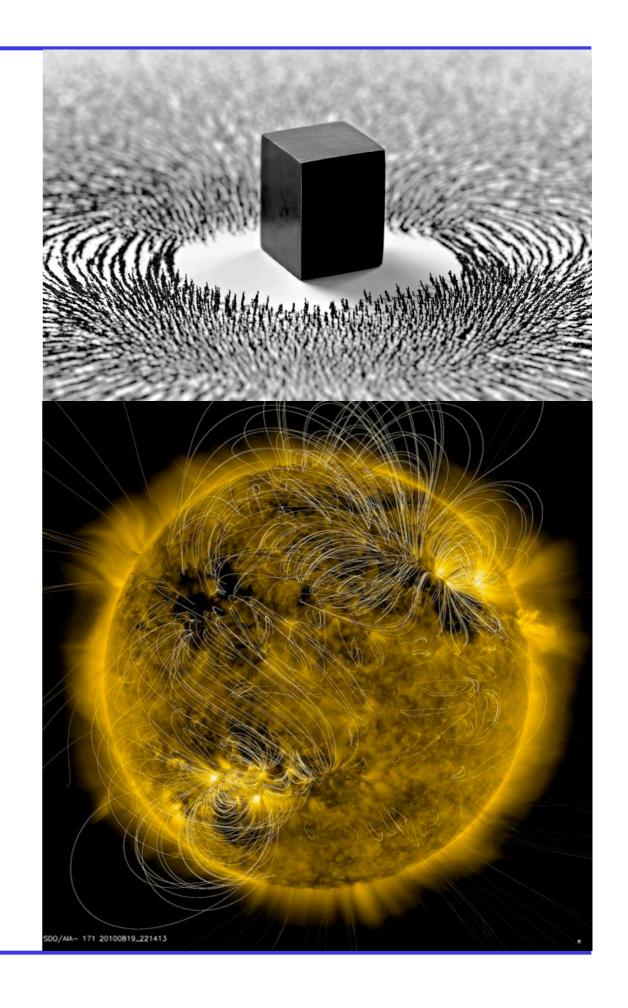
Magnetismo

- **♦ A "força" magnética**
- Leis de Ampère e Biot-Savart
- **♦ O potencial-vetor**
- Alguns exemplos



A "força" magnética

- Quanto começamos a estudar o magnetismo, nunca é uma boa idéia olhar para ímãs: como veremos mais adiante, a física desses materiais é na verdade bastante complexa!
- É muito melhor observar o que acontece ao redor de *fios* que carregam *correntes*.
- Uma observação importante é notar que, se um par de fios que carregam correntes são colocados próximos um ao outro, aparece uma força entre eles, que depende não apenas da intensidade da corrente, mas da orientação relativa dos fios, e da distância entre eles.
- Essa força é perpendicular à direção na qual flui a corrente, e portanto é inevitável que acabemos utilizando um produto vetorial na lei de força que envolve o campo magnético.
- A idéia é que a corrente, o campo e a força estão todos relacionados por meio de produtos vetoriais:

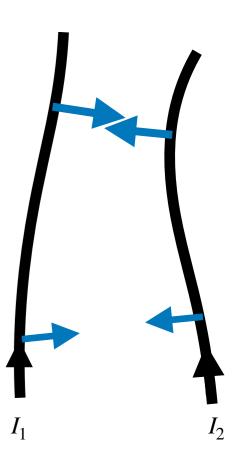
$$Id\vec{l} \perp d\vec{B} \perp d\vec{F}$$

• Vamos começar com a força, e tentar algo como:

$$d\overrightarrow{F}_{B} = (Id\overrightarrow{l}) \times \overrightarrow{B}$$
 ,

o que de fato é a parte magnética da *força de Lorentz*.

 Mas antes de prosseguir, vamos discutir um pouco melhor a natureza dessa "corrente", e ver de que modo ela se relaciona com a densidade de cargas.



Cargas e correntes

- · Vamos olhar em detalhe o que está acontecendo numa corrente que flui por um fio muito fino.
- Uma corrente corresponde a um certo número de cargas que entra e sai de um certo elemento de volume por exemplo, o fio visto muito de perto se parece com o cilindro indicado na figura.
- * No *regime estacionário*, as cargas que *entram* nesse volume são exatamente contrabalançadas por cargas que *saem* do volume:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dt} \bigg|_{S,baixo} = \frac{dQ}{dt} \bigg|_{S,cima}$$

• Podemos expressar isso em termos da densidade de cargas, da superfície que essas cargas atravessam, e da velocidade com que essas cargas se movem. Desse modo, a carga que atravessa uma superfície *S* é dada por:

$$\frac{dQ_S}{dt} = \rho S \frac{dl}{dt} = \rho S v = \int d\overrightarrow{S} \rho \overrightarrow{v} ,$$

onde, se você preferir, pode pensar num elemento de volume dV = S dl.

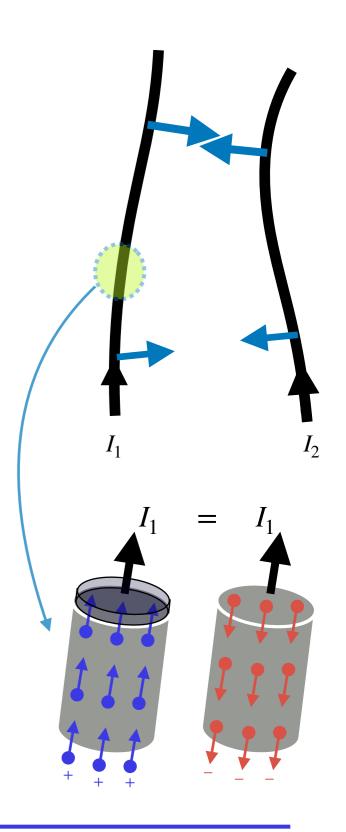
• Claramente, existe uma relação entre a carga que entra num determinado volume, a carga que sai desse volume, e a variação da carga dentro desse volume. Usando a convenção da carga que **entra** no volume, podemos fazer a integral sobre uma superfície fechada:

$$\frac{dQ_V}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V dV \rho = -\oint_{S(V)} d\overrightarrow{S} \cdot (\rho \overrightarrow{v})$$

• O termo $\rho \overrightarrow{v}$ da integral de superfície tem dimensões de **corrente por unidade de volume** — e é uma **quantidade vetorial**. De fato, podemos identificar isso como uma **densidade de corrente**, e fazer:

$$\int_{V} dV \, \frac{\partial \rho}{\partial t} \, = - \oint_{S(V)} d\overrightarrow{S} \cdot \overrightarrow{J} \qquad \text{,} \qquad \text{e como isso vale para qualquer volume, temos:}$$

$$\int_{V} dV \, \frac{\partial \rho}{\partial t} \, = - \int_{V} dV \, \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{J} \quad , \quad \text{e assim obtemos a } \mathbf{equação} \, \mathbf{da} \, \mathbf{continuidade} : \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{J} \, = \, 0$$



Cargas e correntes

· Vamos repetir aqui esse resultado fundamental, que é a equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{J} = 0$$

- Essa é uma das equações mais importantes da Física, e aparece não apenas no Eletromagnetismo, mas na:
 - ightharpoonup Mecânica de fluidos (ho
 ightharpoonup densidade, $\overrightarrow{J}
 ightharpoonup$ corrente do fluido)
 - ullet Termodinâmica (ho
 ightarrow calor, $\overrightarrow{J}
 ightarrow$ fluxo de calor)
 - Teoria de campos
 - E muito mais
- De fato, a equação da continuidade é *mais básica* do que a Física ela expressa algo que é praticamente *lógica*: se você move algo de um lugar para outro, é necessário gerar uma corrente desse "algo". Ou seja, se acumulamos algo num certo local, é porque a corrente levou aquele "algo" até ali, e o divergente da corrente é expressão exata dessa acumulação.
- Vamos agora retornar à força de um campo magnético e à força de Lorentz. Para uma corrente num fio fino obtivemos:

$$d\overrightarrow{F}_{B} = (Id\overrightarrow{l}) \times \overrightarrow{B}$$
 ,

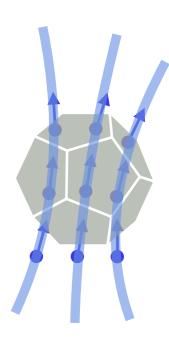
Isso pode ser generalizado para o caso de uma densidade de corrente como:

$$d\overrightarrow{F}_B = (\overrightarrow{J}dV) \times \overrightarrow{B}$$

• E para uma carga pontual q que se move com velocidade \overrightarrow{v} temos portanto a força de Lorentz:

$$\overrightarrow{F}_B = q \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{F}_L = q (\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B})$$

• Note que a força magnética é perpendicular tanto à densidade de corrente \overrightarrow{J} (ou, de modo equivalente, à velocidade de cargas pontuais), quanto ao campo magnético \overrightarrow{B} .



A "força" magnética

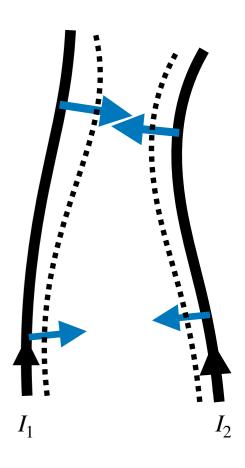
- Desde o início é importante deixar algo muito claro: a força magnética nunca, nunca, nunca realiza trabalho.
- Isso fica evidente através da expressão para a força de Lorentz:

$$\overrightarrow{F}_L = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B})$$

$$\Rightarrow dW = \overrightarrow{F}_L \cdot d\overrightarrow{x} = q\overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{x} + q\left(\frac{d\overrightarrow{x}}{dt} \times \overrightarrow{B}\right) \cdot d\overrightarrow{x} = q\overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{x}$$



- Entretanto, por mais que a gente saiba disso, muitas vezes a nossa imaginação/ intuição nos confunde, e acabamos culpando o campo magnético por efeitos que ele não pode ter causado!
- Lembre-se: toda vez que algum tipo de trabalho estiver sendo feito por/sobre um sistema, em última análise os responsáveis são os *campos elétricos*. Mas nós vamos retornar a esse assunto oportunamente.



Magnetostática

- Vamos começar o estudo do magnetismo com a situação mais simples possível, na qual temos correntes estacionárias. Isso significa que a densidade de corrente é tal que não há acúmulo de cargas em nenhum lugar do condutor por onde elas fluem.
- Em outras palavras, da equação da continuidade temos:

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

e como a **densidade de cargas** é **estática**, $\partial \rho / \partial t = 0$, segue que:

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{J} = 0$$

- Essa é a condição básica da magnetostática, e será a nossa hipótese de trabalho por enquanto — mais tarde vamos relaxar essa condição.
- Sob a hipótese de correntes estacionárias, Ampère e Biot-Savart descobriram que o campo magnético (ou melhor, aquilo que vai na força de Lorentz!) pode ser descrito pelas leis:

$$\overrightarrow{\nabla} imes \overrightarrow{B} \ = \ \mu_0 \, \overrightarrow{J} \qquad ext{[Lei de Ampère]} \quad , \quad ext{e}$$

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0$$



Magnetostática

- Historicamente, antes de Ampère (1826) havia uma lei "fenomenológica" que foi derivada por Biot-Savart (1820), e que funcionava muito bem — mas ela não era geral o suficiente para lidar com alguns tipos de sistemas físicos.
- A expressão de Biot-Savart é a seguinte:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int I(\vec{r}') \, d\vec{l}' \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \, \vec{J}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

 De modo a demonstrar que a lei de Biot-Savart segue da Lei de Ampère, vamos introduzir a noção do potencial vetor. Note que, como:

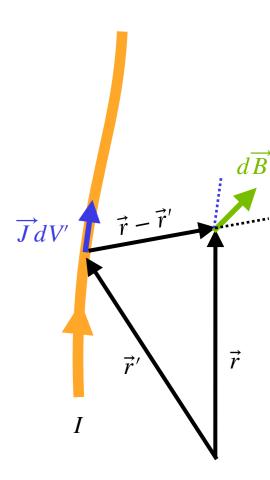
$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0$$
 , então segue (lembre do Teorema da Helmholtz!):

$$\Rightarrow \overrightarrow{B} = \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{A}$$

Substituindo isso na Lei de Ampère temos:

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} = \overrightarrow{\nabla} \times (\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{A}) = \mu_0 \overrightarrow{J}$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{\nabla} \left(\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{A} \right) - \nabla^2 \overrightarrow{A} = \mu_0 \overrightarrow{J}$$



Invariância de calibre (gauge)

- Nesse ponto é útil introduzir um conceito que é fundamental no eletromagnetismo, ao qual vamos retornar frequentemente: a noção de que a **relação** entre os **potenciais** e os **campos físicos** (\overrightarrow{E} e \overrightarrow{B}) não é unívoca.
- De fato, sabemos que devido às Equações de Maxwell, os campos \overrightarrow{E} and \overrightarrow{B} ficam invariantes se fizermos as **transformações de** calibre (ou **transformações de gauge**):

$$\overrightarrow{A}
ightarrow \overrightarrow{A} + \overrightarrow{\nabla} f$$
 , e

$$\phi \to \phi - \frac{\partial f}{\partial t}$$

• Por enquanto, apenas a primeira parte nos importa — a invariância de calibre do potencial vetor \overrightarrow{A} . Isso significa que podemos escolher *qualquer função* f tal que, por exemplo:

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{A} \to \overrightarrow{\nabla} \cdot (\overrightarrow{A} + \overrightarrow{\nabla} f) = 0$$
 (Essa escolha é o que chamamos de **escolha de calibre de Coulomb.**)

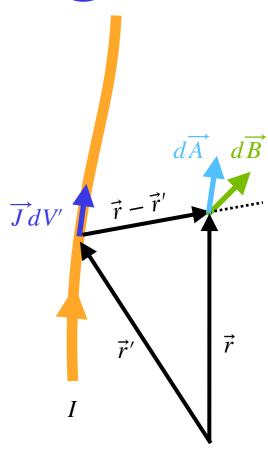
· Com essa escolha, a Lei de Ampère fica na forma:

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} \ = \ \overrightarrow{\nabla} \times (\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{A}) \ = \ \overrightarrow{\nabla} \left(\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{A} \right) - \nabla^2 \overrightarrow{A} \ = \ \mu_0 \overrightarrow{J}$$

$$\Rightarrow \quad \nabla^2 \overrightarrow{A} = - \, \mu_0 \, \overrightarrow{J}$$

Em coordenadas Cartesianas a solução para cada componente, A_x, A_y e A_z, é exatamente a mesma que encontramos no caso da eletrostática para Equação de Poisson. De fato, a equação acima é a equação de Poisson, e sob condições de contorno "normais" temos:

$$\overrightarrow{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \frac{\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}')}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|}$$



Leis de Ampère e Biot-Savart

Usando a solução obtida acima é possível encontrar o campo magnético como:

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{\nabla}_r \times \overrightarrow{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \overrightarrow{\nabla}_r \times \left[\frac{\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}')}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|} \right]$$
, o que simplifica para:

$$\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}') \times \left(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|^3} \right) ,$$

que é exatamente a lei de Biot-Savart para uma densidade de corrente.

• A lei de Biot-Savart em sua expressão usual é obtida tomando $dV'\overrightarrow{J}(\overrightarrow{x}') \to I d\overrightarrow{l}'$:

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int d\overrightarrow{l'} \times \left(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}|^3} \right) ,$$

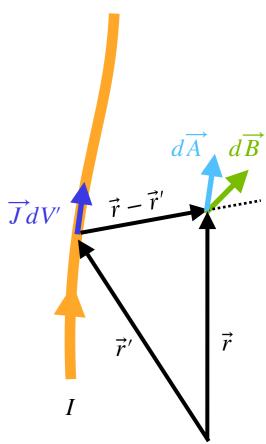
• É importante checar explicitamente que o campo magnético nas expressões acima obedece as equações de Maxwell para a magnetostática:

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{J}$$
 e $\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0$

· Vamos começar com a segunda equação, que é um pouco mais simples. Temos:

$$\vec{\nabla}_r \cdot \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \vec{\nabla}_r \cdot \left[\vec{J}(\vec{r}') \times \left(\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right) \right]$$

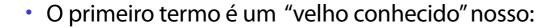
$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \left\{ \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot \left[\vec{\nabla}_r \times \vec{J}(\vec{r}') \right] - \vec{J}(\vec{r}') \left[\vec{\nabla}_r \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right] \right\} = 0$$



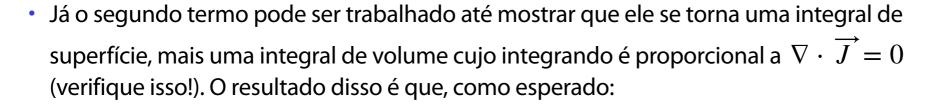
Leis de Ampère e Biot-Savart

Já a segunda identidade (Lei de Ampère) envolve um pouco mais de álgebra:

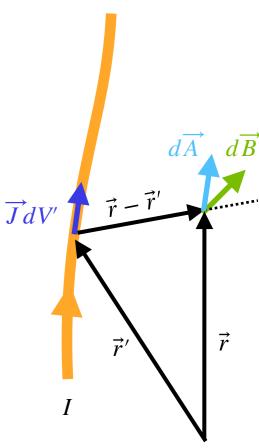
$$\begin{split} \overrightarrow{\nabla}_r \times \overrightarrow{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \, \overrightarrow{\nabla}_r \times \left[\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}') \times \left(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|^3} \right) \right] \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \, \left\{ \overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}') \left[\overrightarrow{\nabla}_r \cdot \frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|^3} \right] - \left[\overrightarrow{J}(\overrightarrow{r}') \cdot \overrightarrow{\nabla}_r \right] \frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|^3} \right\} \end{split}$$



$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \left(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'}{\left| \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}' \right|^3} \right) = 4\pi \, \delta(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}')$$



$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{J}$$



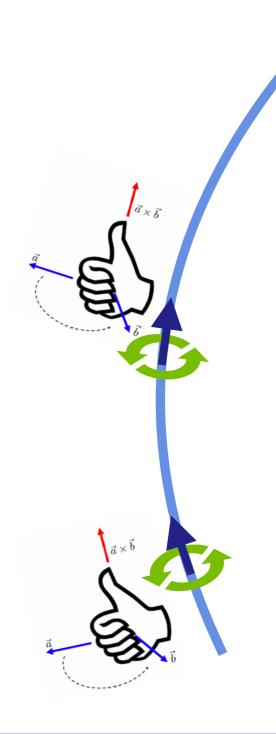
Alguns exemplos

- Vamos agora calcular os campos magnéticos de algumas configurações mais simples de correntes estacionárias, e fixar uma intuição importante: o campo magnético sempre circula em torno das correntes.
- A direção de circulação do campo pode ser determinada usando a regra da mão direita, como indicado na figura: o dedão indica a direção da corrente, e os dedos indicam a direção da circulação (no caso, no sentido horário).
- Agora vamos resolver um par de problemas, primeiro usando a forma "clássica" da Lei de Biot-Savart:

$$\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int d\overrightarrow{l'} \times \left(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'}|^3} \right)$$

 Depois, vamos encarar problemas em que temos uma forma mais próxima da Lei de Ampère:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \vec{J}(\vec{r}') \times \left(\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right)$$



Exemplo 1: fio fino, reto, infinito

- ullet O nosso primeiro exemplo é muito manjado: um fio infinito, reto, que leva uma corrente I.
- Vamos tomar a orientação desse fio como sendo a nossa direção \hat{z} , de modo que a Lei de Biot-Savart fica, com $d\vec{l}' = dz' \, \hat{z}$:

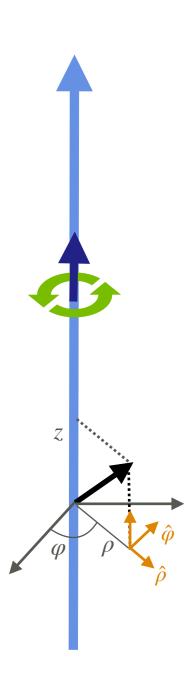
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \, \hat{z} \times \left(\frac{\vec{r} - z' \hat{z}}{|\vec{r} - z' \hat{z}|^3} \right)$$

- Claramente, o problema tem simetria por rotações em torno do eixo z, portanto $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B}(\rho,z)$ o campo não depende do ângulo φ
- Evidentemente, o problema também é invariante por translações na direção z: $\overrightarrow{B}(\rho,z) = \overrightarrow{B}(\rho,z+\Delta z)$.
- Portanto, podemos simplificar esse problema tomando $\vec{r} \to \rho \ \hat{\rho} \ (z=0)$ e assim:

$$\begin{split} \overrightarrow{B}(\rho) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \, \hat{z} \times \left(\frac{\rho \hat{\rho} - z' \hat{z}}{|\rho \hat{\rho} - z' \hat{z}|^3} \right) \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \rho \, \hat{\varphi} \, \int_{-\infty}^{\infty} dz' \, \frac{1}{|\rho \hat{\rho} - z' \hat{z}|^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \rho \, \hat{\varphi} \, \int_{-\infty}^{\infty} dz' \, \frac{1}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \rho \, \hat{\varphi} \, \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz'}{\rho^3} \, \frac{1}{[1 + (z'/\rho)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{\rho} \, \hat{\varphi} \, \int_{-\infty}^{\infty} dt \, \frac{1}{(1 + t^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{\rho} \, \hat{\varphi} \, \left[\frac{t}{(1 + t^2)^{1/2}} \right]_{-\infty}^{\infty} \end{split}$$

Assim, chegamos ao resultado "velho de guerra":

$$\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \hat{\varphi}$$



Exemplo 2: fio grosso, reto, infinito

- \bullet Agora vamos generalizar o resultado para um fio, reto, mas grosso: um cilindro de raio R que leva uma corrente I.
- A primeira quantidade que devemos determinar é a densidade de corrente. Mas isso é simples: a corrente I se distribui sobre a área da seção do cilindro, πR^2 ou seja:

$$\overrightarrow{J} = \frac{I}{\pi R^2} \theta_H(R - \rho) \hat{z} \quad \text{, onde novamente usamos a função-degrau de Heaviside, } \theta_H(x) = 1 \text{ se } x > 0 \text{ , e se anula se } x < 0 \text{ .}$$

Aplicando isso na Lei de Biot-Savart temos:

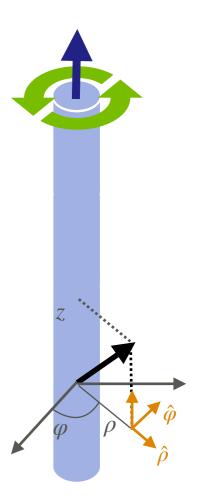
$$\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \left[\frac{I}{\pi R^2} \theta_H(R - \rho) \hat{z} \right] \times \left(\frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}'|^3} \right)$$

- Os mesmíssimos argumentos de simetria do caso anterior se aplicam: temos $\overrightarrow{B}=B(\rho)\,\hat{\phi}$ o campo não depende do ângulo ϕ , nem da altura z . Assim, sem perda de generalidade podemos tomar $\overrightarrow{r}\to\rho\hat{\rho}$.
- A principal diferença agora é que antes todos os pontos por onde passava a corrente eram em cima do fio fino, $\vec{r}' \to z' \hat{z}$, e agora esses pontos são quaisquer, $\vec{r}' \to \rho' \hat{\rho}(\varphi') + z' \hat{z}$. Portanto:

$$\begin{split} \overrightarrow{B}(\rho) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi^2 R^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_{0}^{R} \rho' d\rho' \int_{0}^{2\pi} d\varphi' \, \hat{z} \times \left(\frac{\rho \hat{\rho} - \rho' \hat{\rho}(\varphi') - z' \hat{z}}{|\rho \hat{\rho} - \rho' \hat{\rho}(\varphi') - z' \hat{z}|^3} \right) \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi^2 R^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_{0}^{R} \rho' d\rho' \int_{0}^{2\pi} d\varphi' \left(\frac{\rho \, \hat{\varphi}(\varphi)}{|\rho \hat{\rho} - \rho' \hat{\rho}(\varphi') - z' \hat{z}|^3} - \frac{\rho' \hat{\varphi}(\varphi')}{|\rho \hat{\rho} - \rho' \hat{\rho}(\varphi') - z' \hat{z}|^3} \right) \end{split}$$



Claro que sim! Vamos usar a Lei de Ampère diretamente, como fazemos com a Lei de Gauss.



Exemplo 1: fio fino reload

· Vamos voltar ao problema do fio fino por um momento. Sim, já encontramos que o campo magnético é dado por:

$$\overrightarrow{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \hat{\varphi}$$

Vamos agora obter esse resultado de um modo muito mais simples. Lembre-se da Lei de Ampère:

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{J}$$

• Vamos agora usar a Lei de Ampère junto com o Teorema de Stokes, numa superfície que é um disco de raio ρ , como indicado na figura. Temos então, pelo uso direto do Teorema de Stokes:

$$\int_{S} d\overrightarrow{S} \cdot \left(\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} \right) = \oint_{C(s)} d\overrightarrow{l} \cdot \overrightarrow{B}$$

Por outro lado, pela Lei de Ampère:

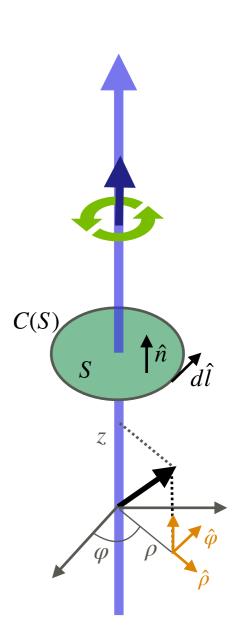
$$\int_{S} d\overrightarrow{S} \cdot \left(\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} \right) = \int_{S} d\overrightarrow{S} \cdot \mu_{0} \overrightarrow{J} = \mu_{0} I$$

Agora, pelos mesmo argumentos de simetria enunciados acima, o campo magnético é simétrico em torno do fio, portanto:

$$\oint_{C(s)} d\vec{l} \cdot \vec{B} = 2\pi \rho \, B_{\varphi}(\rho)$$

Das duas igualdades acima tiramos, portanto, que:

$$\overrightarrow{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \hat{\varphi}$$
 , que era o nosso resultado original.



Exemplo 2: fio grosso reload

- Agora vamos atacar novamente o problema do fio grosso.
- Como antes, temos a Lei de Ampère combinada com o Teorema de Stokes, num disco de raio ρ :

$$\int_{S} d\overrightarrow{S} \cdot \left(\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} \right) = \oint_{C(s)} d\overrightarrow{l} \cdot \overrightarrow{B}$$

• Agora só temos de prestar atenção no seguinte: aplicando a Lei de Ampère num disco, se o raio ρ (que corresponde ao raio do disco) é maior do que o raio do cilindro, então temos toda a corrente passando pela superfície do disco:

$$\int_{S(\rho \ge R)} d\overrightarrow{S} \cdot \left(\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} \right) = \int_{S(\rho \ge R)} d\overrightarrow{S} \cdot \mu_0 \overrightarrow{J} = \mu_0 I$$

• Mas se o raio $\rho < R$, então apenas uma parte da corrente passa por aquele disco. Como a densidade de corrente é homogênea, a fração que atravessa o disco é igual à razão da área do disco para a área da seção do cilindro:

$$\int_{S(\rho \le R)} d\overrightarrow{S} \cdot \left(\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} \right) = \int_{S(\rho \le R)} d\overrightarrow{S} \cdot \mu_0 \overrightarrow{J} = \mu_0 I(\rho) = \mu_0 \frac{\pi \rho^2}{\pi R^2} I$$

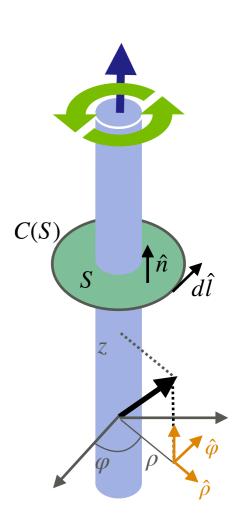
• Quanto à circulação do campo magnético, ela só depende mesmo do raio ho:

$$\oint_{C(s)} d\vec{l} \cdot \overrightarrow{B} = 2\pi \rho \, B_{\varphi}(\rho)$$

Portanto, obtemos que o campo magnético é dado por:

$$\overrightarrow{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{\rho}{R^2} \hat{\varphi}$$
 , se $\rho \le R$, e

$$\overrightarrow{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \hat{\varphi}$$
 , se $\rho \ge R$, o que era o nosso resultado original para o fio!



Próxima aula:

- Condições de contorno para magnetostática
- O potencial-vetor e suas aplicações

- Leitura: Griffiths, Cap. 5
- Leitura complementar: Jackson, Cap. 5