

Cap. 3 - métodos de Análise

3.2 - Análise Nodal

Na análise modal,
estamos interessados
em encontrar as
tempos nos modos.

Dado um cir

Cuanto com n nós,
a análise modal
do circuito envolve
as três etapas
a seguir:

(1) Seleccione um nó
como referência.

Atribua tensões

$U_1, U_2, \dots, U_{n-1}$ aos $(n-1)$

nós restantes. As

tensões são

medidas em relação
ao nó de referência.

(2) Aplique a lei
dos nós a cada
um dos $(n-1)$ nós

que não são de
referência. Use a
lei de Ohm para
expressar as con-
dições nos ra-

nos em termos de
tensões no dais.

(3) Resolva as equa-
ções simultâneas
resultantes para obter
as tensões no

das conhecidas.

Exemplo:

Aplicando a lei dos
nós ao nó 1, temos:

$$I_1 = I_2 + i_1 + i_2$$

No mó' 2, temos:

$$\underline{I}_2 + i_2 = i_3$$

Aplicamos a lei de
Ohm para expressar
as correntes

das conhecidas i_1, i_2 e
 i_3 em termos de
tensões nodais. A
ideia central é
ter em mente

que, já que os resisto
res são elementos
passivos, pela conven
ção do sinal passivo,
a corrente sempre
deve fluir

de um potencial
mais elevado para
um mais baixo.

Em um resistor, a
corrente flui de
um potencial

mais elevado para
um potencial mais
baixo. Podemos
expressar esse
princípio como:

$$i = \frac{J_{\text{major}} - J_{\text{minor}}}{R}$$

$$i_1 = \frac{J_1 - 0}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{J_1 - J_2}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{J_2 - 0}{R_3}$$

$$\overline{I}_1 = \overline{I}_2 + \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

$$\overline{I}_2 + \frac{V_1 - V_2}{R_2} = \frac{V_2}{R_3}$$

3.3 - Análise Nodal com fontes de tensão

Agona, considere ramos
como as fontes de
tensão a serem

a análise modal.

Considere as duas
possibilidades a

seguinte:

Caso (1) $\Rightarrow$ se a

fonte de tensão
estiver conectada
entre o nó de
referência e um
nó não-referência,
simplesmente

configuramos a
tensão no nó má-
-ne fenôcia igual
à tensão da fonte
de tensão.

$$V_1 = 10V$$

Caso(2) $\Rightarrow$ Se a fonte
de tensão (dependente
ou independente) es-
tiver conectada
entre dois nós não-
referência, os

dois nós mão-referência
formam um nó gené
nico ou supernó;
aplicamos tanto a
lei dos nós como
a lei das malhas

para determinar as
tensões no duto.

Um superfó é for-
mado em vol sendo-se
uma fonte de tensão
(dependente ou

independente) conectada entre dois
nos não-referência
e quaisquer elementos
conectores em para-
lelo com ele.

no SN:

$$\dot{i}_1 + \dot{i}_4 = \dot{i}_2 + \dot{i}_3$$

or

$$\frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 - V_3}{4} = \frac{V_2 - 0}{8} + \frac{V_3 - 0}{6}$$

Le: das mal hat no sn:

$$-\sqrt{2} + 5 + \sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{3} = 5$$

Observe as seguintes
propriedades de um
supermó:

(1) A fonte de tensão
dentro do supermó
fornece uma

equações de restrição
necessária pra encon-
trar as tensões no
dais.

(2) um supermô não
tem nenhuma

tensão própria.

(3) um Supermó requer
a aplicação tanto
da lei dos nós
como da lei das
malhas.

3.4 - Análise de Malhas

Malha é um lago que não contém nenhum outro lago em seu interior.

A análise de malhas
aplica a lei das
malhas (LKT) para em-
contrar correntes
desconhecidas.

Na análise de malhas
de um circuito com
 m malhas, seguimos
as etapas descritas:

(1) Atribua conteúdos de malha $i_1, i_2, \dots, i_n$ a m malhas.

(2) Aplique a lei das malhas a cada uma das m malhas.

Use a lei de Ohm
para expressar as
tensões em termos
de correntes de
malha.

(3) Resolva as n equações simultâneas resultantes para obter as ω nodais de malha.

Exemplo:

Aplicando LKT pra malha ①:

$$-V_1 + R_1 i_1 + R_3 (i_1 - i_2) = 0$$

ou

$$(R_1 + R_3) i_1 - R_3 i_2 = V_1$$

Para malha ②:

$$R_2 i_2 + V_2 + R_3 (i_2 - i_1) = 0$$

ou

$$-R_3 i_1 + (R_2 + R_3) i_2 = -V_2$$

$$\boxed{I_1 = i_1 \quad I_2 = i_2 \quad I_3 = i_1 - i_2}$$

3.5 - Análise de malhas com fontes de corrente

Aplicar a análise de
malhas a circuitos
contendo fontes

de corrente (dependen-
tes ou independentes)
pode, à primeira vista,
parecer complicado.

Porém, na verdade, sua
aplicação é muito

mais fácil que aquela
apresentada na seção
anterior, pois a pre
sença de fontes de
corrente reduz o
número de equações.

Considere os dois casos possíveis a seguir:

Caso ① $\Rightarrow$ Quando existe uma fonte de corrente a p.m. em uma malha fazemos que

$$i_2 = -5A$$

e escrevemos uma equação de malha pra outra malha da maneira usual, isto é,

$$-10 + 4i_1 + 6(i_1 - i_2) = 0$$

$$i_1 = -2A$$

Caso 2 $\Rightarrow$ Quando uma fonte de conteúdo existe entre duas malhas, criamos uma supermalha (excluindo a fonte de

corrente e quais quer
elementos a ela
associados em série).

Uma supermalha é re-
sultante quando
duas malhas

possuem uma fonte
de corrente (de per
rente ou in de per
rente) em comum.

Aplicando a lei das
malhas à SM:

$$-20 + 6i_1 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$

$$6i_1 + 14i_2 = 20$$

Aplicando-se a lei dos
nós ao nó 0, temos:

$$i_2 = i_1 + 6$$

$$i_1 = -3,2 A \quad i_2 = 2,8 A$$

Observe as seguintes
propriedades de uma
supermalha:

- ① A fonte de corrente
na supermalha
fornece a equa

ção de restrição neces-
sária pra encontrar
as correntes de
malha.

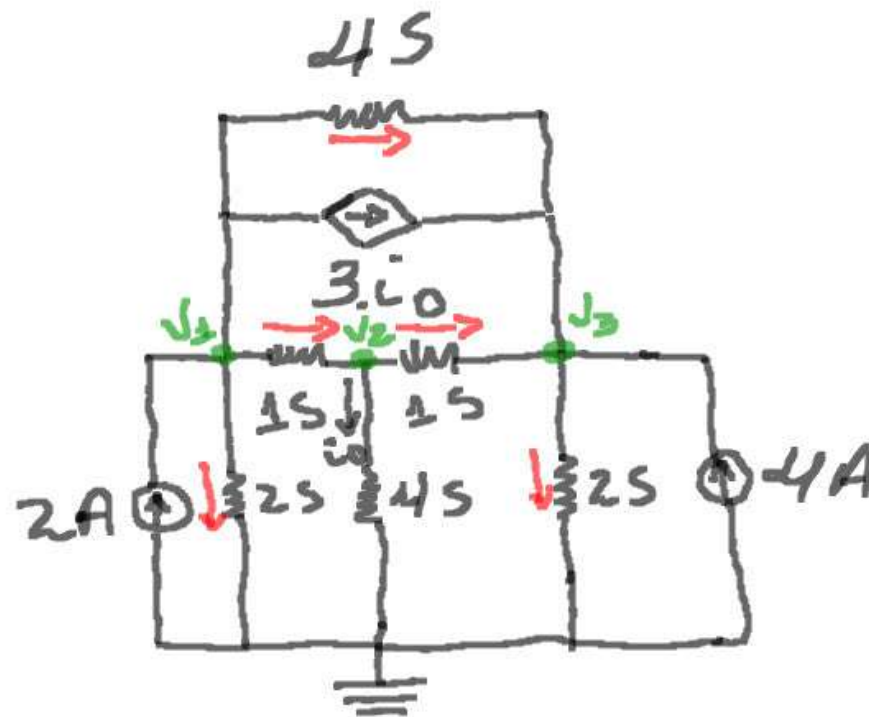
② Uma supermalha
não possui corren-

te própria.

③ Uma supermalha
requer a aplica-
ção da lei das
malhas, bem como da
lei dos nós.

Resolução de Exercícios

3.27 $\Rightarrow$



$$V = R \cdot i$$

$$V = \frac{1}{G} \cdot i$$

$$i = \frac{V}{R} = G \cdot V$$

No m'o' ①:

$$2 = 2(V_1 - 0) + (V_1 - V_2)1 + (V_1 - V_3)4 + 3i_0$$

$$i_0 = 4 \cdot V_2$$

$$z = 7v_1 + 11v_2 - 4v_3 \quad (\text{I})$$

Now ②:

$$(v_1 - v_2)1 = \underbrace{4v_2}_{10} + (v_2 - v_3)1$$

$$0 = -v_1 + 6v_2 - v_3 \quad (\text{II})$$

No mó' ③:

$$2(v_3 - 0) = 4 + (v_2 - v_3)1 + \underbrace{12v_2}_{3!0} + 4(v_1 - v_3)$$

$$-4 = 4v_1 + 13v_2 - 7v_3 \quad (\text{III})$$

Na forma matricial:

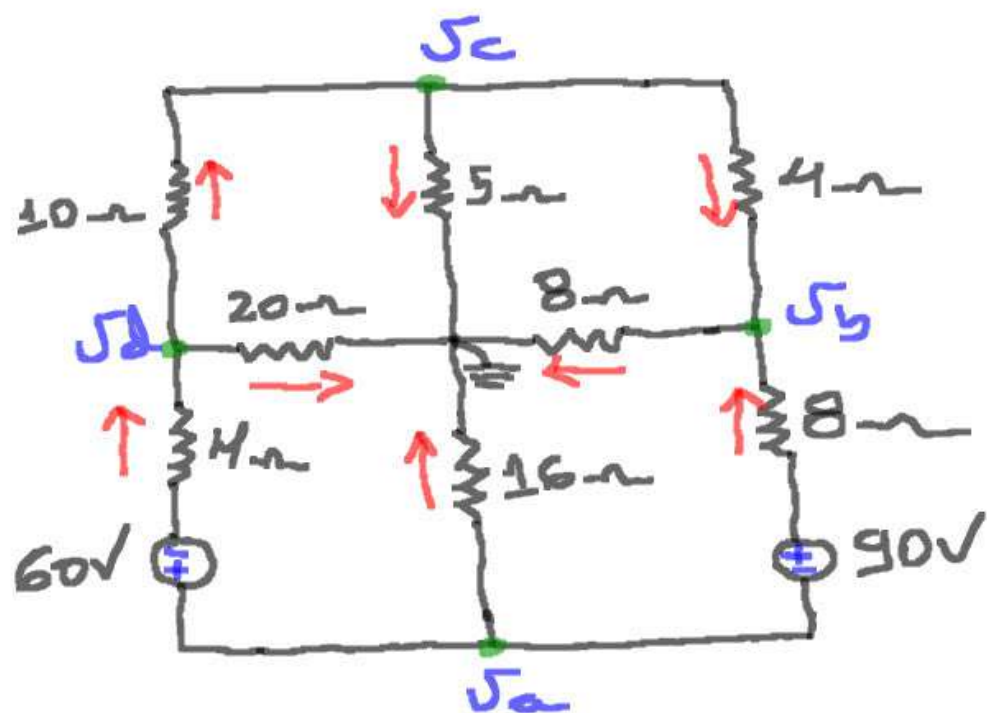
$$\begin{bmatrix} 7 & 11 & -4 \\ 1 & -6 & 1 \\ 4 & 13 & -7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = 625 \text{ mV}$$

$$V_2 = 375 \text{ mV}$$

$$V_3 = 1,625 \text{ V}$$

3.28 $\Rightarrow$



No m' c:

$$\frac{v_d - v_c}{10} = \frac{v_c - v_b}{4} + \frac{v_c - 0}{5}$$

$$0 = -5v_b + 11v_c - 2v_d$$

No sólo b:

$$\frac{V_a + 90 - V_b}{8} + \frac{V_c - V_b}{4} = \frac{V_b - 0}{8}$$

$$-90 = V_a - 4V_b + 2V_c$$

No más as:

$$\frac{V_a - 60 - V_d}{4} + \frac{V_a - 0}{16} + \frac{V_a + 90 - V_b}{8} = 0$$

$$60 = 7V_a - 2V_b - 4V_d$$

No no d:

$$\frac{V_a - 60 - V_d}{4} = \frac{V_d - 0}{20} + \frac{V_d - V_c}{10}$$

$$300 = 5V_a + 2V_c - 8V_d$$

node formula matrix:

$$\begin{bmatrix} 0 & -5 & 11 & -2 \\ 1 & -4 & 2 & 0 \\ 7 & -2 & 0 & -4 \\ 5 & 0 & 2 & -8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -90 \\ 60 \\ 300 \end{bmatrix}$$

$$V_a = -10,56 \text{ V}$$

$$V_b = 20,56 \text{ V}$$

$$V_c = 1,389 \text{ V}$$

$$V_d = -43,75 \text{ V}$$

$$\boxed{3.55} \Rightarrow \boxed{\bar{I}_1 = 4 \text{ A}}$$

Na malha (4):

$$\boxed{-8 + 12(I_4 - \bar{I}_1) + 4(I_4 - \bar{I}_3) = 0}$$

Na supermalha:

$$+10 + 6(I_2 - I_1) + 2I_3 + 4(I_3 - I_4) = 0$$

$$-3I_1 + 3I_2 + 3I_3 - 2I_4 = -5$$

No nó $\underline{\underline{c}}$:

$$I_2 = I_3 + 1$$

Resolvendo o sistema
de 4 equações e 4
variáveis, temos:

$$I_1 = 4A \quad I_2 = 3A$$

$$I_3 = 2A \quad I_4 = 4A$$

correntes
de
malhas

$$\begin{aligned} \text{No nó } \underline{b}: \quad i_1 &= I_2 - I_1 = -1A \\ \text{No nó } \underline{a}: \quad i_2 &= 4 - I_4 = 0A \\ \text{No nó } \underline{0}: \quad i_3 &= I_4 - I_3 = 2A \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{No nó } \underline{b}: \quad i_1 &= I_2 - I_1 = -1A \\ \text{No nó } \underline{a}: \quad i_2 &= 4 - I_4 = 0A \\ \text{No nó } \underline{0}: \quad i_3 &= I_4 - I_3 = 2A \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \text{correntes} \\ \text{nos} \\ \text{nómos} \end{array}$$

3.64 $\Rightarrow$ Para a malha ②:

$$10(i_2 - i_1) + 10i_2 + 4i_0 = 0$$

$$20i_2 - 10i_1 + 4i_0 = 0 \quad (I)$$

No nó a: $i_0 = i_1 - i_2$

Substituindo em (I):

$$i_1 = \left(\frac{16}{5}\right) i_2 \quad (\text{II})$$

Para a supermalha:

$$-250 + 50i_1 + 10(i_1 - i_2) - 4\underbrace{i_0}_{i_1 - i_2} + 40i_3 = 0$$

$$28i_1 - 3i_2 + 20i_3 = 125 \quad (\text{III})$$

No nó 5: $i_3 + 0,2 \cdot \underbrace{V_0}_{10i_2} = 5 + i_1$

$$i_3 = 5 + \left(\frac{2}{3}\right)i_2 \quad (\text{IV})$$

Resolvendo o sistema
de 3 equações
e 3 variáveis:

$$i_2 = 0,2941 \text{ A}$$

$$U_0 = 10 i_2 = 2,941 \text{ V}$$

$$i_0 = i_1 - i_2 = \left(\frac{5}{3}\right) i_2 = 490,2 \text{ mA}$$