



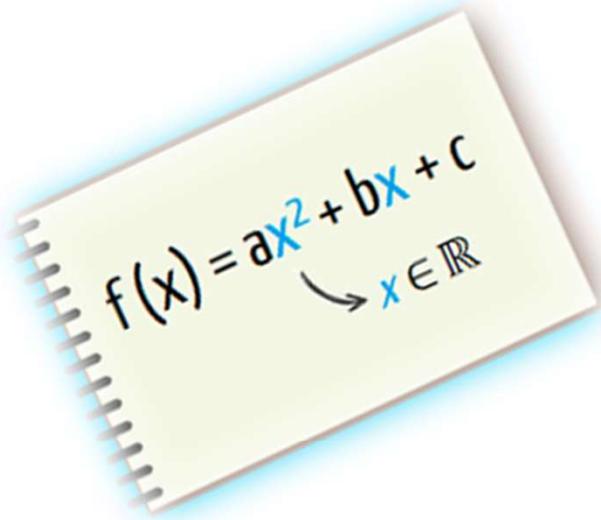
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

Tópicos Especiais de Matemática Aplicada a Projetos Educacionais

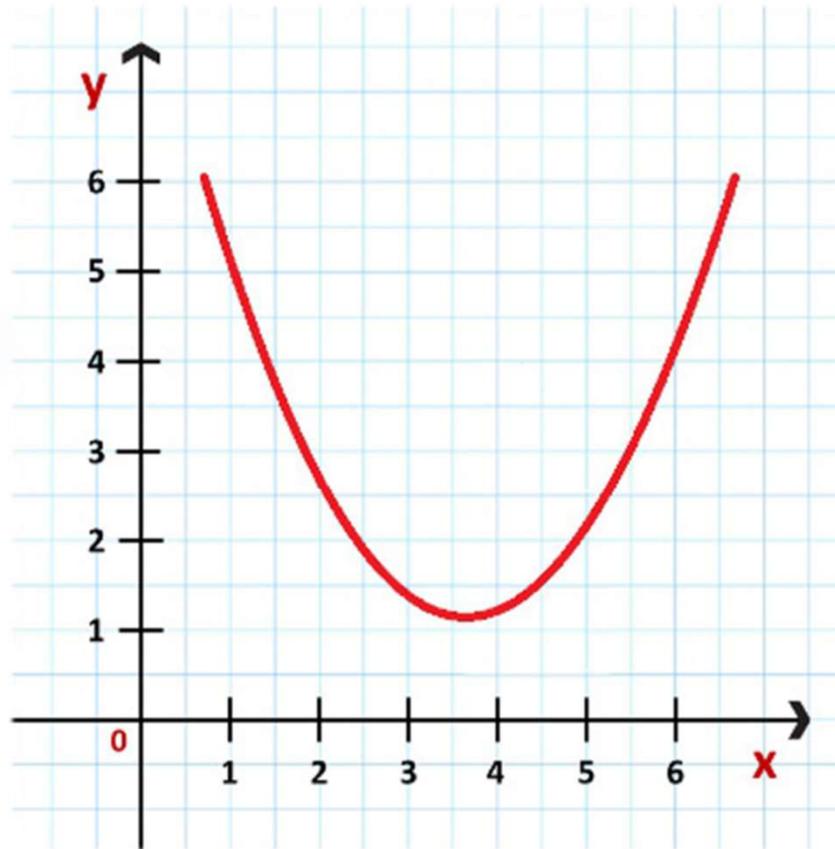
Mestrado Profissional – PPGPE

Profa. Roberta Veloso Garcia

Aula 2: Função Quadrática


$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$x \in \mathbb{R}$



Sequência Didática da aula



Conteúdos: Função do 2º grau

Objetivos:

- Associar a função quadrática a situações do cotidiano;
- Identificar os parâmetros da função quadrática;
- Associar o gráfico da função quadrática com uma parábola;
- Utilizar diferentes recursos para facilitar a compreensão

Recursos Utilizados: - Internet

- Tablet

- Google Classroom

Aplicativos Utilizados: -Geogebra

- Modellus

Etapas para a Realização:

- Vídeo;
- Teoria apresentada com GeoGebra,
- Aplicações em softwares de simulação
- Teste Avaliativo



Vídeo: “Uma parábola para Júlia”

Fonte: <<https://bit.ly/2pw9xSF>>, acesso em 02 de fev. 2018.

Resumo do Vídeo: a menina quer correr para perder calorias, sem conversar para não perder tempo e o menino além de correr para acompanhá-la quer conversar, e para ajudá-la ele cria uma parábola que mostra qual é a melhor velocidade e tempo que ela gastará para atingir o máximo de perda de calorias.



Vocês teriam exemplos do cotidiano em que possamos observar a “parábola”?

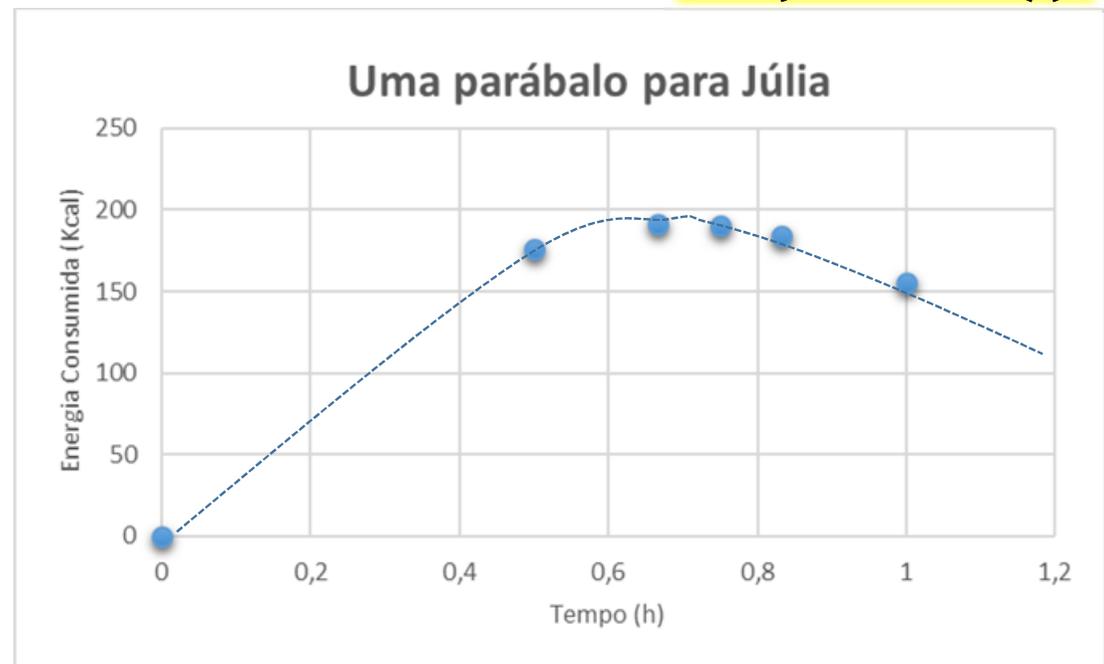


Tempo (h)	Energia (kcal)	Velocidade Km/h
0	0	0
1	155	3
0,833	183,92	3,6
0,75	190,18	4
0,667	190,99	4,5
0,5	175,95	6

Função: $E = f(t)$

Por meio da tabela completa, a OMS calculou o ponto mais alto da curva:

$T=0,6968$ h \rightarrow Vértice da parábola
 $E=191,327$ Kcal (t, E_{\max})

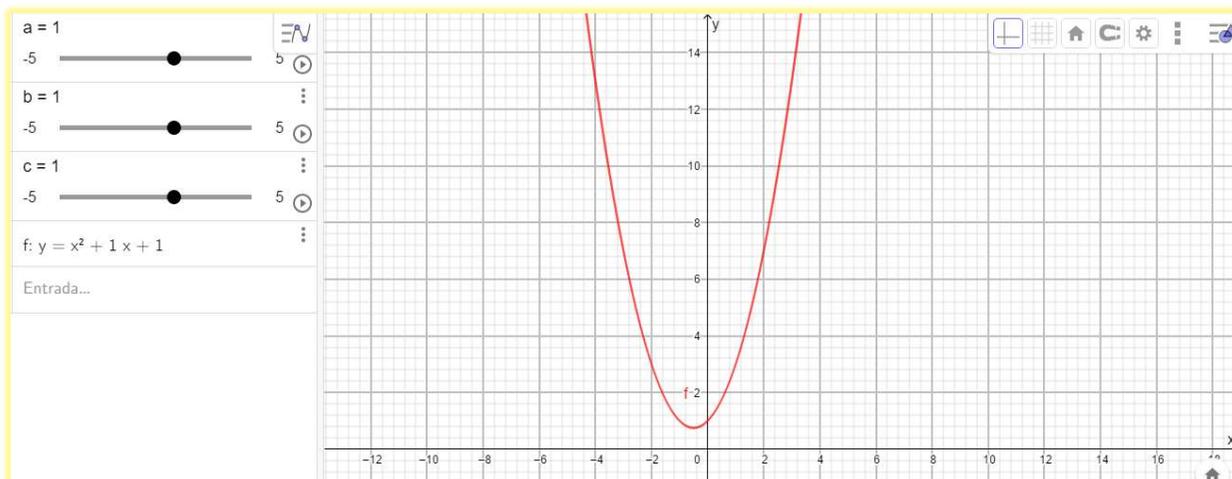




2.1 Principais propriedades da Função Quadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$

☐ No GeoGebra tecle $\langle y = ax^2 + bx + c \rangle$ e verifique:

1. Considere $b=1$ e $c=1$. O que acontece com o gráfico quando $a>0$, $a<0$ e $a=0$?
2. Considere $a=1$ e $c=1$. O que acontece com o gráfico quando $b>0$, $b<0$ e $b=0$?
3. Considere $a=1$ e $b=1$. O que acontece com o gráfico quando $c>0$, $c<0$ e $c=0$?
4. Qual a relação do ponto de intersecção do gráfico com o eixo y e o valor de c ?



Parte 1: “FuncaoQuadratica”



- ❑ Funções quadráticas apresentam **pontos de máximo ou mínimo para o valor de y** (**Extremos da função**);
- ❑ Uma função é quadrática se sua **taxa de crescimento ao redor** do ponto máximo é a mesma que a taxa de decrescimento após o ponto de máximo (ou vice-versa);
- ❑ Funções quadráticas possuem **2 raízes** reais ou complexas.

Uma função quadrática tem a forma:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

Seu **gráfico é uma parábola** tal que:

- a, b, c são constantes com $a \neq 0$.
- (x_v, y_v) é o vértice da parábola (ponto máximo ou mínimo da curva).

$x \in D$ (domínio da função f)

variável independente

$y \in I$ (imagem da função f)

variável dependente



Como determinar as raízes e o vértice da função quadrática?

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

Raízes: $f(x) = 0$, ou seja, é valor de x que torna $y=0$:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Pontos: $(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, 0)$ e $(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}, 0)$

Vértice: Ponto de máximo ou mínimo da função:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Ponto: (x_v, y_v)



Testando os conceitos aprendidos

A função m é dada de três formas equivalentes.

1 Qual forma revela mais rapidamente a interceptação em y ?

Escolha 1 resposta:

$m(x) = 2(x + 6)(x + 2)$

$m(x) = 2x^2 + 16x + 24$

$m(x) = 2(x + 4)^2 - 8$

Qual é a interceptação em y ?

Interceptação em $y = (0, \text{[]})$

A função f é dada de três formas equivalentes.

2 Qual forma revela mais rapidamente os zeros (ou "raízes") da função?

Escolha 1 resposta:

$f(x) = 3(x + 1)(x + 11)$

$f(x) = 3(x + 6)^2 - 75$

$f(x) = 3x^2 + 36x + 33$

Escreva um dos zeros.

$x = \text{[]}$



$$f(x) = (x + 3)(x - 5)$$

3 Quais são as raízes da função?

Escreva o menor x primeiro, depois escreva o maior x .

menor $x =$

maior $x =$

2) Qual é o vértice da parábola?

(,)

$$g(x) = x^2 + 5x - 14$$

4) Quais são as raízes da função?

Escreva o menor x primeiro, depois escreva o maior x .

menor $x =$

maior $x =$

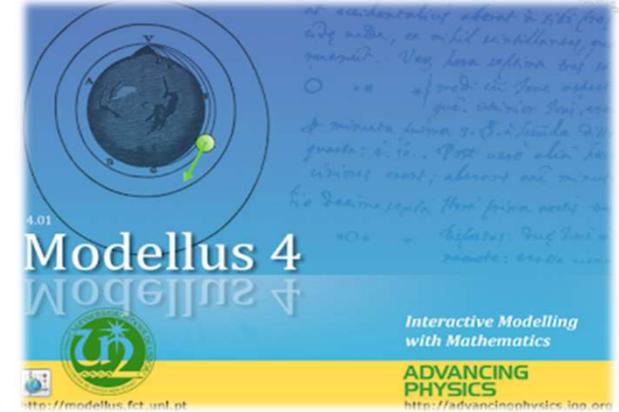
2) Qual é o vértice da parábola?

(,)

2.2 Aplicação:



- ❑ Simulador: **Modellus** (*software* livre destinado a simulações em física e áreas afins).



- ❑ **Aplicação:** A trajetória de uma bola no momento em que um jogador de futebol a chuta descreve uma parábola definida por:

$$h(t) = -6t^2 + 12t$$

Determine, observando a simulação:

- (a) altura máxima atingida pela bola e tempo associado. O que o ponto (t, h_{\max}) indica?
- (b) O tempo final em que a bola encosta no chão. O que este valor indica na parábola?



2.3 Teste Conceitual A2 (Google Forms)

1. Em uma fábrica o custo C para produzir x unidades de certo produto é dado por $C(x) = x^2 - 80x + 2000$. Com a capacidade de produção de 80 unidade por mês, nestas condições, determine utilizando o GeoGebra e mostrando os cálculos:
 - a) A quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo.
 - b) O valor mínimo do custo.
 - c) Qual a relação existente entre o valor do custo mínimo com o gráfico?
 - d) Qual o valor do custo para a produção de 50 unidades?
 - e) Qual o domínio dessa função (valores possíveis de unidades)?
 - f) Quais as raízes da função?