



EDM0343 – Projeto integrado em Docência em Ensino de Ciências e Matemática (PIED)

2º sem./2021

Prof^a. Dr^a. Bruna Lima Ramos Giusti

bruna.giusti@usp.br

Leitura prévia

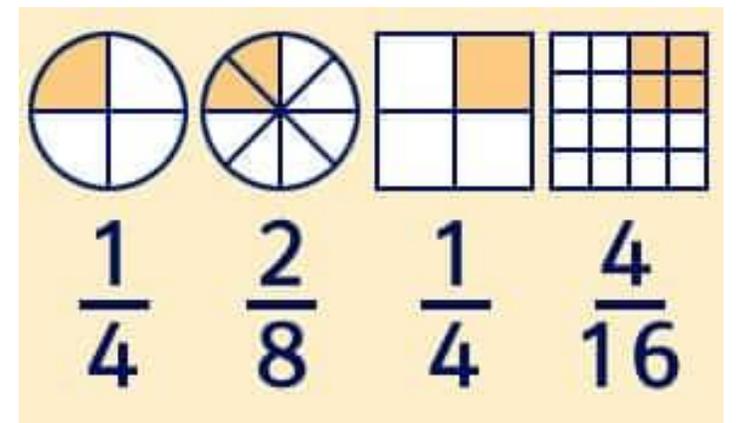
- ❖ MONTEIRO, Cecília; PINTO, Hélia; FIGUEIREDO, Nisa. As fracções e o desenvolvimento do sentido do número racional. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 85, p. 47-51, 2005.
Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/issue/view/87>

Fração e seus significados

- Parte de um todo
- Quociente (divisão)
- Razão, razão entre duas partes de um mesmo todo
- Operador multiplicativo

E ainda para Mometti (2021):

- Número
- Medida
- Proporção



Em busca de uma aprendizagem significativa

“Procuraremos mostrar como é que, utilizando as estratégias informais dos alunos como ponto de partida na aprendizagem, é possível que os alunos construam de forma significativa o conceito de fracção, ao mesmo tempo que é valorizada a compreensão e a participação activa do aluno no seu próprio processo de aprendizagem”. (Monteiro, Pinto, Figueiredo, 2005, p. 47)

O ensino de frações

- Normalmente inicia-se parte/todo (Brasil ou Portugal)
- Exemplos: círculos, retângulos (chocolates, pizzas etc)
- Daí ensina-se sobre frações equivalentes
- Adição, depois subtração (operação inversa)
- Ponto de partida: conceitos matemáticos e não situações-problema

Problemas

- 1) Quatro amigos foram a um restaurante e pediram três pizzas. Dividiram igualmente as três pizzas. Que parte de pizza comeu cada amigo? Cada amigo comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.
- 2) Se em vez de quatro amigos fossem oito amigos, pedissem três pizzas e as dividissem igualmente, que parte de pizza comeria cada um? Cada amigo comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza? Explica o teu raciocínio.
- 3) Em qual dos grupos anteriores, o de quatro amigos (problema 1) ou o de oito amigos (problema 2), cada amigo comeu mais pizza? Explica o teu raciocínio.

A

Dividiram cada uma das 3 pizzas em quatro partes iguais e deram 3 fatias a cada amigo.

Responderam que cada amigo comeu três fatias de pizza.

B

Dividiram 2 pizzas, cada uma destas em duas partes iguais e a terceira pizza em quatro partes iguais e deram metade de uma pizza mais um quarto da outra a cada amigo. Responderam que cada amigo comeu metade de uma pizza e mais um quarto de outra.

C

Dividiram cada uma das 3 pizzas em oito partes iguais e deram 6 oitavos a cada amigo. Responderam que cada amigo comeu 6 oitavos.

D

Dividiram cada uma das 3 pizzas em oito partes iguais. Contaram os pedaços de uma pizza obtidos e multiplicaram por 3 (temos $8 \times 3 = 24$) e dividiram as 24 fatias pelos 4 amigos ($24 \div 4 = 6$). Responderam que cada amigo comeu seis fatias.

E

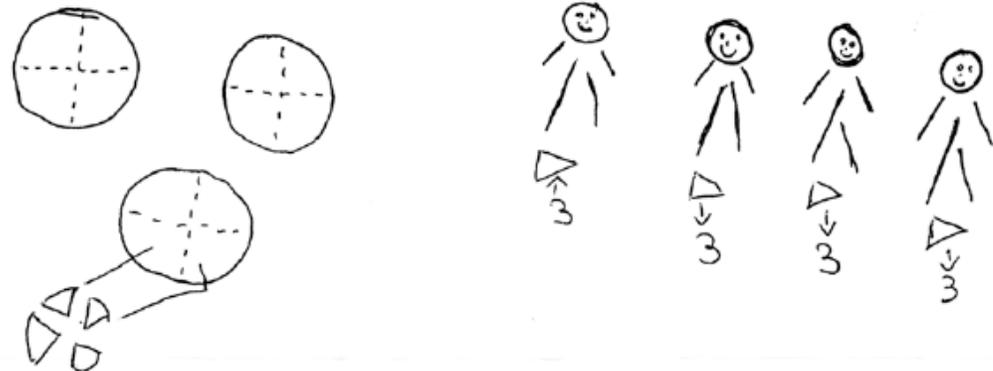
Dividiram $3 \div 4$ e obtiveram 0,75 e alguns responderam 75%

Respostas dos alunos que não conheciam frações

- Todas as respostas (1ª parte) levam a $\frac{3}{4}$ ou $\frac{6}{8}$
- As respostas dos alunos referiam quartos, oitavos e metades, por extenso, mesmo nunca tendo sido “ensinados” na escola a chamar-lhe assim (figura2).
- Outros alunos referiram-se a fatias, mas os desenhos elucidaram sempre se eram quartos, oitavos ou metades (figura 3).

registados no quadro. Durante a discussão, o professor foi chamando a atenção para o facto de ser possível representar de diferentes modos o mesmo número e introduziu a simbologia da fracção. O apelo à conexão com a divisão foi um dos aspectos realçados no diálogo que se manteve na turma, e o professor acabou por registar no quadro a expressão

$$\frac{3}{4} = 3 : 4.$$



$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 4} \\ 0 \end{array}$$

Cada amigo comeu 3 fatias da pizza.

Figura 3. Produções de dois grupos a propósito do problema 1

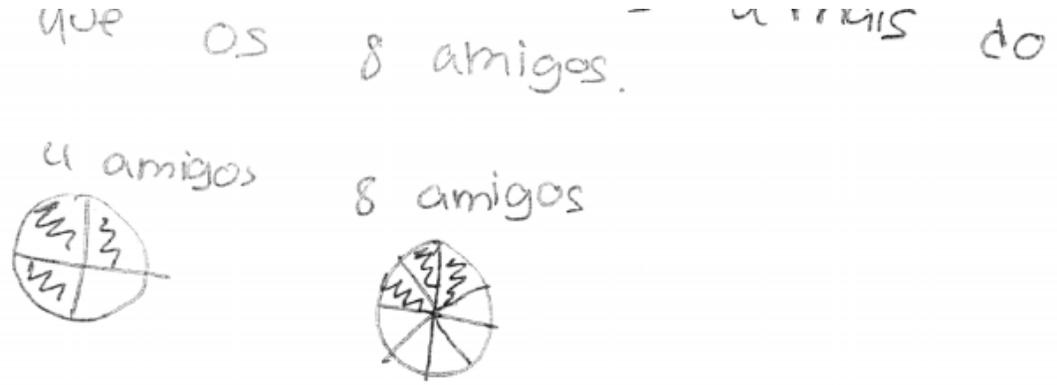


Figura 2. Produção de um grupo a propósito do problema 3.

$A = 0,5 + 0,25 = 0,75$
 $B = 0,5 + 0,25 = 0,75$
 $C = 0,5 + 0,25 = 0,75$
 $D = 0,5 + 0,25 = 0,75$

• Cada amigo comeu 0,75 da pizza.

Figura 3. Produções de dois grupos a propósito do problema 1

Sistematização

simbologia da fracção. O apelo à conexão com a divisão foi um dos aspectos realçados no diálogo que se manteve na turma, e o professor acabou por registar no quadro a expressão

$$\frac{3}{4} = 3 : 4.$$

As fracções unitárias surgiram e $3/4$ apareceu igual a

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

e também igual a

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}.$$

Como houve alunos que dividiram a piza em oitavos, houve ainda a resposta $6/8$, o que permitiu notar que afinal $3/4$ de piza era a mesma porção de piza que $6/8$ de piza. A multiplicação também surgiu quando um grupo resolveu dar $1/4$ de piza a cada amigo:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}.$$

Houve um aluno que referiu que tinha comido uma piza menos $1/4$, tendo o professor aproveitado para escrever

$$\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}.$$

Conclusão...

- Alunos com noção (informal) sobre o que é fração, decomposição em frações unitárias, comparação e multiplicação de frações.
- Com o passar do tempo, os alunos recorriam cada vez mais ao uso dos símbolos das frações. Para resolver os problemas.
- Notaram que nenhum dos grupos apresentou respostas sem sentido (aprendizagem significativo).
- Alunos compreenderam relações entre frações, números decimais e porcentagens (por exemplo $3/4 = 0,75 = 75\%$).

Discussão

- Inversão no ponto de partida da aprendizagem em relação à abordagem tradicional → “inversão anti-didática” (FREUDENTHAL, 1973, 1991)
 - Ponto de partida passa a ser as situações e por fim sistematiza com os conceitos matemáticos
- Processo de construção do conceito de fração tem por base as próprias estratégias informais dos alunos e as suas produções próprias (valorização dos conhecimentos prévios da criança)
 - Alunos participam mais ativamente do seu próprio processo de aprendizagem.
 - Lembra que a matemática é criação humana (para organizar, relacionar, estruturar, generalizar, provar, formalizar o mundo à nossa volta)
- Situações problemas: são apresentadas de forma aberta (no sentido de que não é ensinado à partida qualquer processo de solução) e são tais que permitem gerar conhecimento matemático (produção de novo conhecimento).
- Interação em sala de aulas (diferentes estratégias, mesmo resultado)
- Abordagem centrada no aluno e na sua aprendizagem

Reúna-se em grupo (± 5 pessoas), discuta e resolva os problemas a seguir:

Tempo: 30 minutos para a tarefa. Voltamos às 20h40min

- 1) Andei $\frac{1}{2}$ km hoje e ontem tinha andado $\frac{1}{4}$ km. Quanto andei ao todo nos dois dias?
- 2) Se um jogador de basquetebol encesta uma bola em duas tentativas em um jogo, e outro jogo ele encesta uma bola em quatro tentativas, qual é a fração que representa o desempenho do jogador nos dois jogos?
- 3) $\frac{1}{2}$ do cereal A é açúcar. $\frac{1}{4}$ do cereal B é açúcar. Se misturarmos porções iguais de ambos os cereais, que fração desta mistura é de açúcar?
- 4) Em uma sala de aula $\frac{1}{2}$ dos estudantes são rapazes e noutra sala $\frac{1}{4}$ dos estudantes são rapazes. Se pusermos os dois grupos juntos, que fração de rapazes será obtida?

1) Andei $\frac{1}{2}$ km hoje e ontem tinha andado $\frac{1}{4}$ km. Quanto andei ao todo nos dois dias?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2 \times 1 + 1 \times 1}{4} =$$

$$\frac{2 + 1}{4} = \frac{3}{4}$$



2) Se um jogador de basquetebol encesta uma bola em duas tentativas em um jogo, e outro jogo ele encesta uma bola em quatro tentativas, qual é a fração que representa o desempenho do jogador nos dois jogos?

$$\frac{\textit{cestas}}{\textit{n}^{\circ} \textit{. de tentativas}} = \frac{1 + 1}{2 + 4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

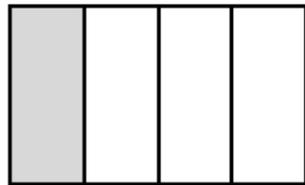
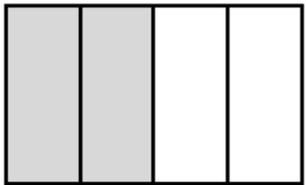
1^o jogo 2^o jogo

Nos 2 jogos

Outro pensamento: Deve ser entre 50% e 25%. Ou seja, $\frac{1}{3}$ de 100% = 33,33%

3) $\frac{1}{2}$ do cereal A é açúcar. $\frac{1}{4}$ do cereal B é açúcar. Se misturarmos porções iguais de ambos os cereais, que fração desta mistura é de açúcar?

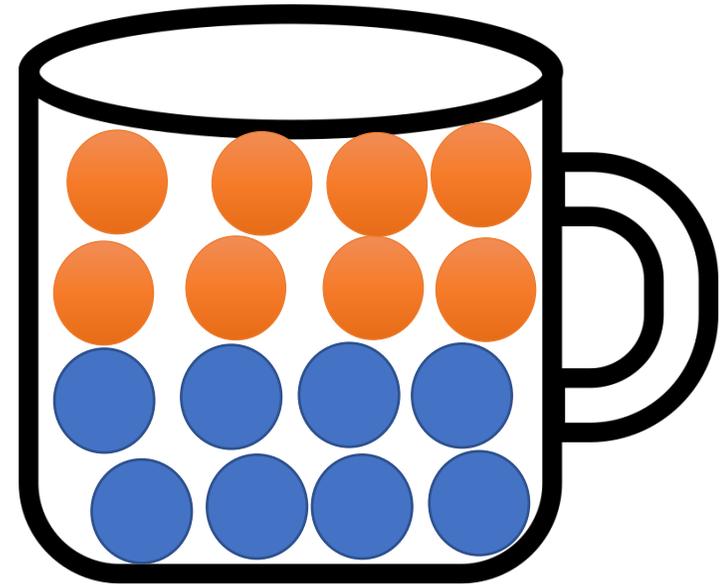
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$



$$\frac{1}{2} +$$

$$\frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{8}$$



4) Em uma sala de aula $\frac{1}{2}$ dos estudantes são rapazes e noutra sala $\frac{1}{4}$ dos estudantes são rapazes. Se pusermos os dois grupos juntos, que fração de rapazes será obtida?

Não sei, não é possível resolver.

Quanto tem em cada grupo/sala de aula?

Não tem solução.

Currículo paulista, p. 338

Números	4º	(EF04MA09A) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) na representação fracionária e decimal como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.	Números racionais: frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$).
Números	4º	(EF04MA09B) Ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e decimal.	Números racionais: frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$).
Números	4º	(EF04MA10A) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro, estabelecendo relações entre representação fracionária e representação decimal de um número racional.	Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro.

Currículo paulista, p. 342

				Números	5º	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.	Cálculo de porcentagens e representação fracionária.
Números	5º	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.				
Números	5º	(EF05MA04A) Identificar diferentes escritas nas representações fracionária e decimal com o apoio em representações gráficas, identificando as frações equivalentes.	Comparação e ordenação de números racionais na representação fracionária e decimal utilizando a noção de equivalência.				
Números	5º	(EF05MA04B) Produzir diferentes escritas nas representações fracionária e decimal com o apoio em representações gráficas, identificando as frações equivalentes.	Comparação e ordenação de números racionais na representação fracionária e decimal utilizando a noção de equivalência.				
Números	5º	(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência				

BNCC (2018)

Números – 2º ano (p. 284)

Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte

Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte

Números – 3º ano (p. 288)

(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.

4º ano

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

5º ano

Materiais pedagógicos

- **Trilhas de Aprendizagem** - Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (2020, 5º ano)
- Disponível no e-disciplina

Como trabalhar frações de acordo com:

- Atividade 8 (p. 110)
- Atividade 18 (p. 128)

ATIVIDADE 8 – Vamos falar de frações?

TRILHA DE CONHECIMENTOS ▶▶▶

Nessa atividade, vamos falar um pouco das frações e a forma que elas são representadas matematicamente. Uma fração é um número usado para representar partes de um valor inteiro que foi dividido em partes iguais. O número que representará cada uma das partes nessa divisão chamaremos de fração. Em uma fração, o número que está na parte de cima da representação é chamado de **numerador**, e representa a quantidade de partes que estamos considerando do total, já o número que está na parte de baixo da representação, chamamos de **denominador**, que representa o total de partes iguais no qual o inteiro foi dividido.

Observe a figura:



Adaptado de Pixabay

Se um chocolate for dividido em partes iguais entre 6 amigos, cada parte ou parcela desse chocolate que cada um receberá será $\frac{1}{6}$:

VAMOS PRATICAR!

1. Pegue uma folha de papel e dobre-a ao meio juntando as pontas. Abra-a novamente e represente com um desenho como ficaria. Pinte uma de suas partes.

2. Uma cartolina foi dividida em 4 partes iguais. Se o Juliano entregar 3 partes dessa cartolina para um amigo realizar uma atividade, qual a fração que representará a parte que sobrou dessa cartolina?

3. Se Juliano dividisse a cartolina em 6 partes iguais, e entregasse 4 partes para um amigo, qual fração representaria:

A cartolina toda? _____

A parte que o amigo recebeu? _____

Represente com um desenho as duas situações:

4. Aproveitando esse conhecimento de frações, divida cada retângulo para representar as frações a seguir, e circule o retângulo em que está representada a maior fração:

$\frac{2}{3}$	
---------------	--

$\frac{4}{7}$	
---------------	--

$\frac{3}{4}$	
---------------	--

$\frac{3}{8}$	
---------------	--

ATIVIDADE 18 – Comparando números racionais

TRILHA DE CONHECIMENTOS ▶▶▶

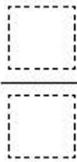
$\frac{1}{2}$ (um meio); $\frac{3}{8}$ (três oitavos) ou $\frac{7}{10}$ (sete décimos) são números racionais representados na forma fracionária.

Na ilustração a seguir, o número $\frac{3}{8}$ indica a relação entre a quantidade de partes (3), que foram utilizadas na confecção de uma toalha, a partir de um tecido que foi dividido em 8 partes iguais.

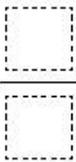


VAMOS PRATICAR!

1. Juliano comprou uma pizza e a dividiu, igualmente, entre ele e suas amigas: Abigail, Paola, Regiane e Renata. Represente, utilizando a escrita fracionária, quanto da pizza cada pessoa comeu:

Pizza Inteira	Quanto da pizza cada pessoa comeu	
		

2. Naquele mesmo dia, uma vizinha de Juliano também comprou a mesma pizza, que foi dividida igualmente entre 6 pessoas. Represente, por meio de uma fração, quanto da pizza cada pessoa comeu:

Pizza Inteira	Quanto da pizza cada pessoa comeu	
		

3. Quem comeu mais pizza: o Juliano ou a amiga dele? Por quê?

4. A afirmação a seguir é verdadeira ou falsa? Por quê?

O número 1 é igual a 1 e o número 5 é menor que 6 então, o número $\frac{1}{5}$ é menor do que o número $\frac{1}{6}$.

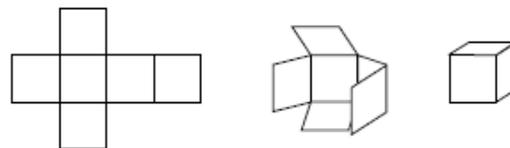
ATIVIDADE 19 – Planificação da superfície do cubo

TRILHA DE CONHECIMENTOS ▶▶▶

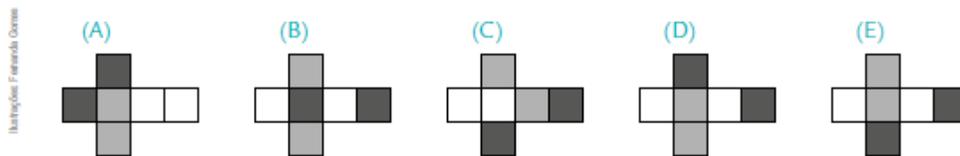
Os moldes são as planificações das superfícies de sólidos geométricos. Eles são formados por figuras planas.

VAMOS PRATICAR!

1. OBMEP) Observe como montar um cubo de papel:



- a) Qual das figuras seguintes pode ser usada para montar um cubo em que as faces opostas tenham a mesma cor?



Trabalho 1 – entrega 24/09 (aula assíncrona)

- Em grupos, pensem em uma Sequência Didática para ensinar frações de forma não tradicional. De preferência, utilizem algum material concreto nessas aulas.
- Entende-se por Sequência Didática uma sequência de aulas para ensinar determinado conteúdo, no caso, Frações.
- Trabalho escrito entre 4 e 8 páginas contendo:
 - Capa (nome dos integrantes do grupo e período)
 - Elaboração de uma sequência didática para ensinar frações no EF1.
 - Indique a turma/ano, quantidade e duração das aulas, metodologia a ser utilizada e sua descrição, indicando como irão trabalhar com as crianças.
 - De preferência, utilizem um material concreto (criado por vocês ou não) para utilizar nas aulas com as crianças, saindo do tradicional explicação+exemplo+exercícios.
 - Procurem utilizar uma abordagem que valorize a aprendizagem significativa.

Próximas aulas...

Fundamentos	PIED
08/09	10/09
Leitura prévia de textos Discussão Frações + Resolução de Problemas	Frações Análise de sequências didáticas
22/09 – Assíncrona	24/09 – Assíncrona
Elaboração do material concreto Postagem do trabalho 1 via e-disciplina	Elaboração da Sequência didática sobre Frações Poderá usar o material concreto nessa Sequência de aulas Postagem do trabalho via e-disciplina
06/10	08/10
Leitura prévia de textos Discussão Algoritmo + Outras representações	Oficina Frações Pode reenviar versão 2 da Sequência Didática (data a definir, prazo provável de uma semana)