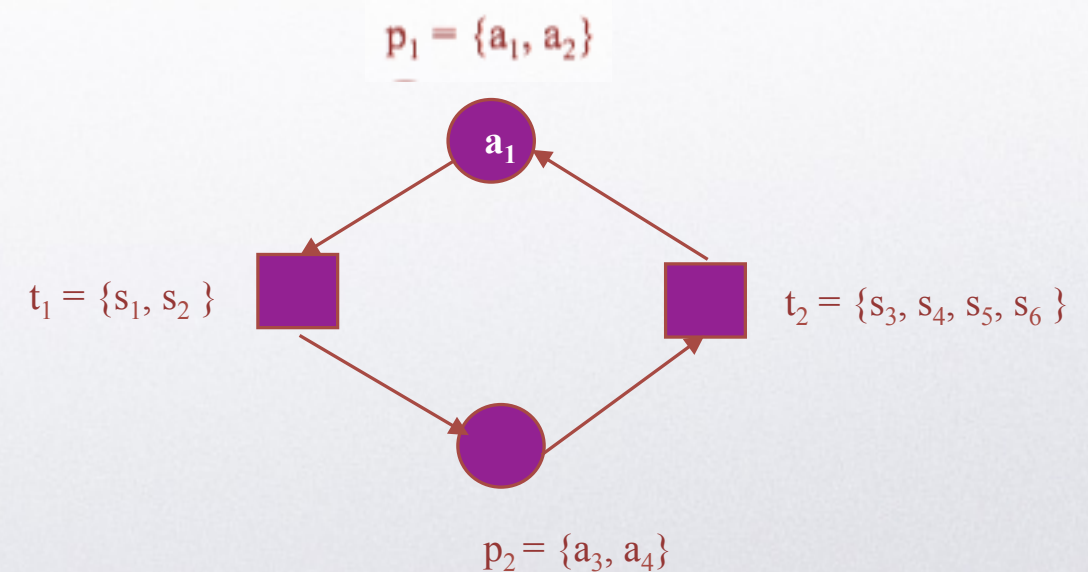
iv) A relação de fluxo $\bar{F}$ sobre o domínio $\bar{X}$ é definida por,

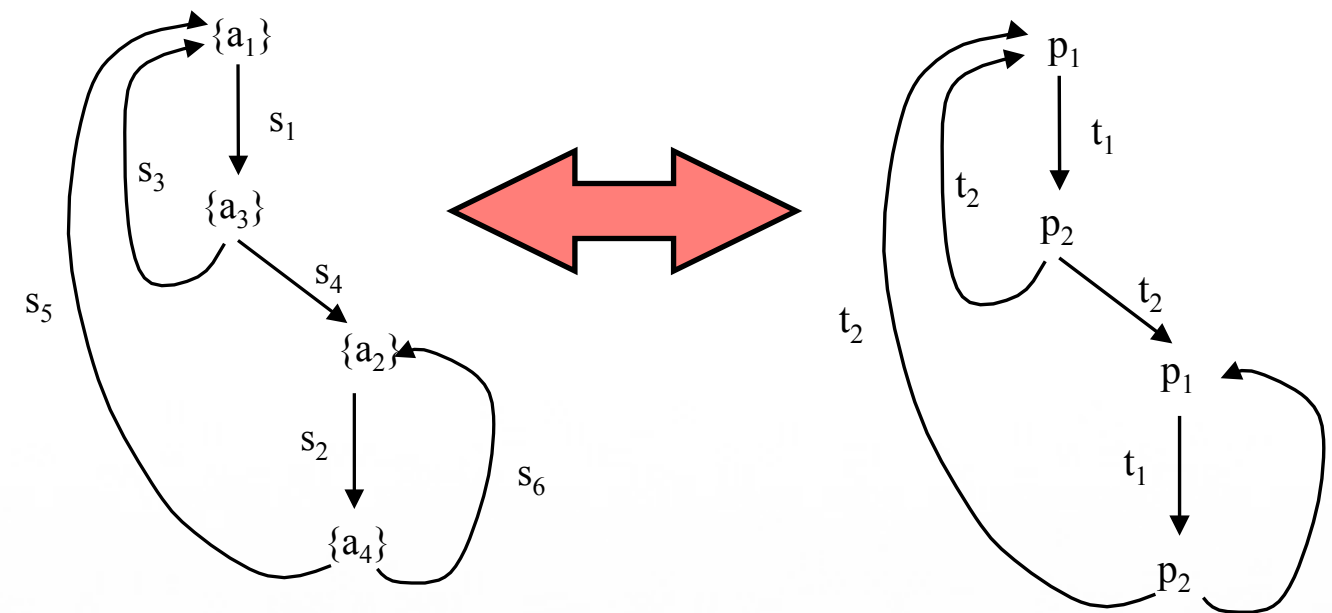
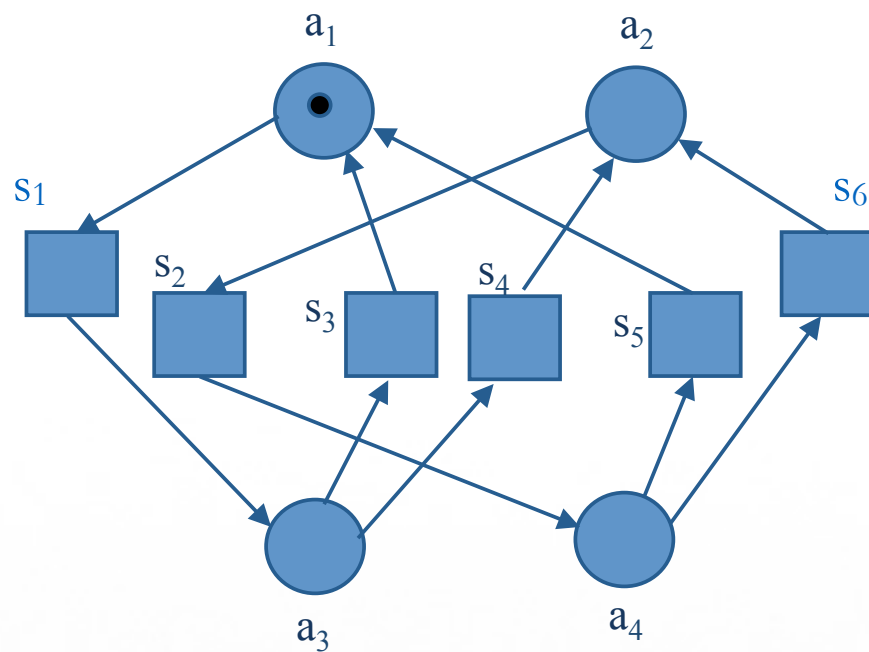
$$\bar{x} \bar{F} \bar{y} \iff \exists x' \in \bar{x} \wedge \exists y' \in \bar{y} \mid x' F y'$$

v) Denota-se a nova rede $(\bar{P}, \bar{T}; \bar{F})$ de $\bar{N}$.



$$\begin{aligned} \rho: \bar{x}_1 &= \{a_1, a_2\} \rightarrow p_1 \\ \bar{x}_2 &= \{a_3, a_4\} \rightarrow p_2 \\ \bar{x}_3 &= \{s_1, s_2\} \rightarrow t_1 \\ \bar{x}_4 &= \{s_3, s_4, s_5, s_6\} \rightarrow t_2 \end{aligned}$$





$$\rho: \bar{x}_1 = \{a_1, a_2\} \rightarrow p_1$$

$$\bar{x}_2 = \{a_3, a_4\} \rightarrow p_2$$

$$\bar{x}_3 = \{s_1, s_2\} \rightarrow t_1$$

$$\bar{x}_4 = \{s_3, s_4, s_5, s_6\} \rightarrow t_2$$

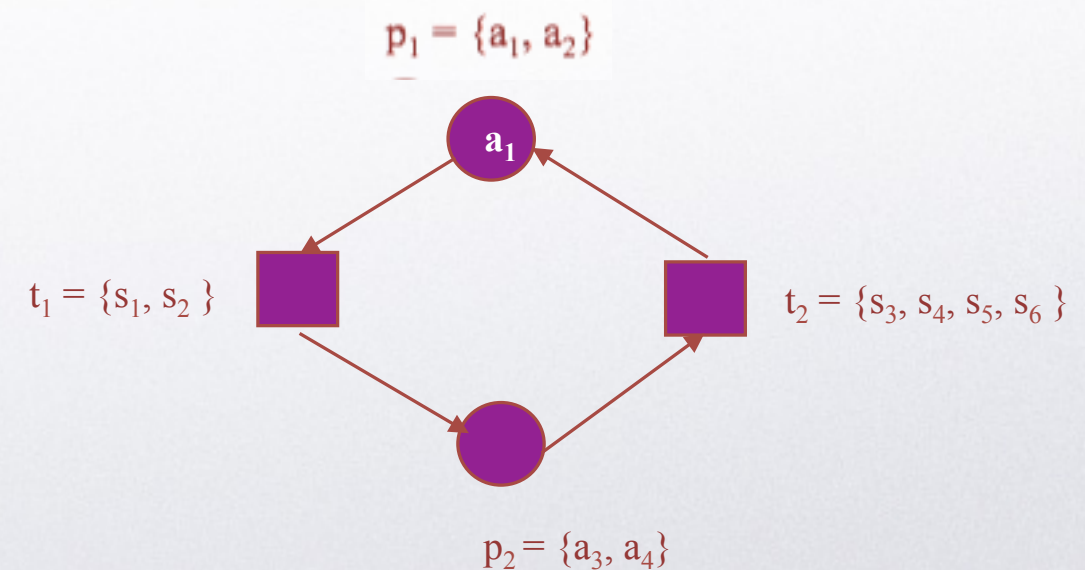
$$\bar{x} = \{x_i\}$$

$$\rho: \mathbf{M}(\bar{x}) = \mathbf{M}\{x_i\}$$

$$\mathbf{M}(p_1) = \mu \mathbf{M}\{a_1, a_2\} = 1a_1$$

$$\mathbf{M}(p_2) = \mu \mathbf{M}\{a_3, a_4\} = 0$$

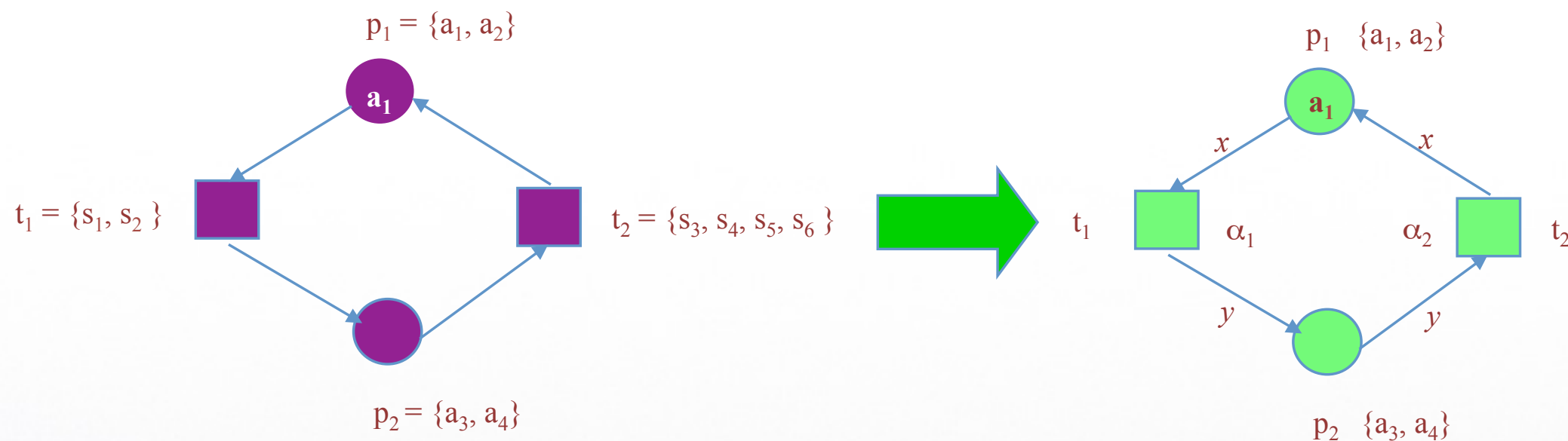
$$\bar{W}(p_1, t_1) = a_1 \vee a_2 = \bar{W}(t_1, p_2) = \bar{W}(p_2, t_2) = \bar{W}(t_2, p_1)$$



Definition 35

Seja uma rede P/T com estrutura N , $PT = (N, K, W, M_0)$. e uma bijeção (equivalência) ρ que preserva o sort. Chama-se rede quociente em relação a ρ ao sistema $\bar{PT} = (\bar{N}, \bar{K}, \bar{W}, \bar{M}_0)$ que tem a mesma dinâmica que a rede original.

Basic High Level Net



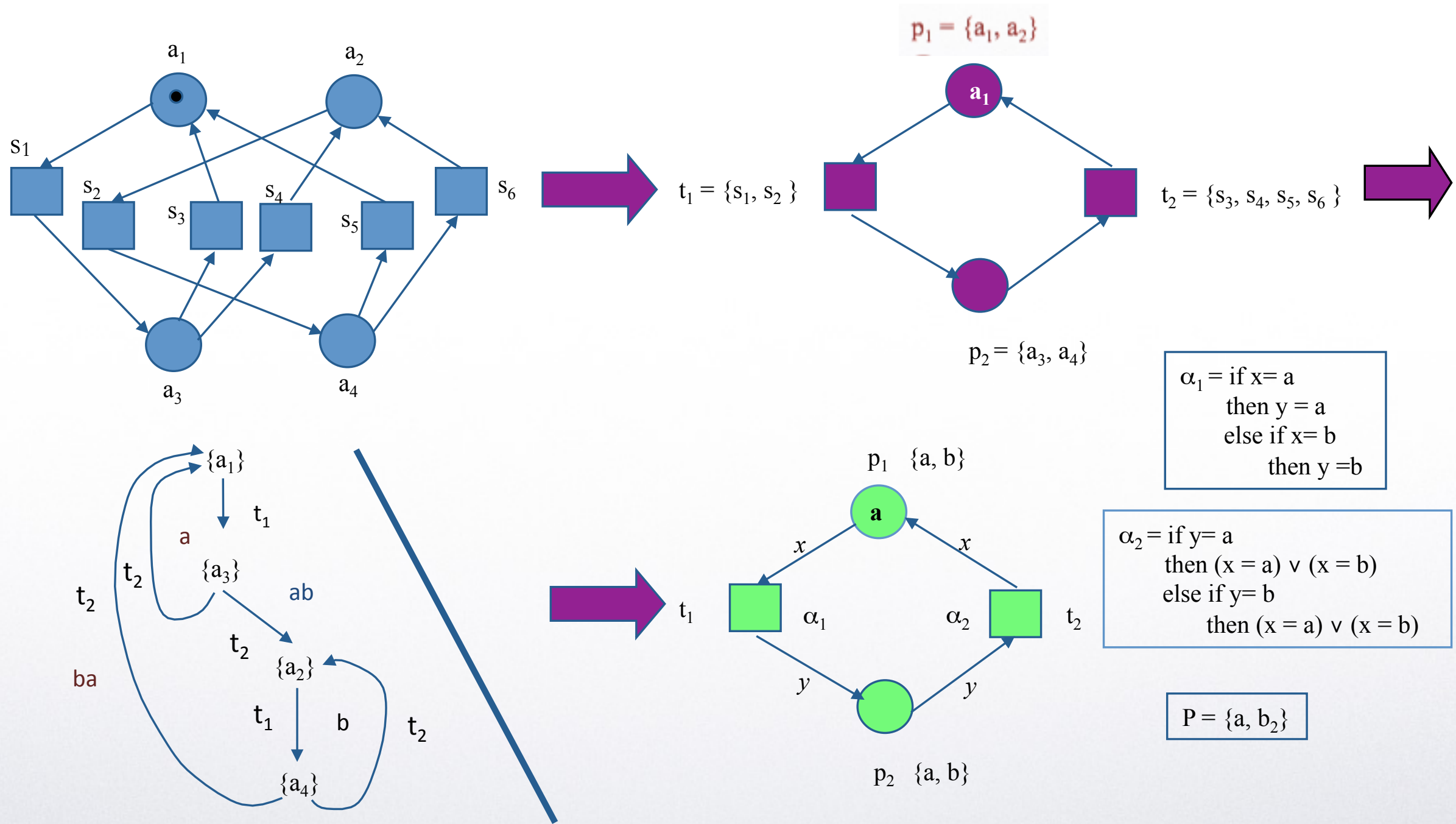
- lugares possuem marcas individualizadas
- transições ocorrem em diferentes modos restritos à regra de localidade (agir somente sobre o seu pre-set e pós-set)

Smith, E.; Principles of High Level Nets, LNCS, 1491, Springer Verlag, 1998.

$\alpha_1 =$ if $x = a_1$
 then $y = a_3$
 else if $x = a_2$
 then $y = a_4$

$\alpha_2 =$ if $y = a_3$
 then $(x = a_1) \vee (x = a_2)$
 else if $y = a_4$
 then $(x = a_1) \vee (x = a_2)$

$P = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$



ISO/IEC 15.909

Def.36] Uma rede de Petri de alto nível, HLPN é uma estrutura dada pela n-upla $HLPN=(P,T,D;Time,Pre,Post,M_0)$ onde:

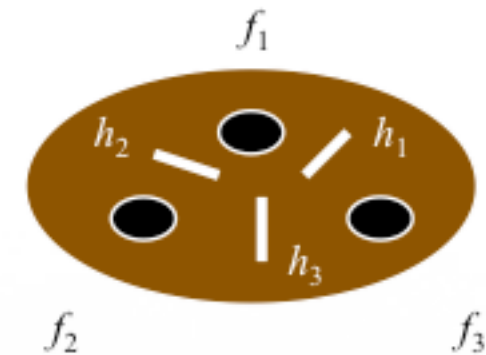
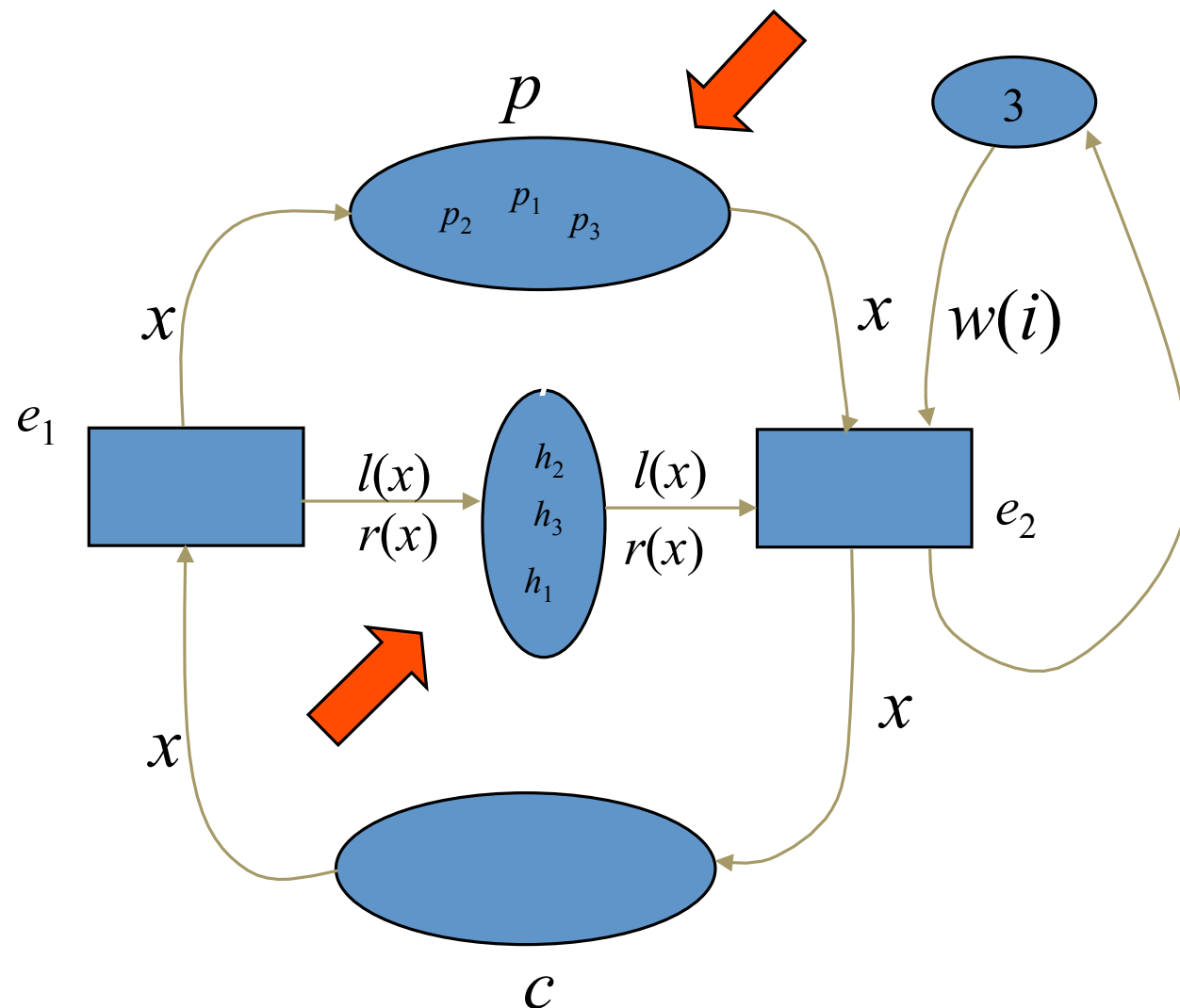
- P é um conjunto finito de elementos chamados lugares;
- T é um conjunto finito de elementos chamados transições;
- D é um conjunto finito, não-vazio, de domínios ou tipos;
- $Pre, Post: TRANS \rightarrow \mu PLACE$, onde

$$TRANS=\{(t,m) \mid t \in T, m \in Type(t)\}$$

$$PLACE=\{(p,g) \mid p \in P, g \in Type(p)\}$$

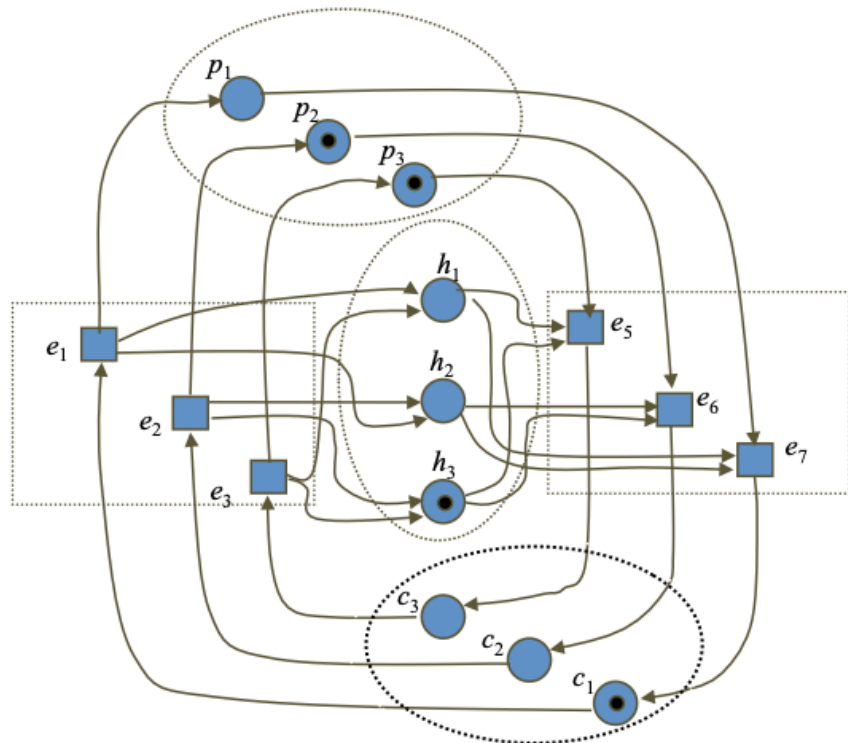
- $M_0 \in \mu PLACE$ é o multiset que denota a marcação inicial da rede.

Representação da marcação e multisets



A distinguibilidade das marcas nos leva à introdução de estruturas especiais no lugar das marcas, chamadas multisets.

Surge agora um problema de representação: a marcação de um lugar em uma rede P/T é representada por um inteiro positivo. Mas se as marcas passam a ser distinguíveis é preciso dizer a quantidade de marcas de cada tipo neste mesmo lugar.



$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$H = \{h_1, h_2, h_3\}$$

$$U = P \cup H$$

$$l : P \rightarrow H$$

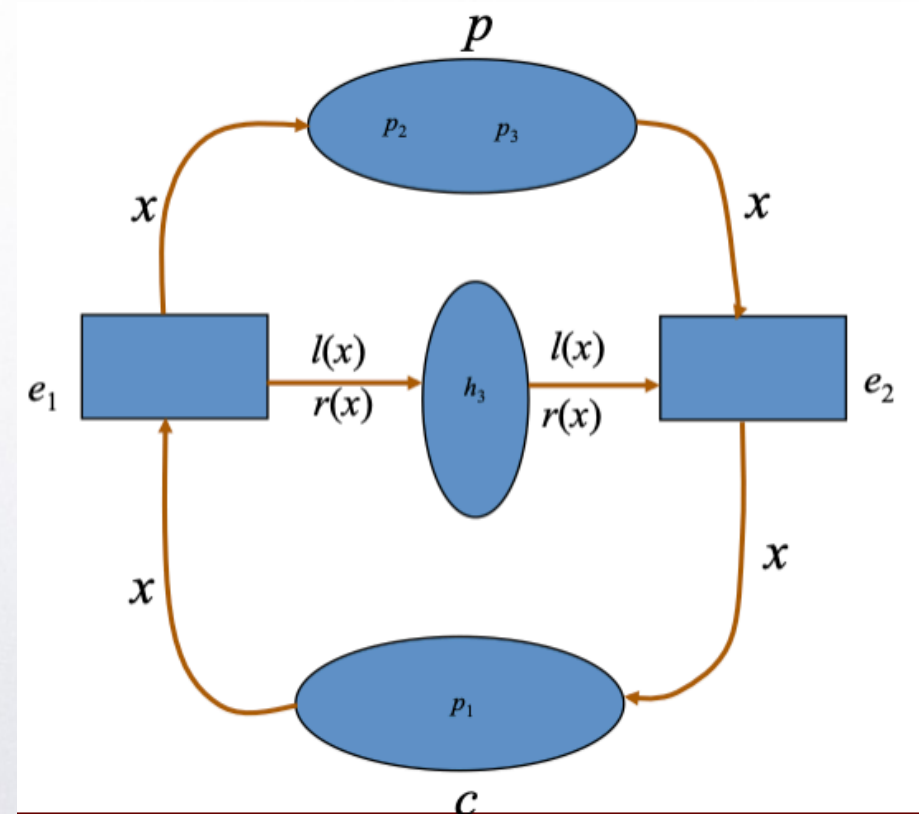
$$p_i \rightarrow h_i$$

$$r : P \rightarrow H$$

$$p_1 \rightarrow h_2$$

$$p_2 \rightarrow h_3$$

$$p_3 \rightarrow h_1$$



Multisets

Seja o conjunto (base set) $\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$.

Em teoria de conjuntos, $\{a, c, f\} \cup \{c, f, g\} = \{a, c, f, g\}$.

Já em multisets (bags),

$$\{a, c, f\} \cup \{c, f, g\} = \{a, c, c, f, f, g\}$$

também descrito como $1`a + 2`c + 2`f + 1`g$

De fato, o mesmo conjunto pode ser escrito como,

$$1`a + 0`b + 2`c + 0`d + 2`f + 1`g + 0`h$$

onde os coeficientes indicam o grau de multiplicidade de cada elemento do conjunto de base.

A forma simplificada para especificar este conjunto consiste em suprimir os elementos de coeficiente nulo.

Operações básicas

União : Sejam dois multisets representados pelos respectivos vetores de coeficientes sobre um conjunto de base (base set),

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_s),$$

$$n = (n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_s)$$

A união entre estes multisets é dada por,

$$m \cup n = (m_1 + n_1, \dots, m_i + n_j, \dots, m_s + n_s)$$

Multiplicação por um escalar : Dado um multiset sobre um conjunto de base S , representado pelo seu vetor de coeficientes,

$$m = (m_1, \dots, m_i, \dots, m_s).$$

Está definida a multiplicação de m por um escalar p , resultando no seguinte multiset,

$$p * m = (p m_1, \dots, p m_i, \dots, p m_s)$$

Relação de Ordem parcial : Dados dois multisets, representados pelos respectivos vetores de coeficientes sobre um conjunto de base (base set) S ,

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_s),$$

$$n = (n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_s)$$

Está definida a comparação entre estes dois multisets

$m \geq n$ se e somente se $m_i \geq n_i$ para todo i

Cardinalidade de um multiset : Um multiset

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_s),$$

tem cardinalidade $|m| = \sum m_i$

Subtração : Sejam dois multisets representados pelos respectivos vetores de coeficientes sobre um conjunto de base (base set),

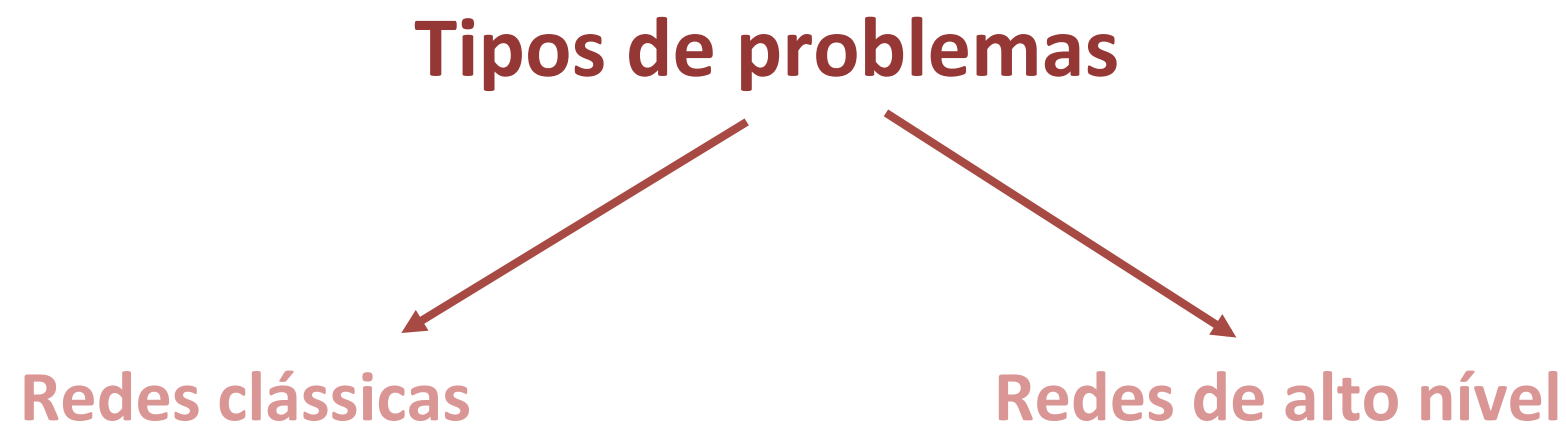
$$m = (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_s),$$

$$n = (n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_s)$$

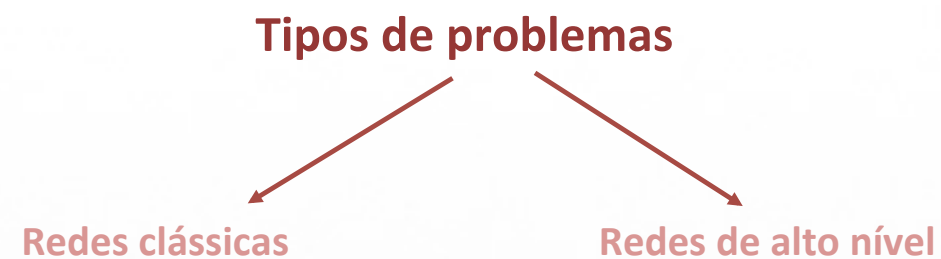
A subtração entre estes dois multisets, $m - n$, existe se $m \geq n$ e é dada por,

$$m - n = (m_1 - n_1, \dots, m_i - n_i, \dots, m_s - n_s)$$

Se a forma de reconhecer simetria for sempre “visual”, como alegam alguns autores, valeria a pena optar por uma representação em redes de alto nível?



Se a forma de reconhecer simetria for sempre “visual”, como alegam alguns autores, valeria a pena optar por uma representação em redes de alto nível?



Redes coloridas

Redes Coloridas

- As marcas são divididas em conjuntos e separadas por tipo
- A área de declaração do sistema contém a identidade de cada variável assim como em declarações em ML
- Os arcos possuem inscrições e filtros que selecionam o tipo de marca que pode fluir por este arco.
- O comportamento dinâmico é dado pelo conjunto : grafo, inscrições e declaração.

History of Colored Petri Nets. Development of CPNs **was initiated in the early 1980s** when distributed systems were becoming a major paradigm for future computing systems. ... Many formal modeling languages for concurrent systems have been developed, including Statecharts,¹⁰ Timed Automata,¹ and Promela.

Redes de Petri Convencionais

Linguagens Formais

Sincronização de
processos
concorrentes

Definição de Tipos
Manipulação
Sintaxe

Kurt Jensen, An Introduction to the Practical Use of Coloured Petri Nets, Lect. Notes in Comp. Science 1492, 1998.



Kurt Jensen
Univ. of Aarhus, Denmark

An Introduction to the Practical Use of Coloured Petri Nets

Kurt Jensen

Department of Computer Science, University of Aarhus
Ny Munkegade, Bldg. 540, DK-8000 Aarhus C, Denmark

Phone: +45 89 42 32 34, Telefax: +45 89 42 32 55

E-mail: kjensen@daimi.aau.dk, WWW: <http://www.daimi.aau.dk/~kjensen/>

Abstract: The development of Coloured Petri Nets (CP-nets or CPN) has been driven by the desire to develop a modelling language – at the same time theoretically well-founded and versatile enough to be used in practice for systems of the size and complexity found in typical industrial projects. To achieve this, we have combined the strength of Petri nets with the strength of programming languages. Petri nets provide the primitives for describing synchronisation of concurrent processes, while programming languages provide the primitives for definition of data types and manipulation of their data values.

The paper focuses on the practical use of Coloured Petri Nets. It introduces the basic ideas behind the CPN language, and it illustrates how CPN models can be analysed by means of simulation, state spaces and condensed state spaces. The paper

Na próxima aula vamos discutir mais o formalismo associado às redes coloridas, hoje as mais usadas na prática, além das possibilidades de aplicação das redes clássicas (convencionais) e das redes de alto nível e coloridas.

