

4300270 – Eletricidade e Magnetismo I

Prova 1 – 8/10/2021

Nome: _____ Nº USP _____

AVISOS:

- Escolha apenas dois exercícios, resolva e entregue no site da disciplina no “local para entrega das provas” até 13 hs do dia 8 de outubro.
- O prazo para entrega dos outros dois exercícios será 12 de outubro até as 23:59 hs, no novo link que será criado para este fim.
- É permitido o uso de calculadoras, consulta a livros e slides das aulas, mas NÃO aos colegas.
- Escreva de maneira legível e entregue uma cópia também legível.
- Justifique TODAS as suas respostas, bem como fórmulas utilizadas fora deste formulário.
- Para facilitar a correção, sempre que possível encontre a solução em função das variáveis literais e só no final substitua pelos valores numéricos.

Formulário

$$k = 8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\int \frac{x \, dx}{x+d} = x - d \ln(x+d)$$

$$\vec{F}_{ij} = \frac{kq_i q_j}{r_{ij}^2} \hat{r}_{ij} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$

$$U = qV \quad \Delta U = q\Delta V \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \sum_{j < i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \quad V_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \Delta V = V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right)$$

$$C = \frac{Q}{V} \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} = \frac{QV}{2}$$

Formulário

capacitores em série: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$ em paralelo: $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$

constante dielétrica: $\kappa = \frac{C}{C_0}$ $\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right)$

$J = \frac{I}{A}$ $\vec{J} = nq\vec{v}_d$ $R = \frac{\rho l}{A}$

$J = \sigma E$ $E = \rho J$ $\sigma = \frac{1}{\rho}$

$V = RI$ $P = \varepsilon I$ $P = RI^2$

Resistor em série: $R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i$ em paralelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}} = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a^2} \right)$$

Constante dielétrica: $\kappa = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

Lei de Gauss para dielétrico: $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{livre}}$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

Aceleração da gravidade, $g=9.8 \text{ m/s}^2$

- 1) Um disco de raio R está carregado com densidade superficial de carga $\sigma = \sigma_0 R/r$.

Em função de σ_0 , R e ε , responda:

Considere que o potencial de um anel de raio r uniformemente carregado a distância x do centro do anel ao longo do eixo que passa pelo seu centro é dada por:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}$$

(1,0) a) Determinar a carga total do disco, Q .

(1,0) b) Determine o potencial do disco em função da distância ao centro do disco, ao longo do eixo perpendicular (eixo x) passando pelo seu centro.

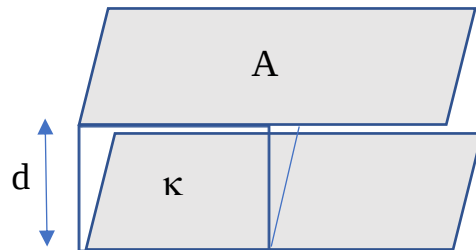
(0,5) c) Qual é o trabalho necessário para trazer uma partícula de carga q do infinito a uma distância de $x=1\text{m}$ ao longo do eixo x definido no item anterior.

- 2) Um cilindro isolante infinitamente longo de raio R tem uma densidade volumétrica de carga que varia com o raio como $\rho = \rho_0(a - \frac{r}{b})$, onde ρ_0 , a e b são constantes positivas e r é a distância radial até o eixo do cilindro. Use a lei de Gauss para determinar o vetor campo elétrico a distâncias radiais do eixo do cilindro, tais que:

(1,25) a) $r < R$.

(1,25) b) $r > R$

- 3) Um capacitor de placas paralelas de área A e separação d , é carregado através de uma diferença de potencial V e depois desligado da fonte. Uma fatia de dielétrico, de constante dielétrica $\kappa=2$, espessura d e área $A/2$ é inserida no capacitor, como mostrado na figura. Considere que para o ar a permissividade é: $\epsilon \cong \epsilon_0$.
- (0,5) a) Por que o campo elétrico tem que ter o mesmo valor no dielétrico e no espaço cheio de ar entre as placas, neste caso? Justifique sua resposta.
- (0,5) b) Qual a relação σ_2/σ_1 , sendo σ_2 a densidade de cargas na placa na região onde tem o dielétrico e σ_1 é a densidade de carga na região da placa onde tem ar.
- (1,0) b) Qual é a capacitância do capacitor depois da introdução do dielétrico?
- (0,5) b) Qual é a diferença de potencial depois da introdução do dielétrico? Este potencial é aumentado ou reduzido depois de ser inserido o dielétrico?



- 4) Uma pequena esfera não condutora de massa $m=1.00 \times 10^{-5}$ kg e carga $q=4.0 \times 10^{-8}$ C (uniformemente distribuída em todo volume) está pendurada em um fio não-condutor que faz um ângulo $\theta=30^\circ$ (em equilíbrio) com uma placa vertical fina, não condutora, uniformemente carregada (vista de perfil). Considerando a força gravitacional a que a esfera está submetida e supondo que a placa possua uma grande extensão, responda:
- (1,5) a) Calcule a densidade superficial σ da placa.
- (1,0) b) Calcule a tração T na corda.

