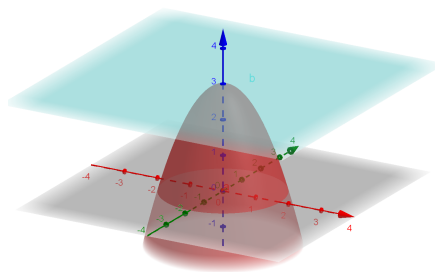


## Lista 15 - Sobre funções diferenciáveis



(I) Prove, pela definição, que a função  $f(x, y) = x^2 + 2y$  é diferenciável no ponto  $(1, 2)$ .

(II) Estude a diferenciabilidade das seguintes funções:

$$1. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{3x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$2. f(x, y) = \begin{cases} \frac{5x^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$3. f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$4. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$5. f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 y}{2(x-1)^2 + 4y^2} + 3x + 2y & \text{se } (x, y) \neq (1, 0) \\ 3 & \text{se } (x, y) = (1, 0) \end{cases}$$

$$6. f(x, y) = \begin{cases} \frac{(y-1)^4}{x^2 + (y-1)^2} + 4x + 3y + 1 & \text{se } (x, y) \neq (0, 1) \\ 4 & \text{se } (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

$$7. f(x, y) = e^{x-y^3}$$

$$8. f(x, y) = \ln(1 + 2x^4 + x^2y^2)$$

$$9. f(x, y) = y \cos(xy + 9)$$

(III) Determine o plano tangente ao gráfico da função  $f(x, y) = 3x^3y^2$  no ponto  $(1, 1, f(1, 1))$ .

(IV) Determine o plano tangente ao gráfico da função  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$  no ponto  $(1, 1, \frac{\pi}{4})$ .

(V) Seja  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função derivável tal que  $g(0) = 3$  e  $g'(0) = -2$ . Considere a função  $f(x, y) = 4y \cdot g(x^2 - 2y)$ . Determine o plano tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto  $(2, 2, f(2, 2))$ .