

EXERCÍCIO 1

Considere duas possibilidades de investir um capital inicial S_0 :

- Um investimento em renda fixa com uma taxa de retôrno r . Ou seja o retôrno, $S_r(t)$, do investimento após um período t é dados por:

$$S_r(t) = S_0 e^{rt}$$

- Um investimento cujo retôrno segue uma dinâmica logística, ou seja:

$$S_{r_0, \bar{S}}(t) = \frac{\bar{S}}{1 + \frac{\bar{S} - S_0}{S_0} e^{-(r_0 \bar{S})t}}$$

Mostre que:

•

$$\frac{dS_r(t)}{dt}(t) = r S_r(t)$$

•

$$\frac{dS_{r_0, \bar{S}}(t)}{dt}(t) = r_0 (\bar{S} - S_{r_0, \bar{S}}(t)) S_{r_0, \bar{S}}(t)$$

Considerando um investimento inicial $S_0 = 2$, uma taxa de retôrno do investimento em renda fixa $r = 0.045$ e o investimento com retôrno logístico definido pelos parâmetros $r_0 = 0.02$ e $\bar{S} = 5$, justifique porque inicialmente a melhor opção é optar pelo investimento com retôrno logístico. Em um tempo futuro, o investimento em renda fixa passa a ser a melhor opção (justifique).

- Determine para qual valor de t o investimento em renda fixa se torna a melhor opção.

- Considerando os parâmetros dados acima e dois investidores. O primeiro investidor no instante inicial opta pelo investimento em renda fixa e o segundo pelo investimento com retorno logístico. Determine o tempo futuro em que os retornos acumulados destes investidores coincidem.