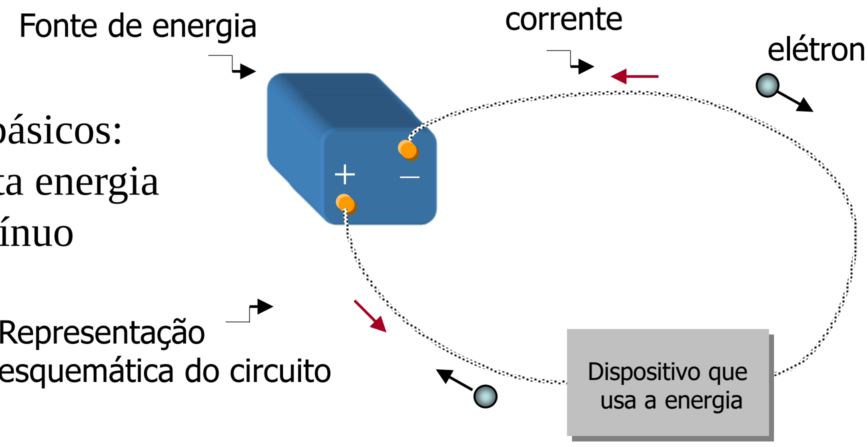
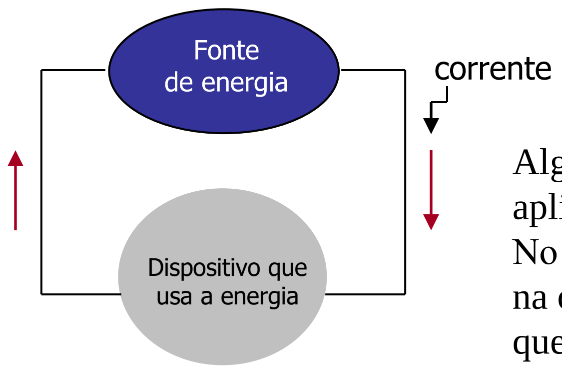
IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo

Introdução aos circuitos elétricos

Um circuito elétrico consiste de três elementos básicos: uma fonte de energia, um dispositivo que usa esta energia e o circuito propriamente, isto é, um trajeto contínuo formado por um dispositivo condutor.



Representação esquemática do circuito



Representação simbólica do circuito

Alguns elétrons no fio condutor movem-se em resposta a um campo elétrico aplicado, deslocando-se rapidamente para anular o campo elétrico aplicado. No entanto, se 'retirarmos' os elétrons de uma extremidade e os 'colocarmos' na outra, teremos um fluxo contínuo de elétrons – uma corrente elétrica. Note que neste processo os elétrons estão se deslocando estacionariamente; dizemos que temos uma corrente elétrica estacionária. Este é o papel da bateria como fonte de energia. No apêndice 2 estudamos a célula de Weston para entender o que está acontecendo no interior da bateria, onde será introduzido o importante conceito de ***força eletromotriz***.

A corrente elétrica, I, num fio é a razão que a carga elétrica, Q, flui através de qualquer seção transversal do fio.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

A unidade de corrente elétrica é o ampère, A.

$$1\ A = 1\ C/s$$

IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo

Exemplo → Quantos elétrons atravessam a secção transversal de um fio com uma corrente de 1 A a cada segundo?

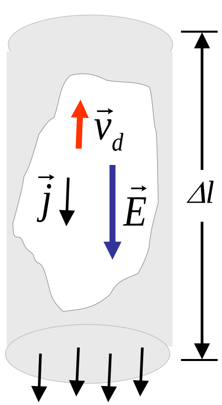
$$1A = 1\frac{C}{s} = \frac{n\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}{s}$$

onde n é o número de elétrons. Portanto:

$$n = \frac{1}{1{,}6\cdot 10^{-19}} \approx 6{,}2\cdot 10^{18}\,elétrons$$

Com este número enorme de elétrons, devemos esperar algum tratamento estatístico para a o processo de condutividade e considerar médias das grandezas envolvidas (da velocidade dos elétrons, por exemplo).

Vejamos um modelo ‘ideal’ da condutividade.



Na figura ao lado representamos um trecho de um fio condutor de tamanho Δl, com um corte para visualizar o que está ocorrendo em seu interior.

$\vec{v}_d$ é a velocidade de deslocamento (já em média)

$\vec{E}$ é o campo elétrico

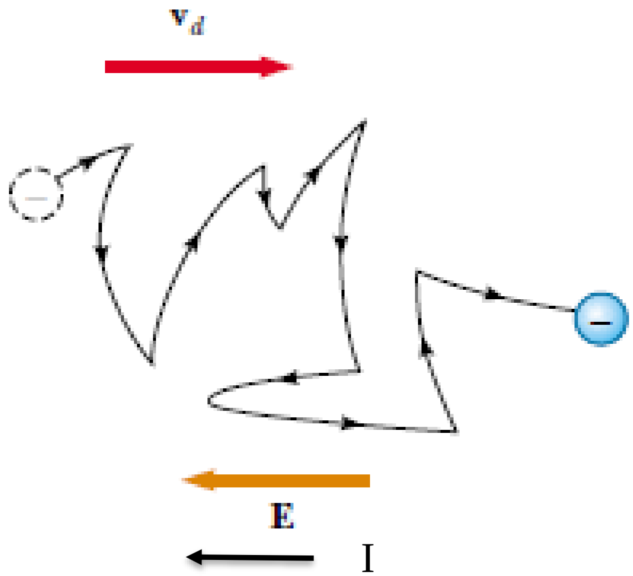
$\vec{j}$ é a densidade de corrente elétrica

$$\Delta l = v_d \Delta t$$

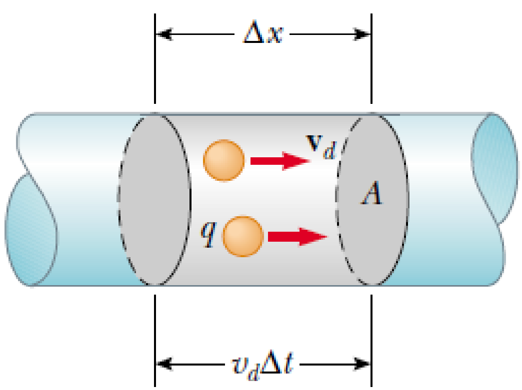
Observe que

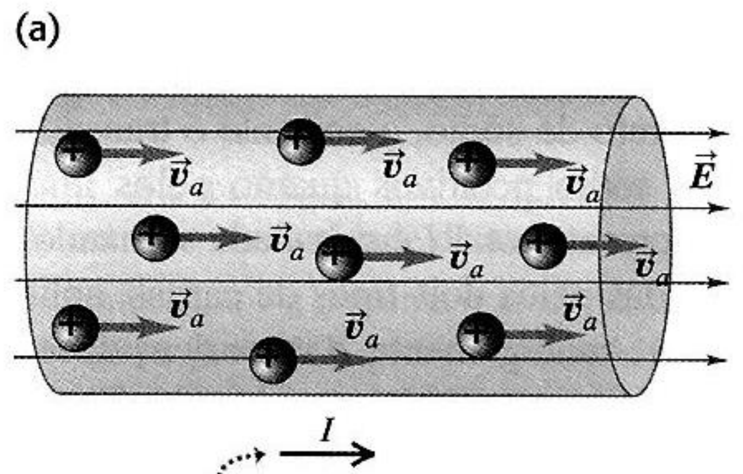
$$I = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t} = \frac{en_e A\Delta l}{\Delta t} = en_e v_d A = jA$$

onde n_e é o número de elétrons por unidade de volume e A é a área da seção transversal do filamento.

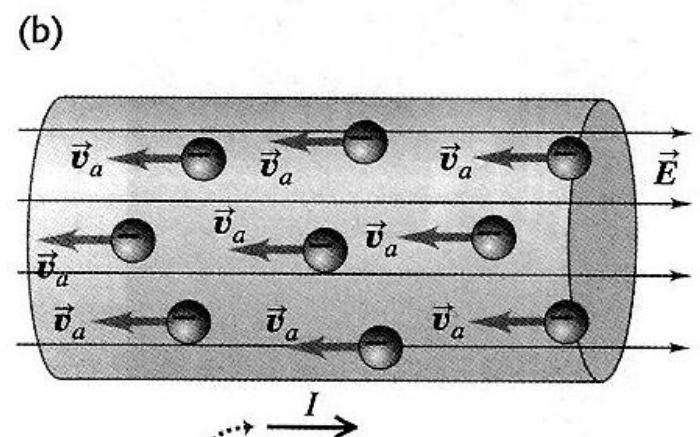


Sentido da corrente convencional, onde a corrente não é um vetor

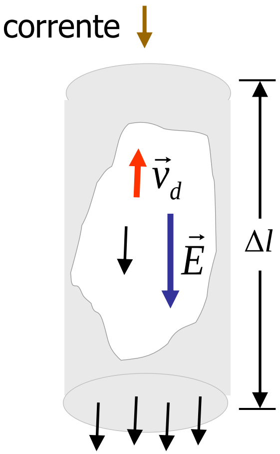




Uma **corrente convencional** é tratada como um fluxo de cargas positivas, não importando se as cargas livres no condutor são positivas, negativas ou ambas



Em um condutor metálico, as cargas em movimento são elétrons — mas a *corrente* ainda aponta no sentido do movimento das cargas positivas



Na figura ao lado representamos um trecho de um fio condutor de tamanho Δl, com um corte para visualizar o que está ocorrendo em seu interior.

$\vec{v}_d$ é a velocidade de deslocamento (já em média)

$\vec{E}$ é o campo elétrico

$\vec{j}$ é a densidade de corrente elétrica

Observe que

$$I = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t} = \frac{e n_e A \Delta l}{\Delta t} = e n_e v_d A = jA$$

onde n_e é o número de elétrons por unidade de volume e A é a área da seção transvesral do filamento.

A distribuição de corrente é definida como a corrente que flui por unidade de área da seção transversal.

$$J = \frac{I}{A} = e n_e v_d$$

Note também que a diferença de potencial elétrico neste trecho é $\Delta V = \mathrm{E}\Delta l$

Podemos também definir um vetor densidade de corrente que inclui o sentido da corrente de deslocamento:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$

onde $$I = n|q|v_d A$$

Definimos a resistividade ρ de um material como a razão entre o módulo do campo elétrico e o módulo da densidade de corrente:

$$\rho = \frac{E}{J}$$

Para certos materiais, especialmente os metais, para uma dada temperatura, J é proporcional a E, e a razão entre os módulos de E e J permanece constante. Esta e a chamada Lei de Ohm que, na verdade, é válida somente para uma classe de materiais chamados condutores ôhmicos ou condutores lineares. Os materiais que não obedecem a Lei de Ohm são chamados condutores não ôhmicos ou não lineares.

Unidades da resistividade

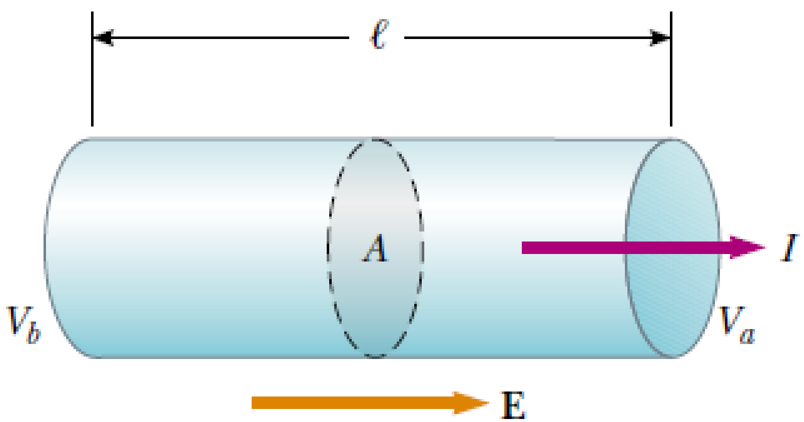
$$[\rho] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{Vm}}{\mathrm{A}} = \Omega.\mathrm{m}$$

O inverso da resistividade é a condutividade σ.

$$J = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$$ Lei de Ohm

$$[\sigma] = (\Omega.\text{m})^{-1}$$

$$V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E \int_0^\ell dx = E\ell$$



$$E = \rho J$$

$$E = \frac{\Delta V}{l} = \rho J = \frac{\rho I}{A}$$

$$\Delta V = \frac{\rho l I}{A}$$

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

$$\Delta V = RI \qquad \text{ou} \qquad V = RI$$

$$[R] = VA^{-1} = \Omega$$

Quando ρ for constante, como nos casos dos materiais ôhmicos, vemos que a resistência R também será constante. Neste caso, a equação denomina-se Lei de Ohm (V=RI).

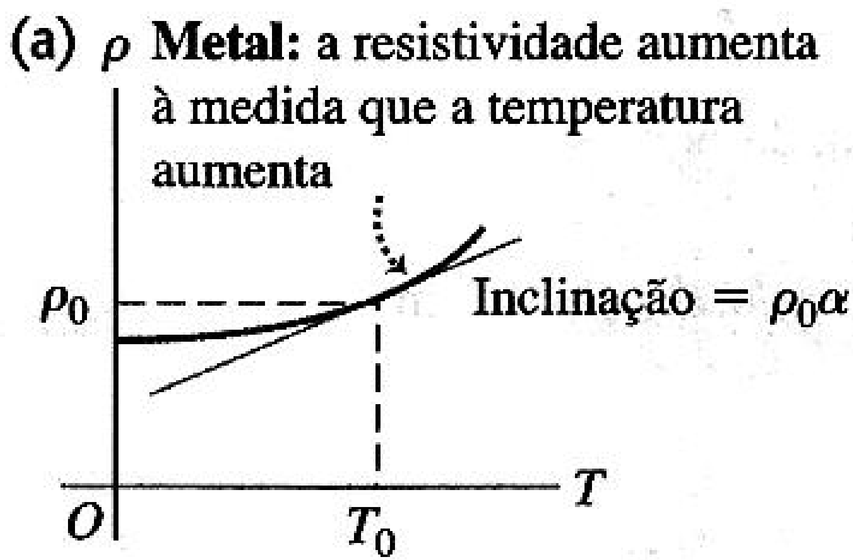
Resistividade e temperatura, Resistência e temperatura

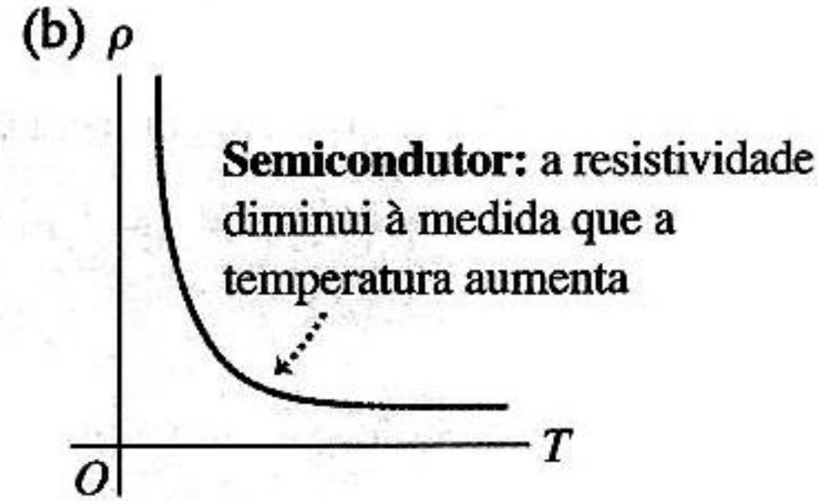
Para intervalos pequenos de temperatura (cerca de 100°C), a resistividade de um metal pode ser aproximadamente representada pela equação:

$$\rho(T) = \rho_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right]$$

$$R(T) = R_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right]$$

Onde α é coeficiente de temperatura da Resistividade e ρ_0 e R_0 são os valores de referência (0 °C ou 20 °C.)


(a)
ρ
Metal: a resistividade aumenta à medida que a temperatura aumenta
ρ_0
Inclinação = $\rho_0\alpha$
T
O
T_0


(b)
ρ
Semicondutor: a resistividade diminui à medida que a temperatura aumenta
T
O

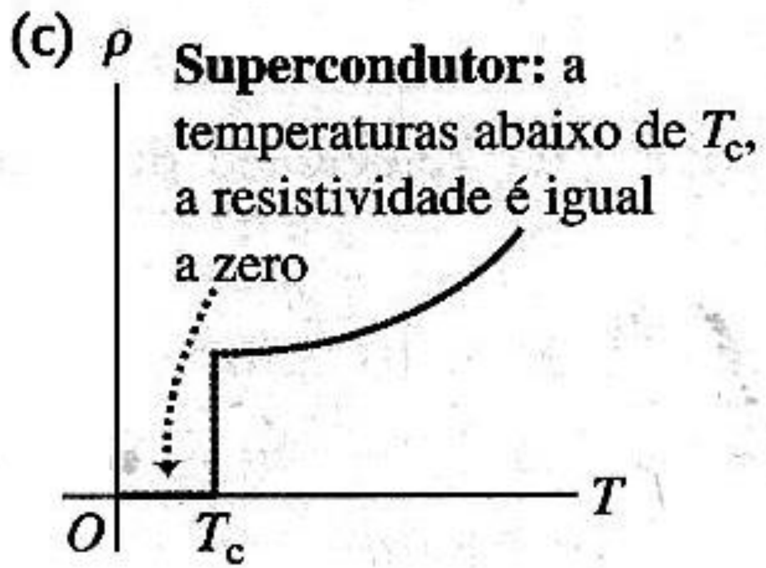
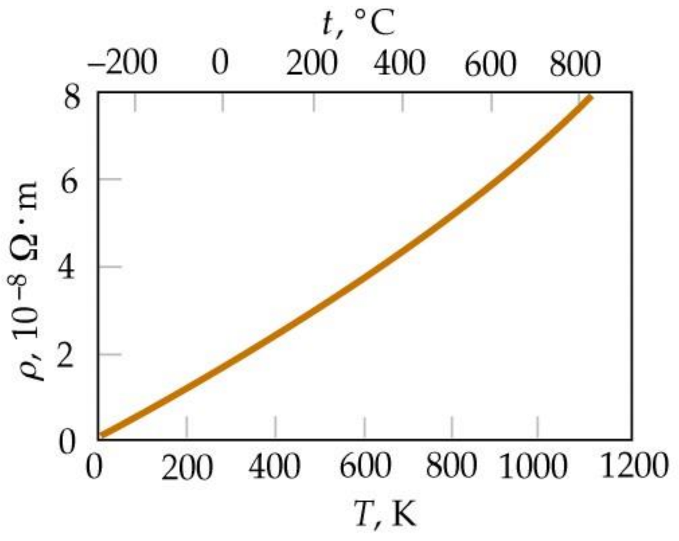

(c)
ρ
Supercondutor: a temperaturas abaixo de T_c, a resistividade é igual a zero
T
O
T_c

TABLE 27.1 Resistivities and Temperature Coefficients of Resistivity for Various Materials

Material	Resistivity[a] ($\Omega \cdot m$)	Temperature Coefficient $\alpha[(°C)^{-1}]$
Silver	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Copper	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Gold	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminum	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsten	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Iron	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platinum	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Lead	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nichrome[b]	1.50×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbon	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanium	0.46	-48×10^{-3}
Silicon	640	-75×10^{-3}
Glass	10^{10} to 10^{14}	
Hard rubber	$\approx 10^{13}$	
Sulfur	10^{15}	
Quartz (fused)	75×10^{16}	

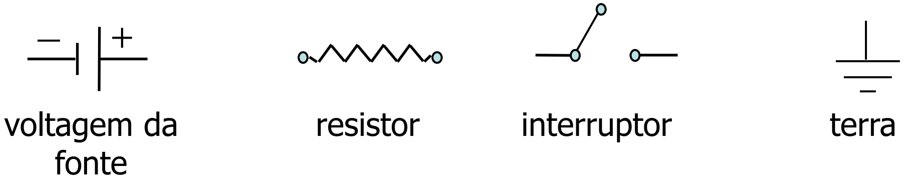
[a] All values at 20°C.

Exemplos de Resistores usados em circuitos



$$\rho = \rho_{20}[1 + \alpha(T - 20°C)]$$

A seguir vamos estudar circuitos elétricos e utilizaremos símbolos (veja o apendice 2):



Resistência, diferença de potencial e campo elétrico em um fio

Exemplo 1- Um fio de cobre possui seção reta com área $8{,}20\times10^{-7}$ m^2 e diâmetro igual a 1,02 mm. Ele conduz uma corrente de 1,67 A. Calcule: (a) o módulo do campo elétrico no fio; (b) a diferença de potencial entre dois pontos do fio separados por uma distância igual a 50,0 m; (c) a resistência de um segmento do fio de comprimento igual a 50,0 m. Considere a resistividade do Cu como $1{,}72 \times 10^{-8}$ Ω.m.

$$E = \rho J = \frac{\rho I}{A} = \frac{\left(1{,}72\times10^{-8}\ \Omega.\mathrm{m}\right)\left(1{,}67\ \mathrm{A}\right)}{8{,}20\times10^{-7}\ \mathrm{m}^2}$$

$$E = 0{,}035\ \mathrm{V/m}$$

$$V=EL=(0{,}035\ \mathrm{V/m})\ (50{,}0\ \mathrm{m})=1{,}75\ \mathrm{V}$$

$$V=RI$$

$$R=\frac{V}{I}=\frac{1{,}75\ \mathrm{V}}{1{,}67\ \mathrm{A}}=1{,}05\Omega$$

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\left(1{,}72\times10^{-8}\ \Omega.\mathrm{m}\right)\left(50{,}0\ \mathrm{m}\right)}{8{,}20\times10^{-7}\ \mathrm{m}^2} = 1{,}05\Omega$$

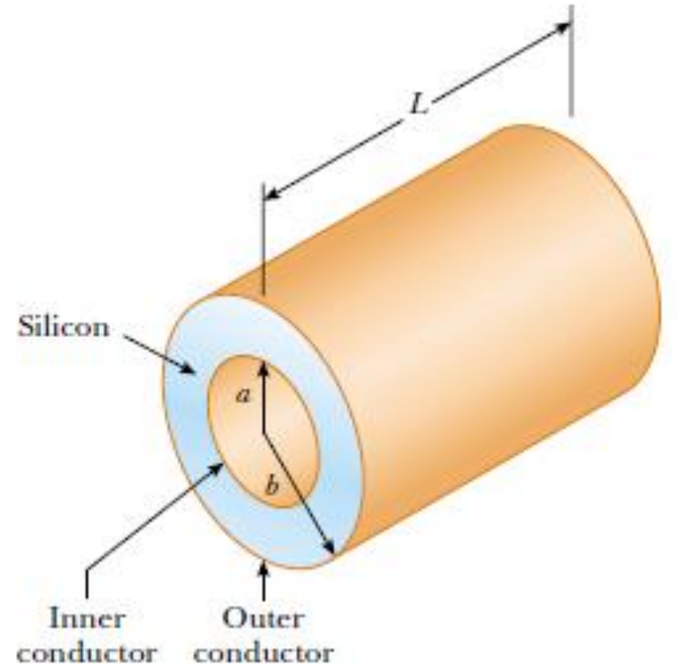
A resistência radial de um cabo coaxial

Exemplo 2- O espaço entre os dois condutores cilíndricos de um cabo coaxial é completamente preenchida com sílica (r= 640 Ω.m) como mostrado na figura, e a corrente radial é algo indesejado. O raio do condutor interno é a=0,500 cm, o raio do condutor externo é 1,75 cm e o comprimento do cabo é L=15,0 cm. Calcule a resistência da sílica entre os dois condutores.

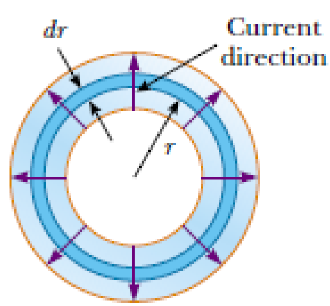
$$dR = \frac{\rho dr}{2\pi r L}$$

$$R = \int_a^b dR = \frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\frac{b}{a}$$

$$R = \frac{640\,\Omega.\text{m}}{2\pi(0{,}150\,\text{m})}\ln\left(\frac{1{,}75\,\text{cm}}{0{,}500\,\text{cm}}\right) = 851\,\Omega$$



(a)



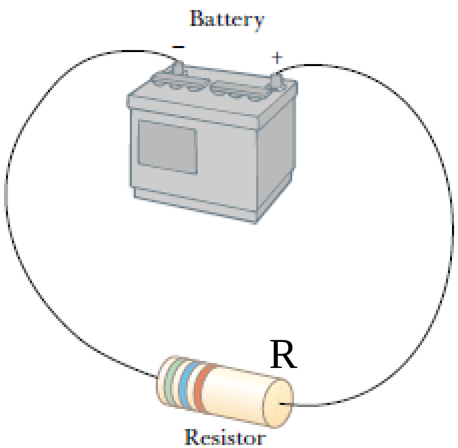
End view
(b)

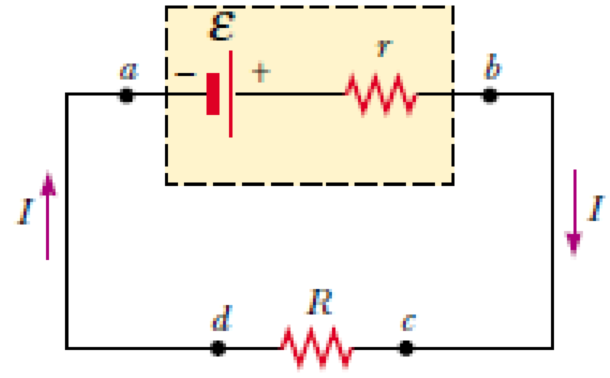
Força eletromotriz (fem)

Pilhas, baterias, geradores, celulas solares são exemplos de dispositivos que fornecem uma fem.

Baterias reais

Bateria ideal: fem=ε (não existe)





(a)

$$V_a + \varepsilon - rI = V_b$$

$$V_b - V_a = \varepsilon - rI$$

$$\varepsilon = RI$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\varepsilon - rI - RI = 0$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

Potência nos circuitos elétricos

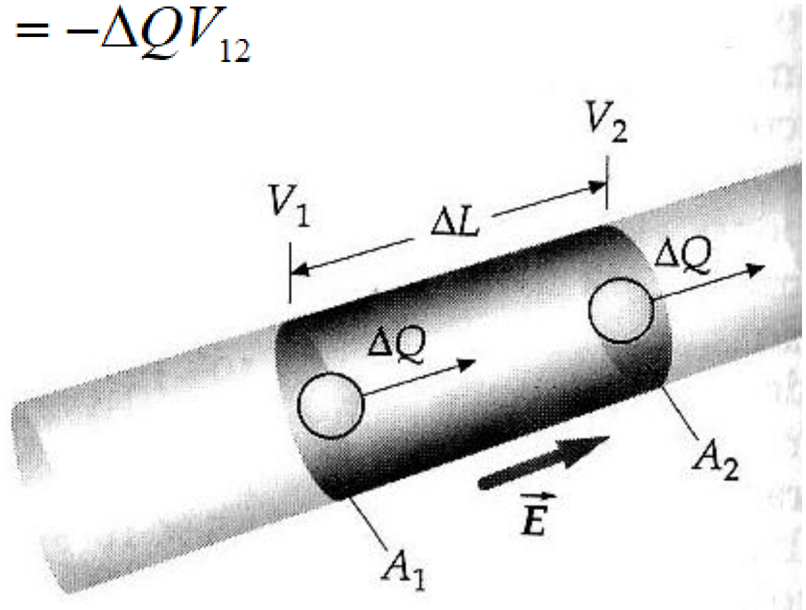
$$\Delta U = \Delta Q\left(V_2 - V_1\right) = -\Delta Q\left(V_1 - V_2\right) = -\Delta Q V_{12}$$

$$\frac{-\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V_{12} = I V_{12}$$

$$-P = I V_{12}$$

$$V = RI$$

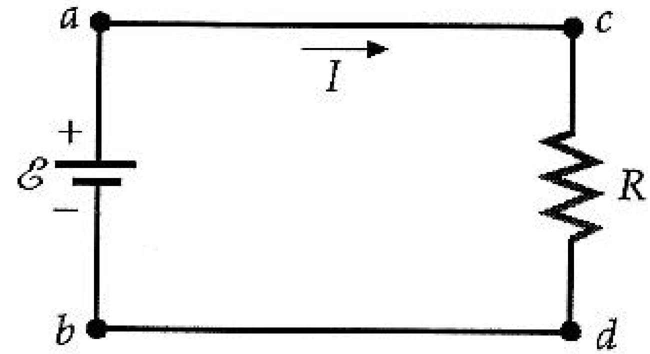
$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$



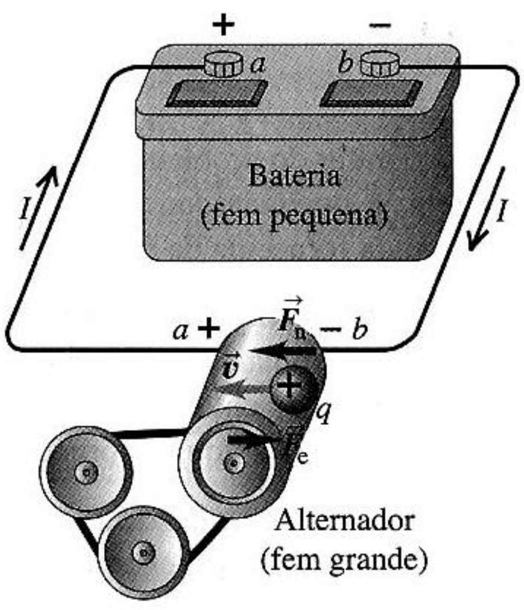
Baterias e fem

$$\Delta U = \Delta Q\,\varepsilon$$

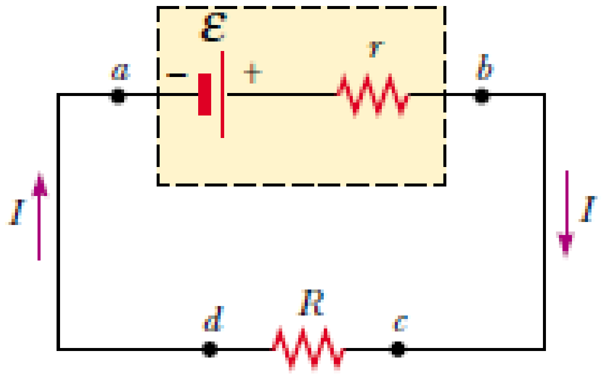
$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \varepsilon\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon I$$



Quando se carrega uma bateria por meio de um gerador ou por outra bateria, a carga no interior dela passa de região de potencial alto para a de potencial baixo e perde energia potencial eletrostática. A energia perdida se converte em energia química, que fica retido na bateria carregada



Baterias reais



(a)

$$V_a + \varepsilon - rI = V_b$$

$$V_b - V_a = \varepsilon - rI$$

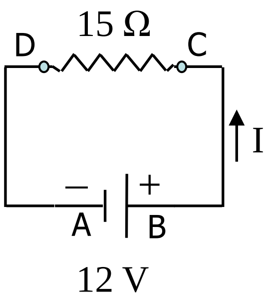
$$P = \varepsilon I - rI^2$$

$$\varepsilon - rI - RI = 0$$

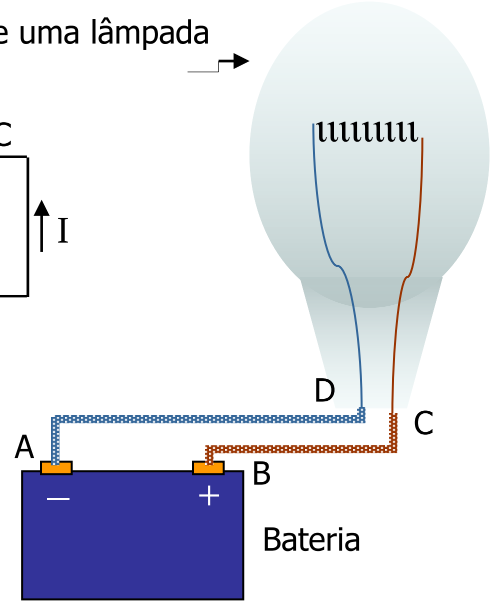
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo

Exemplo → Qual a corrente elétrica que estaria está fluindo no circuito representado na figura? A lâmpada ‘queimaria’ ?



Representação esquemática do bulbo de uma lâmpada



$$I = \frac{V}{R} = \frac{12\text{V}}{15\Omega} = 0{,}8A$$

Para respondermos se a lâmpada ‘queimaria’ ou não precisamos entender o que é conhecido como efeito Joule. Ao transportarmos uma quantidade de carga $dq = I\,dt$ através do resistor teremos, mantendo a corrente I, que fornecer uma energia $dU = dqV$. Portanto

$$\frac{dU}{dt} = VI = P$$

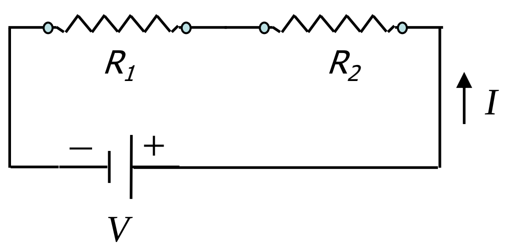
→ Potência consumida pela lâmpada, cuja unidade é o watt, W. (1 W = 1J/1s)

Usando a lei de Ohm podemos expressar a potência também como: $P = \frac{V^2}{R} = I^2 R$ =9,6 W

Portanto a resposta depende da especificação da lâmpada. Se for uma lâmpada de automóvel com especificação 12 V e 9,6 W, não queimaria.

Circuitos costumam ser constituídos de associações de diversos dispositivos e associações complexas são reduzidas a dois tipos de associações. Vamos ilustrar isto com dois resistores associados em série e em paralelo.

Associação em série



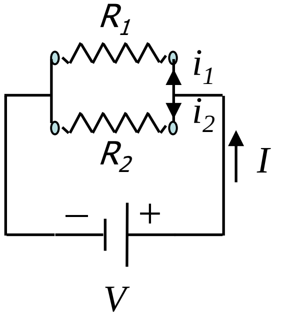
A queda de tensão em cada resistor será $V_1 = R_1 I$ e $V_2 = R_2 I$, pois a mesma corrente atravessa ambos resistores. Por outro lado, a queda de tensão total nos resistores é igual a tensão fornecida pela fonte, V:

$$V = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)I$$

Dizemos que temos um circuito equivalente com um só resistor, cuja resistência vale:

$$R = R_1 + R_2$$

Associação em paralelo



$$I = i_1 + i_2$$

A lei de Ohm pode ser escrita como: $I = \dfrac{V}{R}$
Como a queda de tensão é a mesma em ambos resistores, temos:

$$I = i_1 + i_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})V$$

Dizemos que temos um circuito equivalente com um só resistor, cuja inverso da resistência vale:

$$\frac{1}{R} = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$

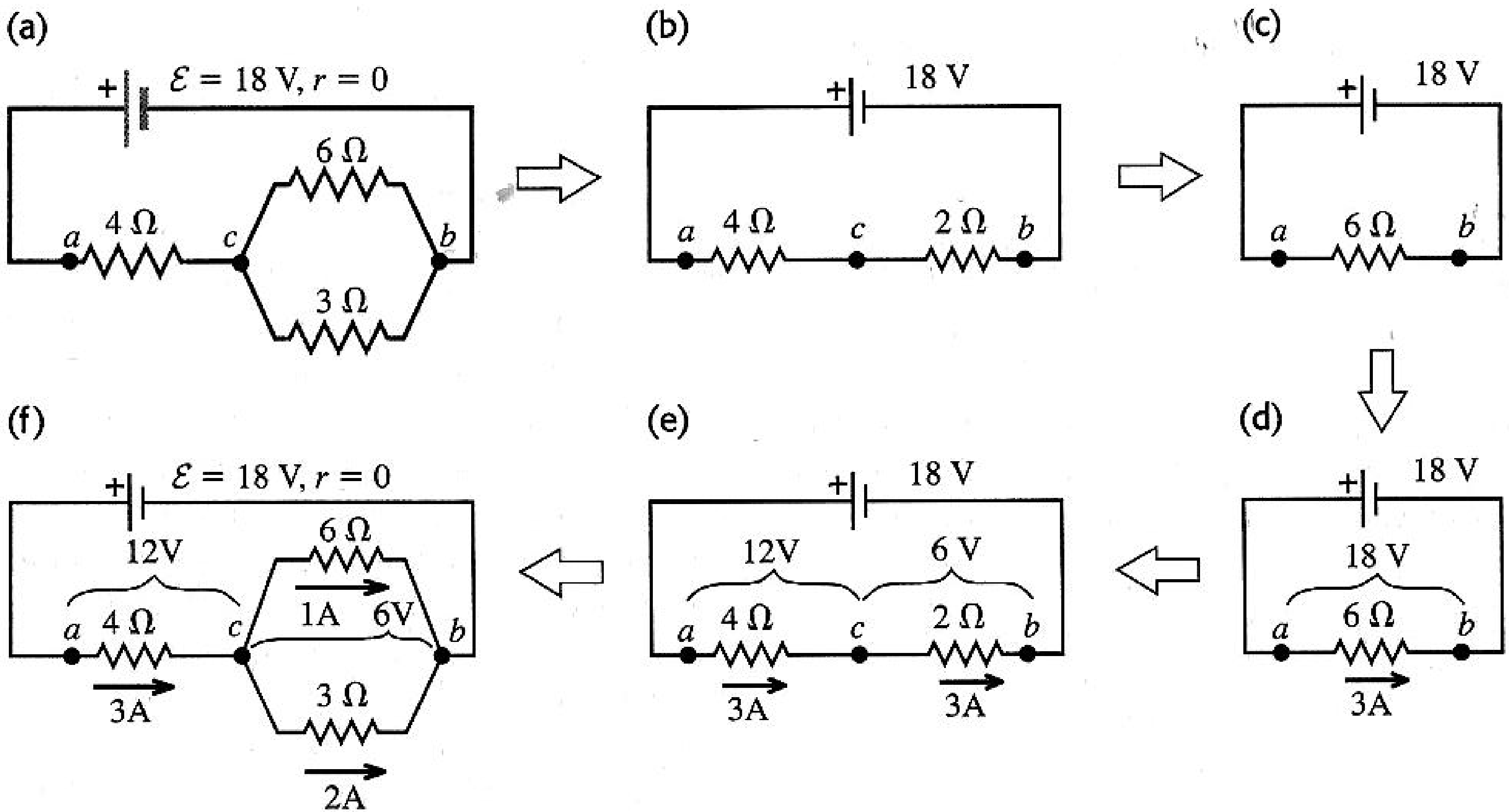
N resistores em série:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_N$$

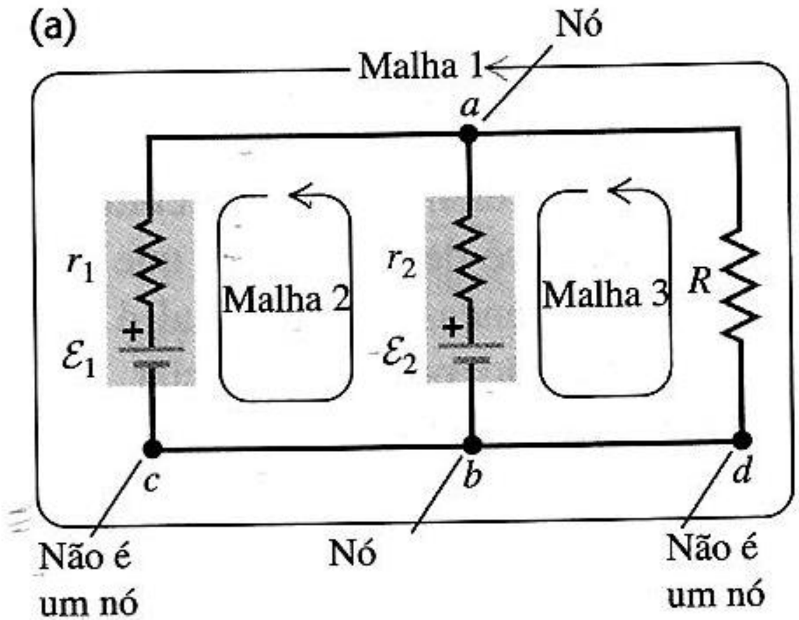
N resistores em paralelo:

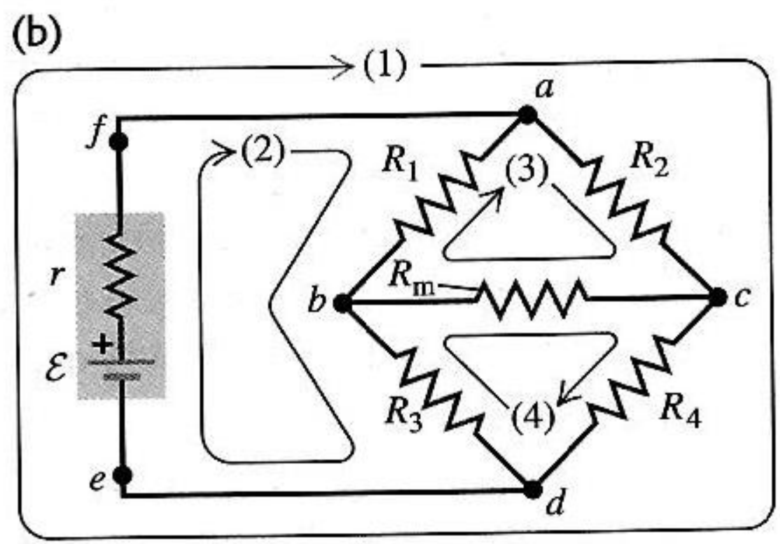
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

Em um circuito de fonte e resistores podemos encontrar as resistência equivalente e as correntes.

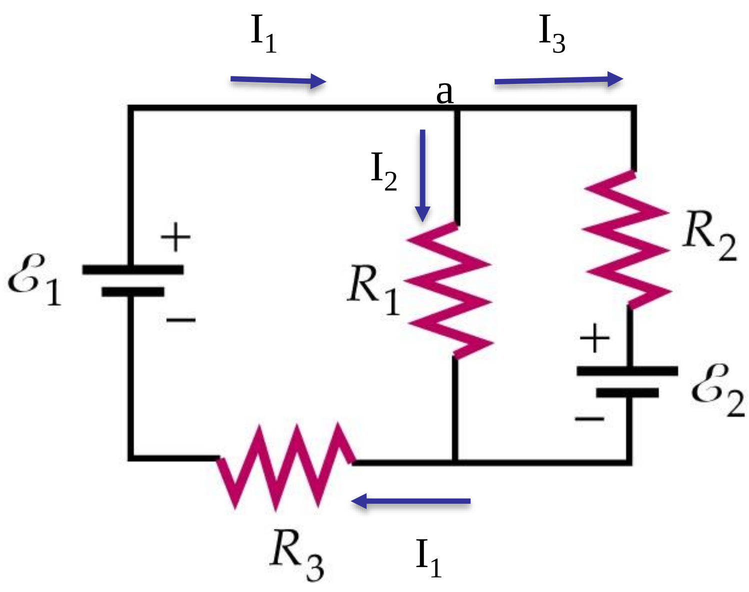


Exemplos de circuitos que não se reduzem atravé de resistores em série e em paralelo. Nestes casos, como encontrar as correntes e as diferenças de potencial em cada elemento do circuito?





IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo



Regras de Kirchoff

1) Em um nó do circuito (pontos em que correntes se adicionam ou se subtraem), a soma das correntes que chegam é igual a soma das correntes que saem.

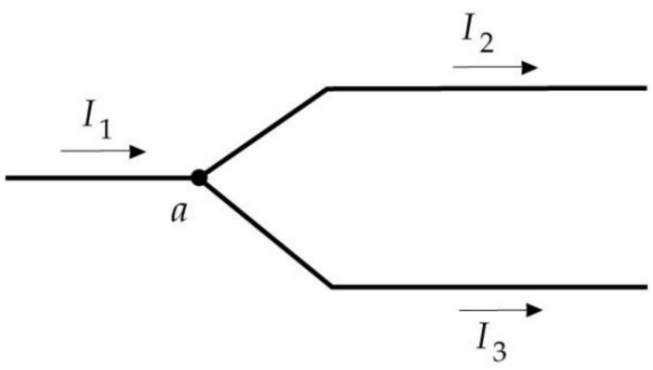
2) A soma algébrica das variações de potencial em uma malha fechada é sempre nula.

Regras auxiliares:

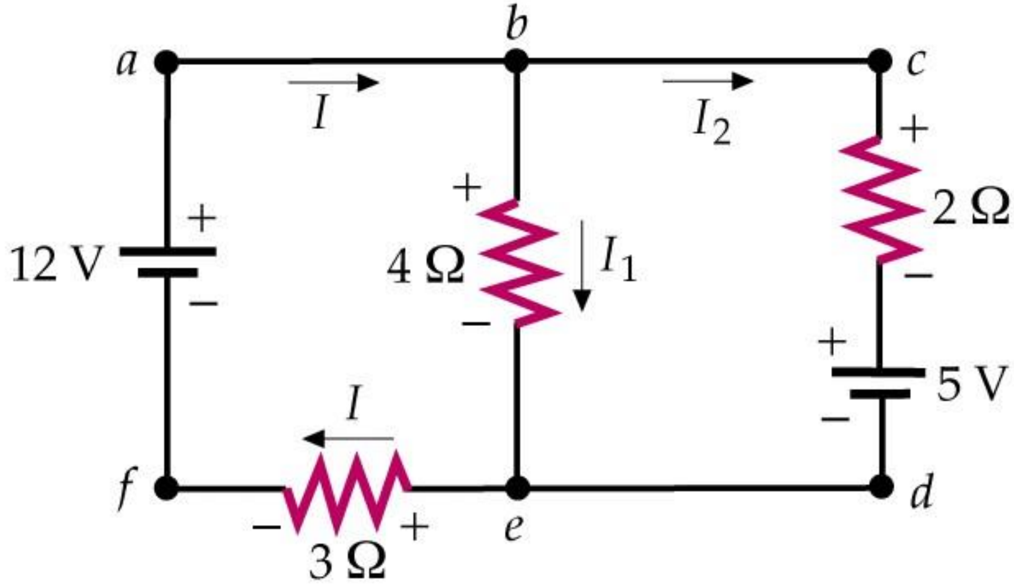
• Escolha um sentido para percorrer a malha. O sinal de ε será positivo se o sentido de percurso for de – para +. Será -ε se o sentido do percurso for de + para -.

• Para os resistores, se o sentido percorrido ocorrer no mesmo sentido da corrente, ocorre diminuição da voltagem, isto é, -RI. Se for oposto ao da corrente, ocorre aumento da voltagem, +RI

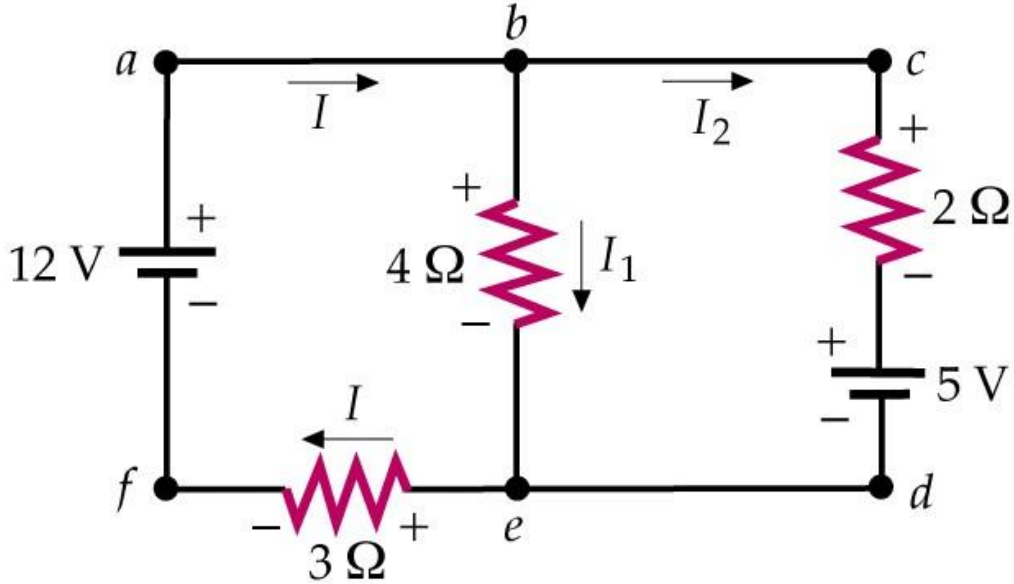
• Escolhendo a equação dos nós e um número suficiente de malhas, é possível determinar as correntes do circuito.



Exemplo 1- Calcule os valores das correntes I, I_1 e I_2



Exemplo 1- Calcule os valores das correntes I, I_1 e I_2



no nó b : $I = I_1 + I_2$ (1)

malha esquerda, sentido horário

$12 - 4I_1 - 3I = 0$ (2)

malha direita, sentido horário

$-2I_2 - 5 + 4I_1 = 0$ (3)

Substituindo (1) em (2) e (3)

$$12 - 4I_1 - 3I_1 - 3I_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 12 - 7I_1 - 3I_2 = 0 & (4) \\ -5 + 4I_1 - 2I_2 = 0 & (5) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (4)\times 4 \quad &\Rightarrow \quad 48 - 28I_1 - 12I_2 = 0 \\ (5)\times 7 \quad & \quad\ \ -35 + 28I_1 - 14I_2 = 0 \end{aligned}$$

$$13 - 26I_2 = 0$$

$$I_2 = \frac{13}{26} = 0{,}5\,A \quad (6)$$

Substituindo (6) em (5)

$$-5 + 4I_1 - 2\times 0{,}5 = 0$$

$$4I_1 = 6$$

$$I_1 = \frac{3}{2} = 1{,}5\,A$$

Qual o valor de $V_c - V_d$?

$$V_c - 2I_2 - 5 = V_d$$

$$V_c - V_d = 2I_2 + 5 = 2\times 0{,}5 + 5 = 7V$$

Qual a potência da fonte de 5V

$$P = -5 \cdot I_2 = -5 \times 0{,}5 = -2{,}5\,W$$

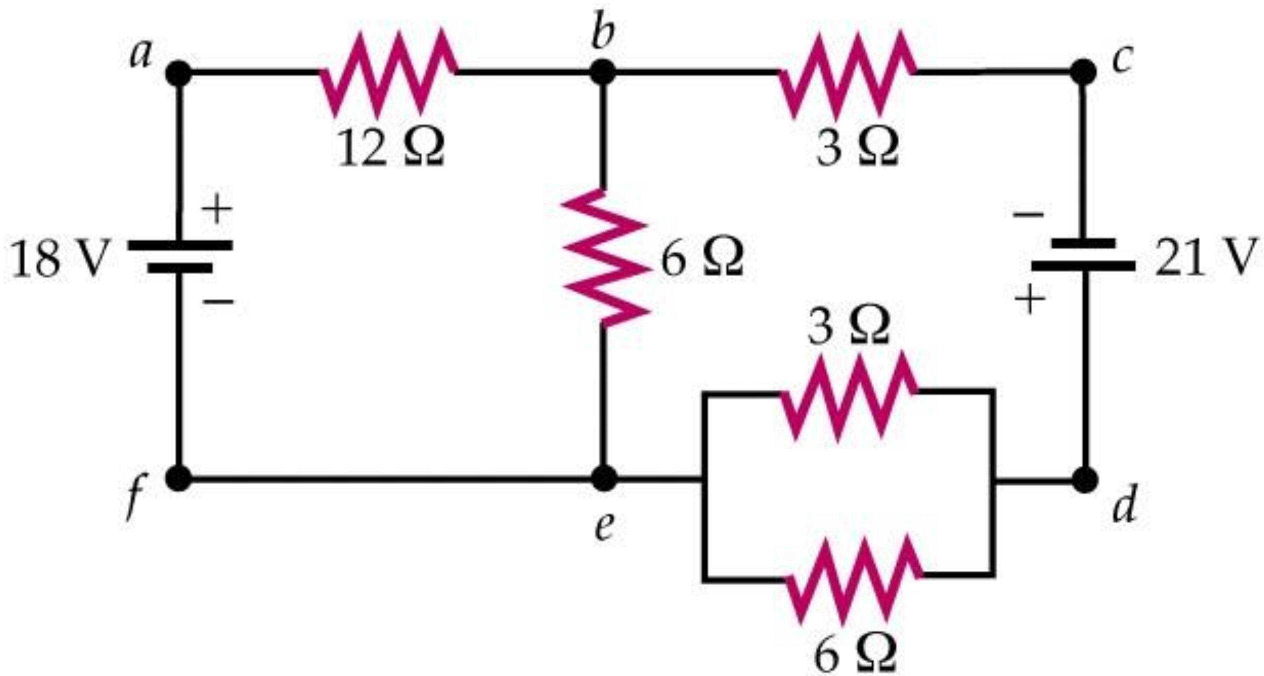
Qual a potência dissipada no resistor de $3\,\Omega$?

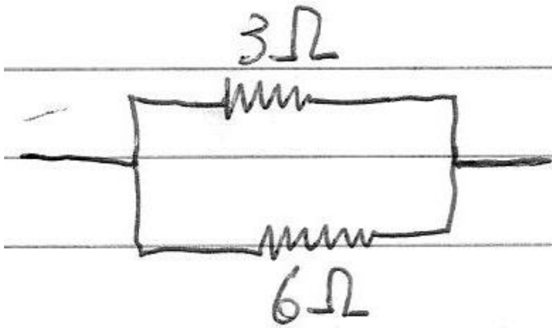
$$P = RI^2 = 3 \times I^2 = 3 \times 2^2 = 12\,W$$

$$I = I_1 + I_2 = 1{,}5 + 0{,}5 = 2\,A$$

$$P = -12\,W$$

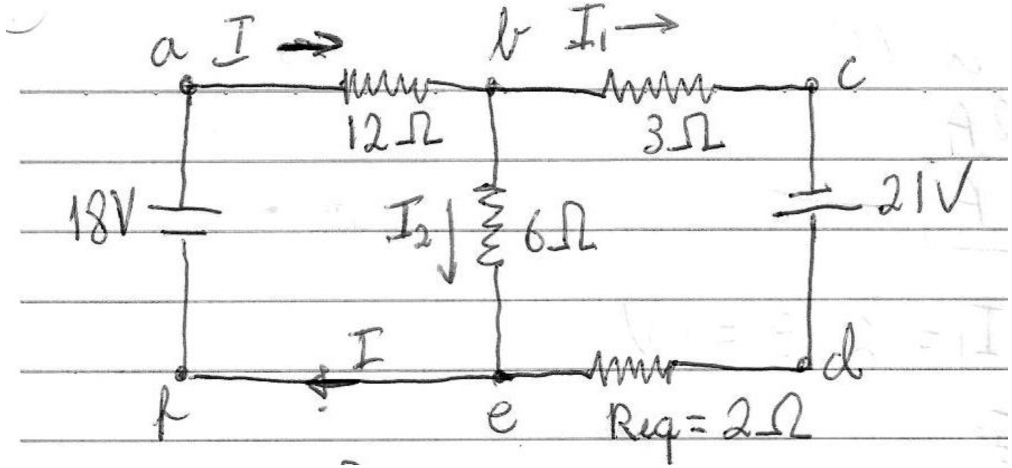
Exemplo 2- Encontre as corrente em cada elemento do circuito.





$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$R_{eq} = 2\Omega$$



no nó b: $I = I_1 + I_2$ (1)

na rede grande: $18 - 12I - 3I_1 + 21 - 2I_1 = 0$
sentido horário $39 - 5I_1 - 12I = 0$ (2)

na rede a direita: $-3I_1 + 21 - 2I_1 + 6I_2 = 0$
sentido horário $21 - 5I_1 + 6I_2 = 0$ (3)

Substituindo (1) em (2)

$39 - 5I_1 - 12I_1 - 12I_2 = 0$

$$\begin{cases} 39 - 17I_1 - 12I_2 = 0 & (4) \\ 21 - 5I_1 + 6I_2 = 0 & (3) \quad (\times 2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 39 - 17I_1 - 12I_2 = 0 \\ \underline{42 - 10I_1 + 12I_2 = 0} \end{array}$$

$$-27I_1 = -81$$

$$\boxed{I_1 = 3A} \quad (5)$$

Substituindo (5) em (3)

$$21 - 15 + 6I_2 = 0$$

$$6I_2 = -6$$

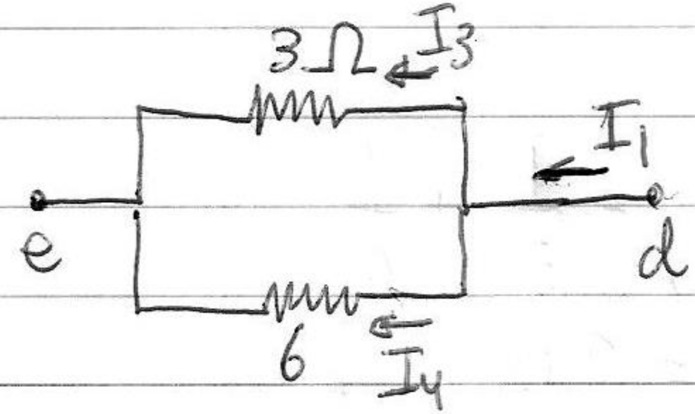
$$\boxed{I_2 = -1A} \quad (6)$$

Substituindo (5) e (6) em (1)

$$I = 3 - 1 = 2A$$

$$\boxed{I = 2A}$$

$$V_e - V_d = R_{eq} I_1 = 2 \times 3 = 6V$$



$$3I_3 = 6V \Rightarrow I_3 = 2A$$

$$6I_4 = 6 \Rightarrow I_4 = 1A$$