

MAP 2220 – FUNDAMENTOS DE ANÁLISE NUMÉRICA

BMAC 2021

Lista de Exercícios 2

1: Sejam $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ e $x_3 = 3$.

- (a) Determine os polinômios de Lagrange $L_i(x)$ correspondentes a estes pontos e mostre que eles são dois a dois ortogonais com relação ao produto interno

$$\langle \phi | \psi \rangle = \sum_{k=0}^3 \phi(x_k) \psi(x_k).$$

- (b) Encontre o polinômio de grau menor ou igual a 3 que melhor aproxima $f(x) = \sin(\pi x/2)$ pelo MMQ em relação ao produto interno dado. Qual o erro quadrático cometido?

2: Use interpolação polinomial de grau para tabela abaixo, estime o valor de $\sin(0.65)$. Delimite o erro cometido em tal estimativa sem empregar o valor exato de $\sin(0.65)$.

x_i	0	0.5	0.75	1
$\sin x_i$	0	0.479	0.682	0.841

3: Considere a seguinte tabela de diferenças simples de uma certa função f .

x_i	$f(x_i)$	Δ^1	Δ^2	Δ^3	Δ^4	Δ^5	Δ^6
-1.0	4						
		-3					
-0.5	1		10				
		...		-21			
0.0	8		-11		17		
		-4		-4		...	
0.5
			2	
1.0	...		-3		18		
		-22		...			
1.5	-37		...				
		...					
2.0	-32						

- (a) Preencha as lacunas da tabela.
- (b) Determine o polinômio interpolador (de grau ≤ 6) na forma de Newton relativo à tabela inteira.
- (c) Determine o polinômio de grau ≤ 3 que interpola f nos últimos 4 pontos da tabela.
- (d) Sabendo que $f(3) = -5$, qual dos dois polinômios obtidos nas partes (b) e (c) é o que melhor aproxima f no ponto $x = 3$?

4: Suponha que certa função f foi tabelada em $n+1$ pontos x_k , $0 \leq k \leq n$.

Seja P_j o polinômio interpolador da tabela $(x_k, f(x_k))$, $0 \leq k \leq j$,

Prove que se $P_{j-1} \neq P_j$ então o grau de P_j é j .

5: A partir de uma função $f(x)$ obteve-se a seguinte tabela

x_i	1.69	1.96	2.25	2.56
$f(x_i)$	1,30	1,40	1,50	1,60

Sabe-se que , para todo $x \in [1.69, 2.56]$, tem-se $f^{(3)}(x) > 0$ e $f^{(3)}(x)$ é decrescente nesse intervalo.

(a) Determine dentre estes os 3 pontos mais convenientes para aproximar o valor de $f(2)$ através de interpolação por polinômios de grau 2, justifique sua resposta.

(b) Use diferenças divididas e, através do polinômio interpolador da tabela dada encontre uma estimativa para $f(2)$.

(c) Conclua através da tabela de diferenças divididas que existe um ponto $c \in [1.69, 2.56]$ tal que $f''(c) = -0.08$. Justifique.

6: A partir de uma função $g(t)$ obteve-se a tabela a seguir:

t	0	1	2	3	4	5	6
$g(t)$	-1.32	-3.16	-7.50	-10.7	-6.88	12.5	58.1

Qual o grau do polinômio interpolador parece mais adequado para interpolar a tabela acima? Justifique suas afirmações.