SME0824 Gestão da Qualidade

Gráficos de controle

Prof. Cibele Russo

cibele@icmc.usp.br

http://www.icmc.usp.br/~cibele

https://www.youtube.com/cibelerussoUSP

[1] Referência principal: Montgomery, Douglas C. Introdução ao controle estatístico da qualidade. Grupo Gen-LTC, Sétima edição. 2016.

Gráficos de controle

Cinco razões para usar gráficos de controle

1. técnica comprovada para a **melhoria da produtividade**
2. eficazes na **prevenção de defeitos**
3. evitam ajuste desnecessário do processo
4. fornecem informações de diagnóstico
5. fornecem informações sobre a **capacidade** do processo

Gráficos de controle

Cinco razões para usar gráficos de controle

1. técnica comprovada para a **melhoria da produtividade**
2. eficazes na **prevenção de defeitos**
3. evitam ajuste desnecessário do processo
4. fornecem informações de diagnóstico
5. fornecem informações sobre a **capacidade** do processo

Gráficos de controle

Cinco razões para usar gráficos de controle

1. técnica comprovada para a **melhoria da produtividade**
2. eficazes na **prevenção de defeitos**
3. evitam ajuste desnecessário do processo
4. fornecem informações de diagnóstico
5. fornecem informações sobre a **capacidade** do processo

Gráficos de controle

Cinco razões para usar gráficos de controle

1. técnica comprovada para a **melhoria da produtividade**
2. eficazes na **prevenção de defeitos**
3. evitam ajuste desnecessário do processo
4. fornecem informações de diagnóstico
5. fornecem informações sobre a **capacidade** do processo

Gráficos de controle

Cinco razões para usar gráficos de controle

1. técnica comprovada para a **melhoria da produtividade**
2. eficazes na **prevenção de defeitos**
3. evitam ajuste desnecessário do processo
4. fornecem informações de diagnóstico
5. fornecem informações sobre a **capacidade** do processo

Gráficos de controle

Estabilizado o processo, podemos construir **gráficos de controle** para monitorá-lo. A função destes gráficos é **sinalizar a presença de causas especiais** que venham a ocorrer para desestabilizar o processo.

Se a característica da qualidade X é contínua, o usual é monitorar o processo por meio dos gráficos de controle da média $\bar{X}$, e da amplitude, R.

Para isso, precisamos conhecer a distribuição de X, sua média μ e seu desvio padrão σ. Como μ e σ são, em geral, desconhecidos, precisamos estimá-los.

Gráficos de controle

Estabilizado o processo, podemos construir **gráficos de controle** para monitorá-lo. A função destes gráficos é **sinalizar a presença de causas especiais** que venham a ocorrer para desestabilizar o processo.

Se a característica da qualidade X é contínua, o usual é monitorar o processo por meio dos gráficos de controle da média $\bar{X}$, e da amplitude, R.

Para isso, precisamos conhecer a distribuição de X, sua média μ e seu desvio padrão σ. Como μ e σ são, em geral, desconhecidos, precisamos estimá-los.

Gráficos de controle

Estabilizado o processo, podemos construir **gráficos de controle** para monitorá-lo. A função destes gráficos é **sinalizar a presença de causas especiais** que venham a ocorrer para desestabilizar o processo.

Se a característica da qualidade X é contínua, o usual é monitorar o processo por meio dos gráficos de controle da média $\bar{X}$, e da amplitude, R.

Para isso, precisamos conhecer a distribuição de X, sua média μ e seu desvio padrão σ. Como μ e σ são, em geral, desconhecidos, precisamos estimá-los.

Subgrupos racionais

Os **subgrupos racionais** são grupos de observações selecionadas de forma que, se estiverem presentes **causas atribuíveis**, a chance de diferenças **entre** os subgrupos será maximizada, enquanto a chance de diferenças **dentro** de um subgrupo será minimizada.

Para isso, deve-se, por exemplo, evitar tomar amostras no fim do turno em um dia e no início do turno do dia seguinte. Isso aumenta a variabilidade **entre** subgrupos.

Por outro lado, **dentro** dos subgrupos é interessante tomar unidades consecutivas de produção. Isso evita muita variabilidade **dentro** deles.

Subgrupos racionais

Os **subgrupos racionais** são grupos de observações selecionadas de forma que, se estiverem presentes **causas atribuíveis**, a chance de diferenças **entre** os subgrupos será maximizada, enquanto a chance de diferenças **dentro** de um subgrupo será minimizada.

Para isso, deve-se, por exemplo, evitar tomar amostras no fim do turno em um dia e no início do turno do dia seguinte. Isso aumenta a variabilidade **entre** subgrupos.

Por outro lado, **dentro** dos subgrupos é interessante tomar unidades consecutivas de produção. Isso evita muita variabilidade **dentro** deles.

Subgrupos racionais

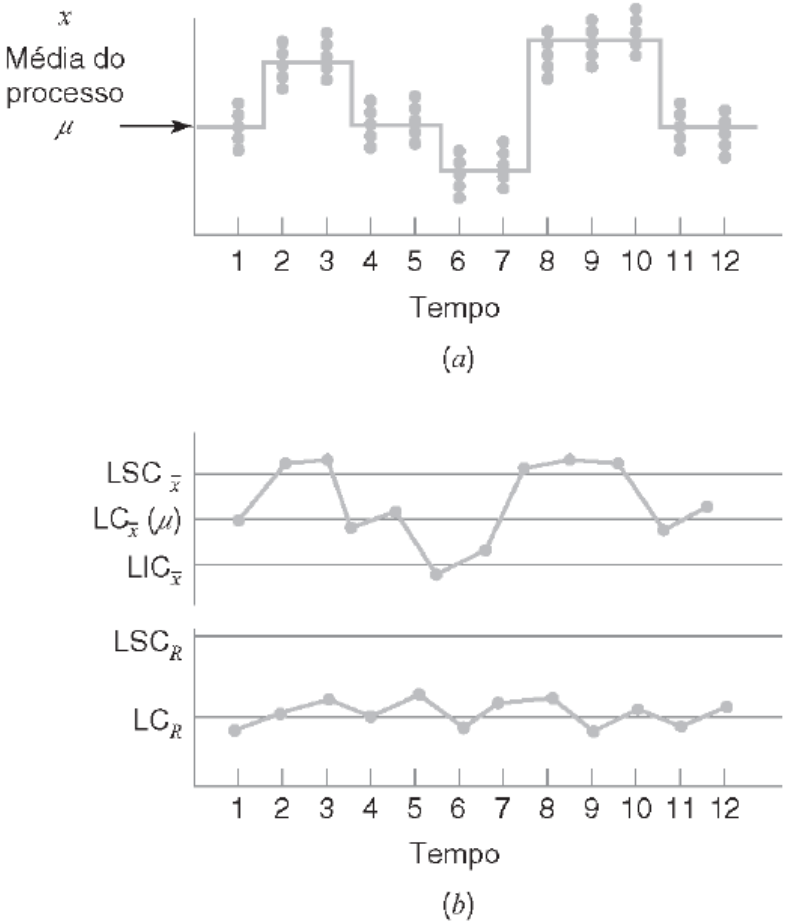
Os **subgrupos racionais** são grupos de observações selecionadas de forma que, se estiverem presentes **causas atribuíveis**, a chance de diferenças **entre** os subgrupos será maximizada, enquanto a chance de diferenças **dentro** de um subgrupo será minimizada.

Para isso, deve-se, por exemplo, evitar tomar amostras no fim do turno em um dia e no início do turno do dia seguinte. Isso aumenta a variabilidade **entre** subgrupos.

Por outro lado, **dentro** dos subgrupos é interessante tomar unidades consecutivas de produção. Isso evita muita variabilidade **dentro** deles.

Abordagem do “instantâneo"

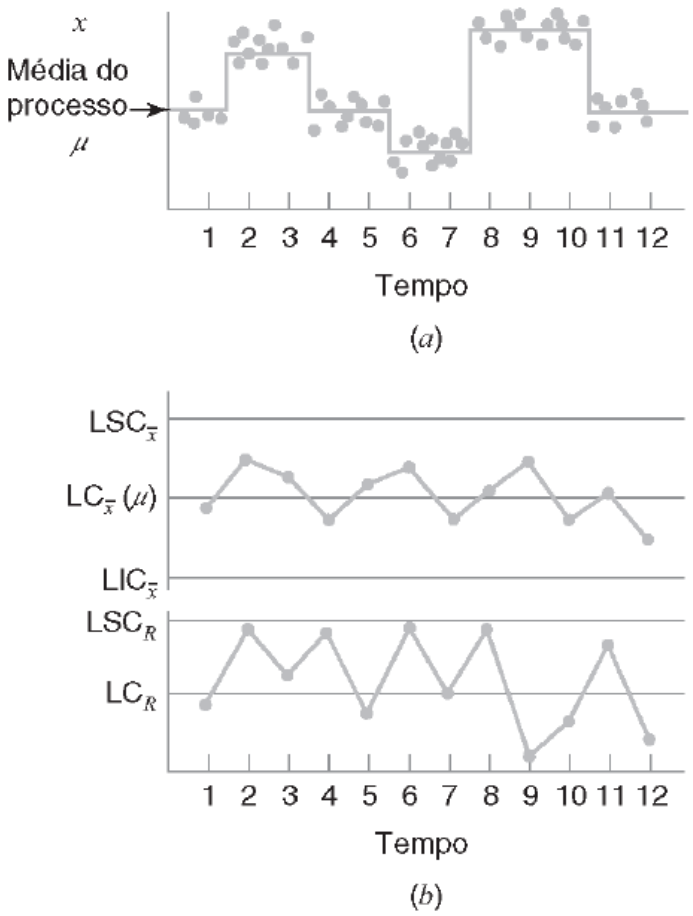
Tomar observações produzidas **ao mesmo tempo** dentro dos subgrupos racionais.



Fonte: Montgomery (2016)

Abordagem da amostra aleatória

Tomar observações aleatórias dentre todas as unidades que foram produzidas no intervalo de amostragem.



Fonte: Montgomery (2016)

Detectando padrões em gráficos de controle

Define-se

- **Sequência** de pontos: fila de observações consecutivas do mesmo tipo
- **Sequência crescente**: ocorre quando observações consecutivas **aumentam** gradativamente
- **Sequência decrescente**: ocorre quando observações consecutivas **diminuem** gradativamente

Detectando padrões em gráficos de controle

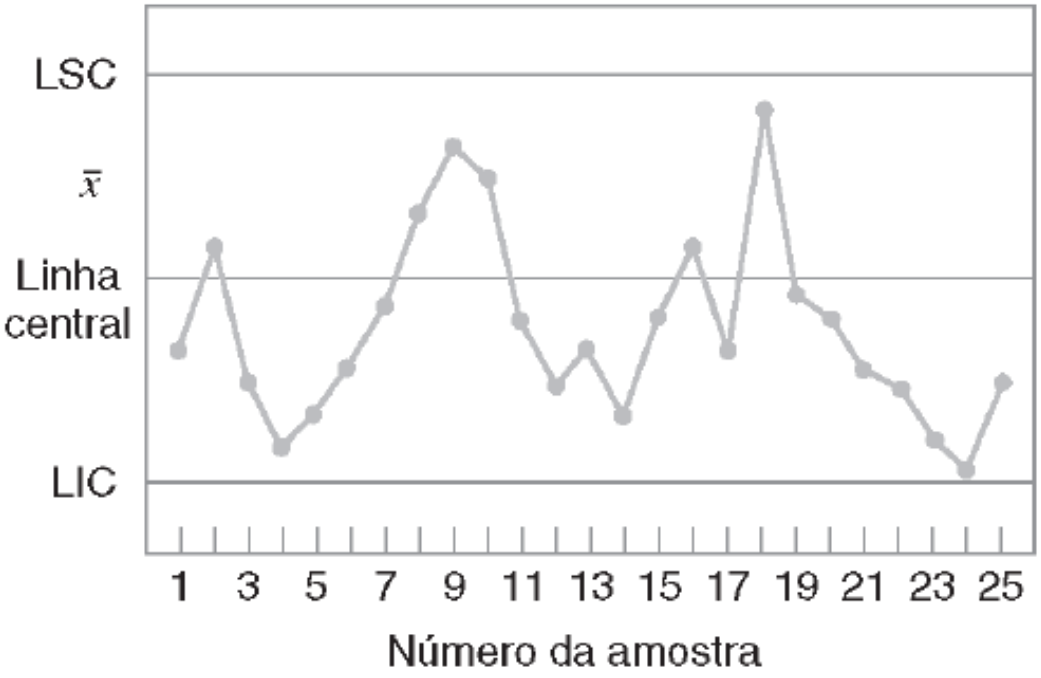


FIGURA 5.12 Um gráfico de controle $\bar{x}$.

Fonte: Montgomery (2016)

Detectando padrões em gráficos de controle

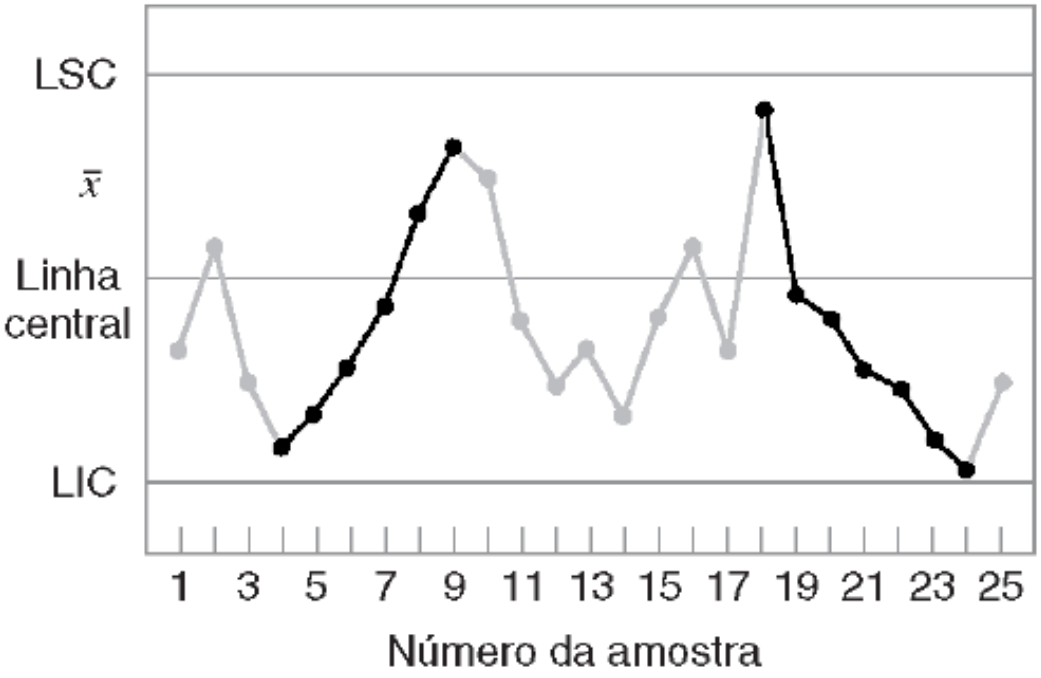


FIGURA 5.12 Um gráfico de controle $\bar{x}$.

Fonte: Montgomery (2016)

Detectando padrões em gráficos de controle

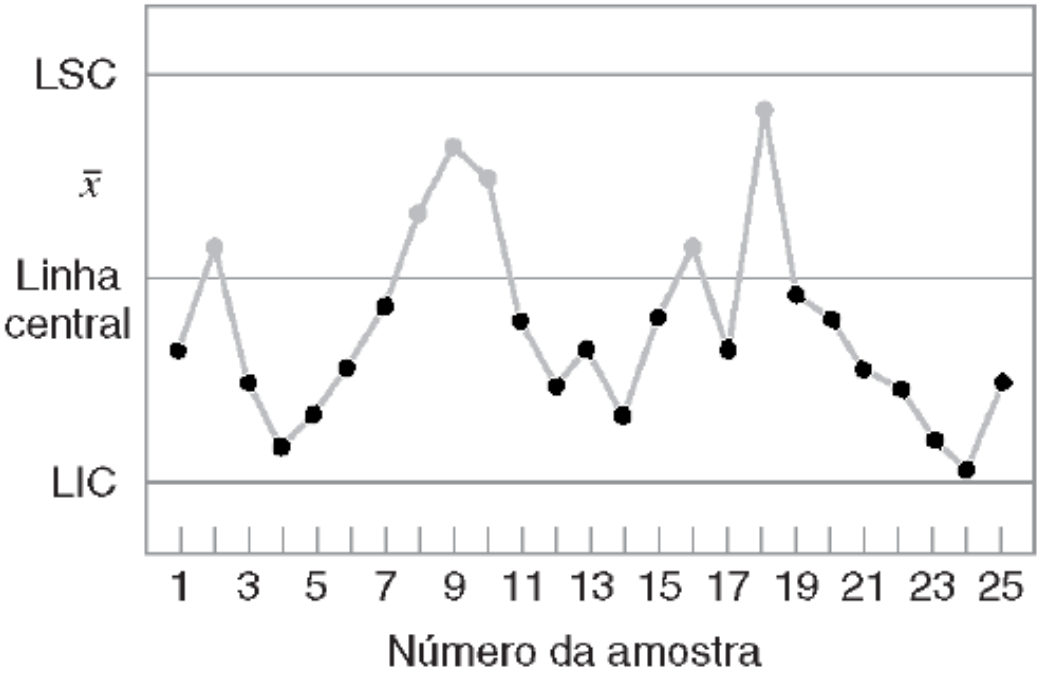


FIGURA 5.12 Um gráfico de controle $\bar{x}$.

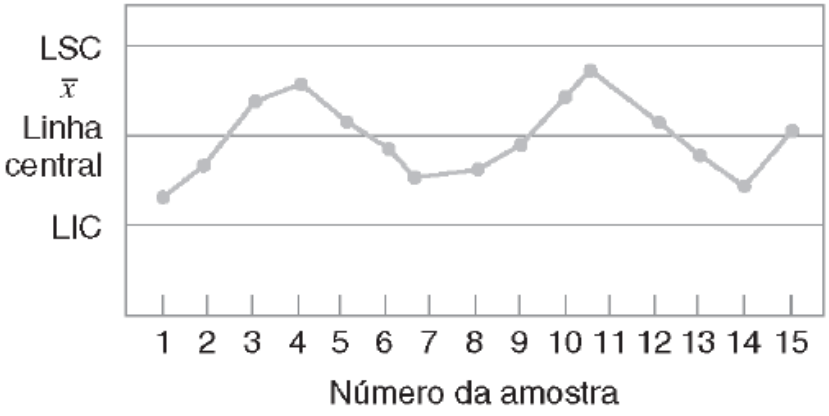
Fonte: Montgomery (2016)

Detectando padrões em gráficos de controle

Análise:

- Observe que há uma sequência crescente de 5 pontos após a quarta observação e uma sequência decrescente de 6 pontos após a 18a. observação
- Além disso, 19 dos 25 pontos estão abaixo da linha central

Detectando padrões em gráficos de controle



■FIGURA 5.13 Um gráfico $\bar{x}$ com um padrão cíclico.

Fonte: Montgomery (2016)

Comportamento cíclico: embora o processo não esteja fora de controle, a produção pode ser melhorada eliminando as fontes de variabilidade que causam o padrão cíclico

Detectando padrões em gráficos de controle

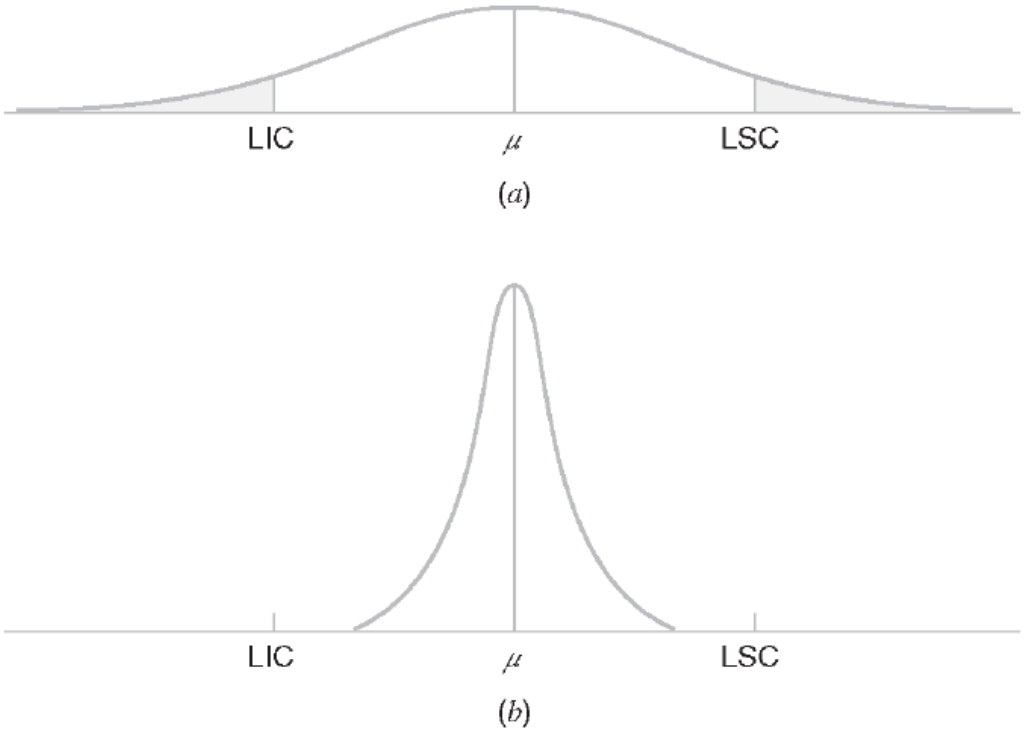


FIGURA 5.14 (*a*) Variabilidade com o padrão cíclico. (*b*) Variabilidade com o padrão cíclico eliminado.

Fonte: Montgomery (2016)

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

Considere as zonas da Figura 5.15.

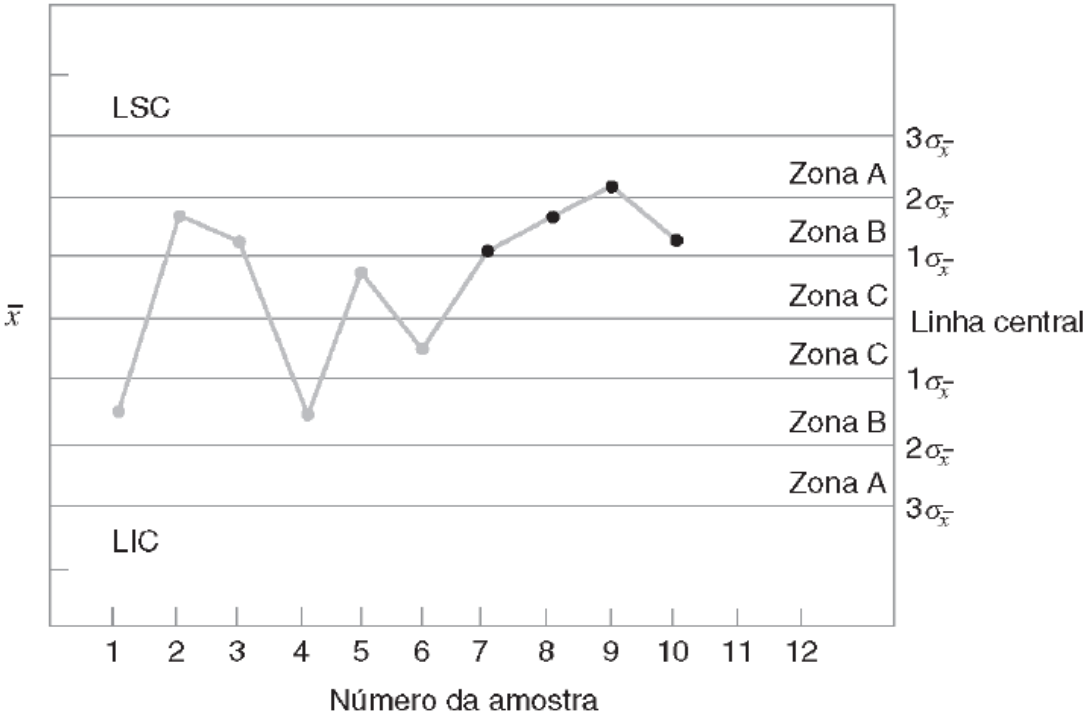


FIGURA 5.15 Regras da Western Electric ou de zonas, com os últimos quatro pontos exibindo violação da regra 3.

Fonte: Montgomery (2016)

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle
2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle
3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma
4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central

(Regras da Western Eletric, publicadas no Manual de Controle Estatístico de Qualidade - *Statistical Quality Control Handbook*, de 1956)

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle
2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle
3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma
4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central

(Regras da Western Eletric, publicadas no Manual de Controle Estatístico de Qualidade - *Statistical Quality Control Handbook*, de 1956)

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle
2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle
3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma
4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central

(Regras da Western Eletric, publicadas no Manual de Controle Estatístico de Qualidade - *Statistical Quality Control Handbook*, de 1956)

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle
2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle
3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma
4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central

(Regras da Western Eletric, publicadas no Manual de Controle Estatístico de Qualidade - *Statistical Quality Control Handbook*, de 1956)

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central)
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central e nenhum na zona C
9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados
10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central)
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central e nenhum na zona C
9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados
10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central)
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central e nenhum na zona C
9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados
10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central)
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central e nenhum na zona C
9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados
10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central)
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central e nenhum na zona C
9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados
10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central)
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central e nenhum na zona C
9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados
10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle

Regras sensibilizantes para gráficos de controle

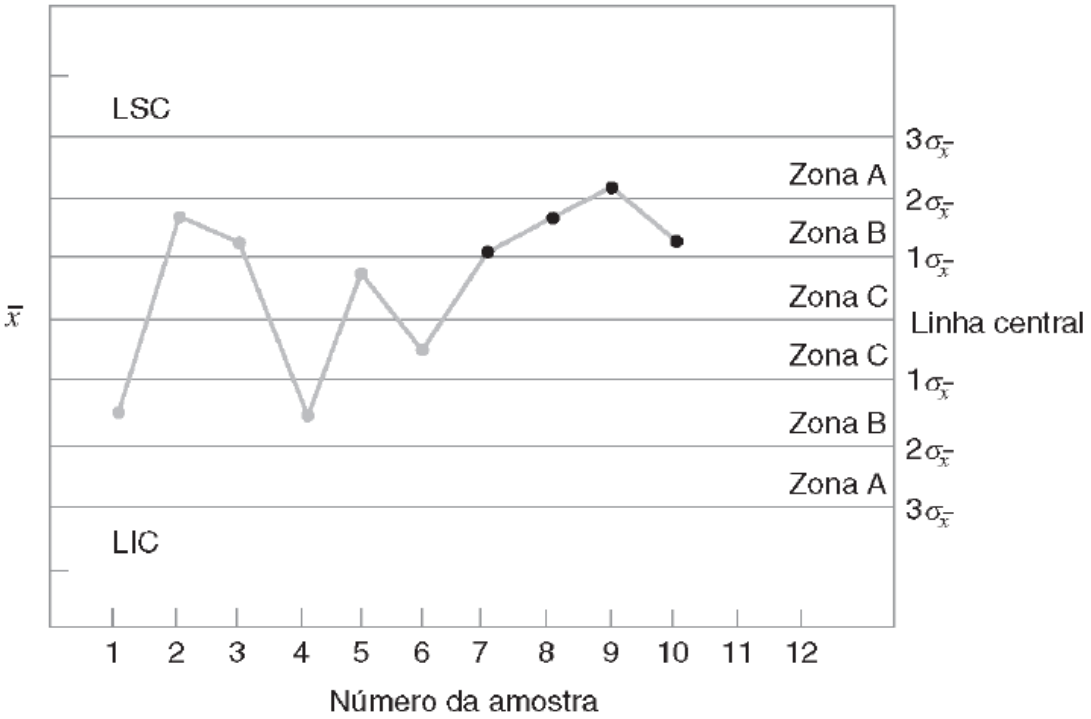


FIGURA 5.15 Regras da Western Electric ou de zonas, com os últimos quatro pontos exibindo violação da regra 3.

Fonte: Montgomery (2016)

Gráficos de controle (variância desconhecida)

Já vimos que se

- $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
- uma a.a. de X: $X_1, \ \ldots, \ X_n$
- $\bar{X} = \dfrac{X_1 + \ldots + X_n}{n}$

$$\text{então} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right).$$

Sejam $\mu = \mu_0$ e $\sigma = \sigma_0$ a média e desvio-padrão em um processo estável, sob controle, isento de causas atribuíveis.
Como na prática esses parâmetros são desconhecidos, substituímos μ_0 e σ_0 por suas estimativas para obter gráficos de $\bar{X}$.

Gráficos de controle (variância desconhecida)

Em geral, μ_0 e σ_0 devem ser estimados a partir de amostras ou subgrupos preliminares, retirados quando o processo supostamente estava sob controle.

Recomenda-se que tais estimativas sejam baseadas em 20 a 25 amostras.

Gráficos de controle (variância desconhecida)

Em geral, μ_0 e σ_0 devem ser estimados a partir de amostras ou subgrupos preliminares, retirados quando o processo supostamente estava sob controle.

Recomenda-se que tais estimativas sejam baseadas em 20 a 25 amostras.

Gráficos de controle (variância desconhecida)

Suponha que m amostras estejam disponíveis, cada uma com n observações de uma característica de qualidade.

Tipicamente, n será pequeno, frequentemente 4, 5 ou 6. Esses pequenos tamanhos de amostra resultam em geral da construção de subgrupos racionais e do fato de que os custos associados à amostragem e inspeção de medidas de variáveis são relativamente altos.

Gráficos de controle (variância desconhecida)

Suponha que m amostras estejam disponíveis, cada uma com n observações de uma característica de qualidade.

Tipicamente, n será pequeno, frequentemente 4, 5 ou 6. Esses pequenos tamanhos de amostra resultam em geral da construção de subgrupos racionais e do fato de que os custos associados à amostragem e inspeção de medidas de variáveis são relativamente altos.

Gráficos de controle (variância desconhecida)

Sejam

- Limite Inferior de Especificação (LIE) e
- Limite Superior de Especificação (LSE)

os valores limites permitidos para a característica de qualidade em questão.

É imporante manter-se o controle tanto sobre a média quanto sobre a variabilidade do processo.

Gráficos de controle (variância desconhecida)

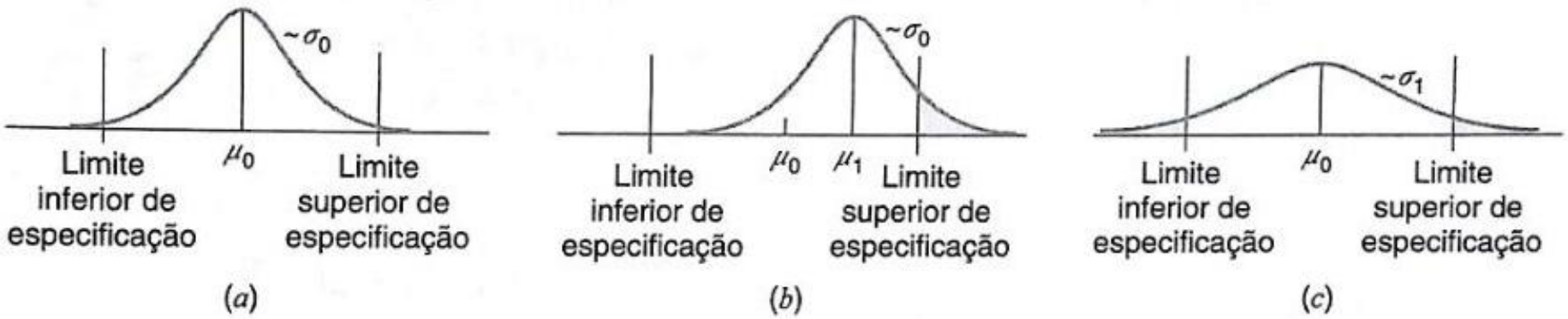
Sejam

- Limite Inferior de Especificação (LIE) e
- Limite Superior de Especificação (LSE)

os valores limites permitidos para a característica de qualidade em questão.

É imporante manter-se o controle tanto sobre a média quanto sobre a variabilidade do processo.

Gráficos de controle (variância desconhecida)



Fonte: Montgomery (2016)

Gráficos de controle (variância desconhecida)

Sejam $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_m$ as médias de cada uma das amostras.

Então, o melhor estimador de μ, a média do processo, é a média geral, isto é

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \ldots + \bar{x}_m}{m}$$

Assim, $\bar{\bar{x}}$ deve ser usado como linha central no gráfico de $\bar{x}$

Gráficos de controle mais utilizados

Para construir os limites de controle, é necessário estimar o desvio-padrão σ.

Uma alternativa é utilizar as amplitudes

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Sejam $R_1, R_2, \ldots, R_m$ as amplitudes das m amostras.

A amplitude média é

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \ldots R_m}{m}$$

Gráficos de controle

Limites de controle para o Gráfico $\bar{x}$

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} \\ LC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} \\ LIC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} \end{aligned}$$

A constante A_2 encontra-se tabulada para vários tamanhos de amostra.

Gráficos de controle

Limites de controle para o Gráfico R

$$\text{LSC}_R = D_4\bar{R}$$
$$\text{LC}_R = \bar{R}$$
$$\text{LIC}_R = D_3\bar{R}$$

As constantes D_3 e D_4 encontram-se na Tabela VI (e-disciplinas) para vários tamanhos de amostra.

Tabela VI

720

APPENDIX VI

Factors for Constructing Variables Control Charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages: Factors for Control Limits			Chart for Averages: Factors for Center Line		Chart for Standard Deviations: Factors for Control Limits				Chart for Standard Deviations: Factors for Center Line		Chart for Ranges: Factors for Control Limits				
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

For $n > 25$.

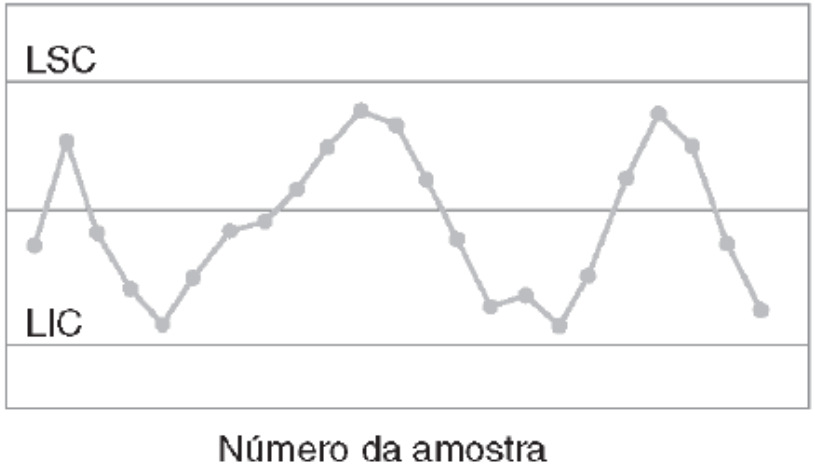
$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \qquad A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \qquad c_4 \equiv \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}} \qquad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} \qquad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

Fonte: Montgomery (2016)

Padrões em gráficos de controle

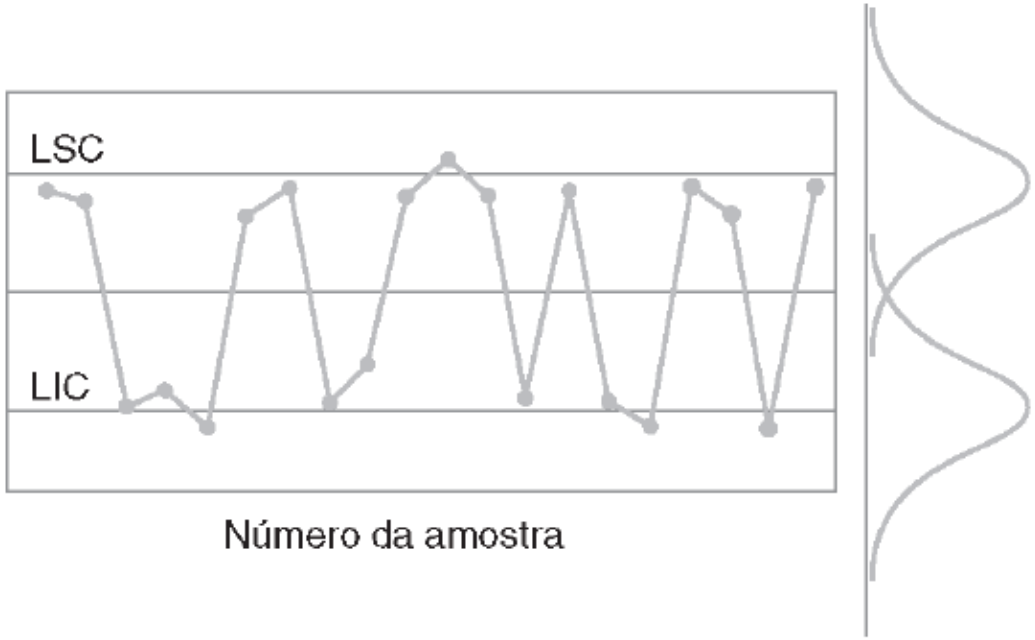


■FIGURA 6.8 Ciclos em um gráfico de controle.

Análise: padrão cíclico em gráfico de controle

Fonte: Montgomery (2016)

Padrões em gráficos de controle

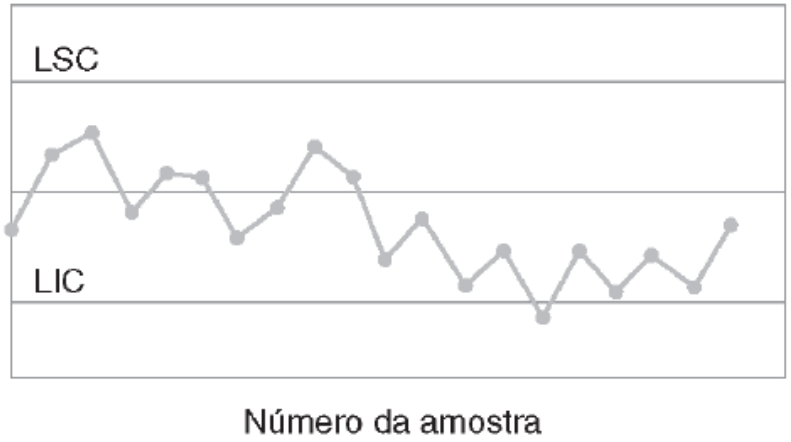


■FIGURA 6.9 Um padrão de mistura.

Análise: mistura de distribuições

Fonte: Montgomery (2016)

Padrões em gráficos de controle

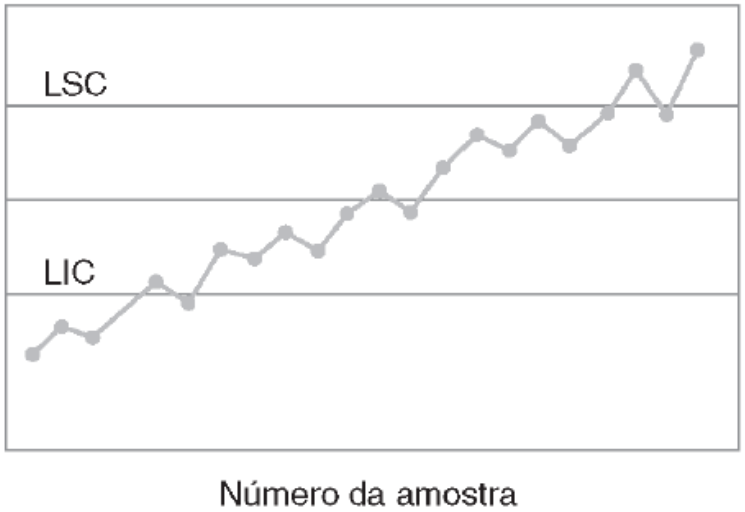


■FIGURA 6.10 Um deslocamento no nível do processo.

Análise: deslocamento no nível do processo

Fonte: Montgomery (2016)

Padrões em gráficos de controle

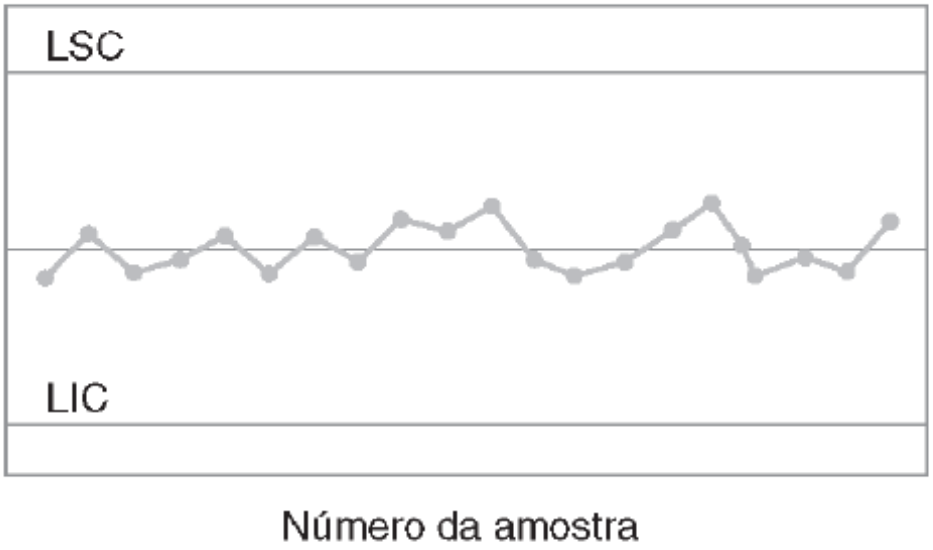


■FIGURA 6.11 Uma tendência no nível do processo.

Análise: tendência no nível do processo

Fonte: Montgomery (2016)

Padrões em gráficos de controle



■ FIGURA 6.12 Um padrão de estratificação.

Análise: estratificação: propensão dos pontos se agruparem artificialmente em torno da linha central (possível cálculo incorreto dos níveis de controle)

Fonte: Montgomery (2016)

Exercício

Para os dados do cozimento no processo de fotolitografia na fabricação de semicondutores, amostras de tamanho 5 foram coletadas. Os dados de largura do fluxo estão apresentados na Tabela Cozimento.csv em `e-disciplinas.usp.br`.

Desenvolva gráficos de controle para $\bar{x}$ e R. Analise a existência de possíveis padrões. O processo está sob controle? Existem pontos que indiquem que o sistema está fora de controle? Discuta.