

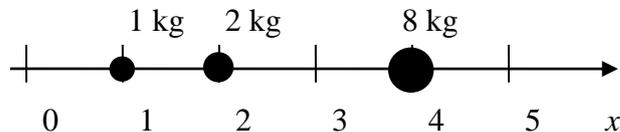
Equação de movimento de um corpo rígido.

Centro de massa de sistemas de partículas	2
1. Uma dimensão, formal	2
2. Duas dimensões, formal I	2
3. Duas dimensões, formal II	2
4. Duas dimensões, sem figura, formal	2
Centro de massa de um objeto plano	3
5. Placa triangular homogênea.....	3
6. Placa homogênea, com 5 lados.....	3
Centro de massa de sistemas de duas partículas em movimento	3
7. Dois veículos numa estrada; problema termina antes de se tornar interessante	3
8. (HRK E 7.5) O que sempre pode ser previsto do movimento de duas partículas em interação.....	4
9. Movimento da canoa quando o ocupante se move dentro dela	4
10. (HRK E 7.7, modificado) Movimento do barco quando o cachorro anda dentro dele.....	4
11. Movimento de um balão quando a balonista desce e sobe na escada.....	4
Centro de massa de Sistemas de múltiplas partículas em movimento	5
12. Limites do movimento quando os passageiros do barco se movem.....	5
13. (HRK E 7.8) O movimento devido à troca de lugar das pessoas dá uma massa.....	5
14. Movimento do trenó em razão do salto da passageira.....	5
15. Movimento da plataforma móvel quando duas pessoas se deslocam sobre ela	6
Conservação da quantidade de movimento em um sistema de partículas	6
16. Mudança nas velocidades dos estágios de um foguete quando da sua separação explosiva.....	6
17. Movimentos dos pedaços de um barco que explode	6
18. (HRK E 7.6) Projétil explode em 2, no ar-achar o movimento de um fragmento a partir do outro..	7
19. Velocidades do garoto e do carrinho durante as manobras	7
20. (HRK E 7.18) Movimento de uma plataforma devido a uma sequência de impulsos, numérico	7
21. Movimento de uma plataforma devido a uma sequência de impulsos, algébrico	8
22. Recuo da carreta de um canhão em razão do disparo.....	8
23. (HRK P7.7) O ângulo do canhão com o solo difere do ângulo de lançamento do projétil	8
Conceitos de Força, Impulso e Quantidade de movimento	8
24. Sistema de partículas	8
25. Impulso	8
26. Força, impulso e quantidade de movimento	9

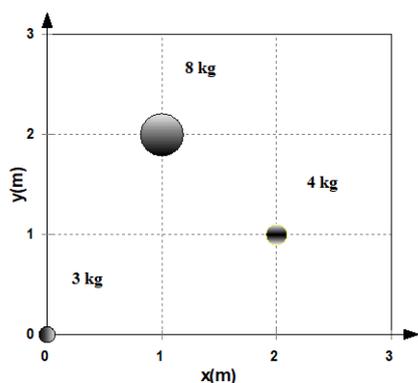
Centro de massa de sistemas de partículas

1. Uma dimensão, formal

Calcule o centro de massa das três partículas alinhadas que estão nas posições identificadas na figura à direita, em que também estão registradas suas massas.



2. Duas dimensões, formal I



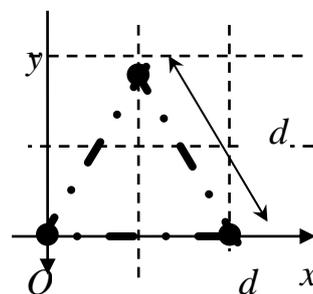
Três partículas, com a forma de discos e homogêneas, estão nas posições identificadas na figura à esquerda, em que também estão registradas suas massas.

Determine o centro de massa dessas partículas.

3. Duas dimensões, formal II

Três corpos iguais de massa m estão localizados nos vértices de um triângulo equilátero de lado d , conforme ilustrado pela a figura à direita. As dimensões dos corpos devem ser ignoradas

Determine as coordenadas do centro de massa desse sistema de partículas.



4. Duas dimensões, sem figura, formal

Quatro partículas têm as seguintes massas e coordenadas:

$$M_a = 6,0 \text{ kg}; x_a = y_a = 0,0 \text{ cm}; M_b = 3,0 \text{ kg}; x_b = y_b = 10,0 \text{ cm};$$

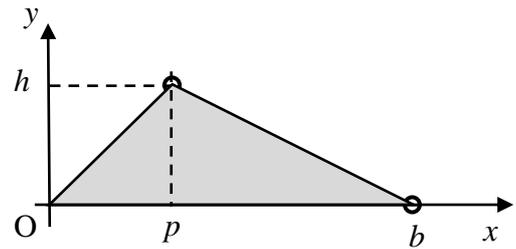
$$M_c = 2,5 \text{ kg}; x_c = 1,0; y_c = 2,0 \text{ cm}; M_d = 6,0 \text{ kg}; x_d = -2,0; y_d = -6,0 \text{ cm}.$$

- Represente esses 4 corpos num plano x-y;
- Determine as coordenadas X_{cm} e Y_{cm} do centro de massa desse sistema.
- Represente X_{cm} e Y_{cm} no mesmo diagrama em que os corpos estão representados.

Centro de massa de um objeto plano

5. Placa triangular homogênea

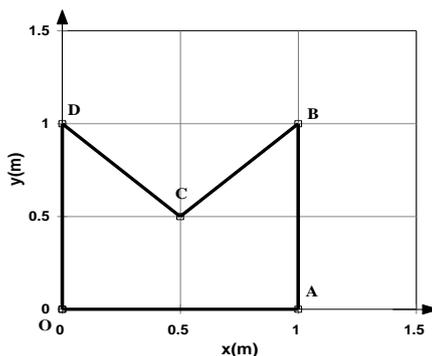
A figura ao lado mostra uma placa triangular e plana, com densidade superficial de massa homogênea. As coordenadas dos vértices do triângulo são $(0,0)$; $(b,0)$ e (p,h) , como marcadas na figura.



Determine:

- as expressões algébricas que dão as coordenadas do centro de massa (CM) em função de h , p e b .
- os valores numéricos das coordenadas do CM quando $h = p = 15$ cm e $b = 45$ cm e represente o CM na figura acima.
- Recorte em papelão um triângulo como o da figura e com as dimensões do item anterior e verifique se seu cálculo está correto.

6. Placa homogênea, com 5 lados



Considere a placa homogênea OABCD ilustrada na figura ao lado.

- Determine as coordenadas do centro de massa, considerando que a placa é formada por 3 triângulos iguais.
- Mostre que se obtém o mesmo resultado do item anterior quando se calcula o centro de massa do quadrado OABD e remove-se o triângulo BCD.

Centro de massa de sistemas de duas partículas em movimento

7. Dois veículos numa estrada; problema termina antes de se tornar interessante

Um veículo utilitário com 2000 kg de massa se move ao longo de uma estrada reta inicialmente a 90 km/h e é seguido por um veículo de passageiros com 900 kg de massa a 60 km/h.

- Determine a velocidade do Centro de Massa (CM) desses dois veículos.
- Determine a velocidade do CM quando o veículo de 900 kg se move a 90 km/h e é seguido pelo utilitário, a 60 km/h.
- Interprete a diferença entre as respostas a) e b).

8. (HRK E 7.5) *O que sempre pode ser previsto do movimento de duas partículas em interação*

Duas partículas P e Q , com massas de 1,43 kg e 4,29 kg, respectivamente, estão em repouso e separadas de 1,64 m, quando uma força de atração mútua constante e de módulo $1,79 \cdot 10^{-2}$ N começa a agir. Nenhuma força externa atua no sistema formado por P e Q .

- Descreva o movimento do centro de massa.
- Determine a que distância da posição original de P as partículas irão colidir.

9. *Movimento da canoa quando o ocupante se move dentro dela*

Uma pessoa de 75 kg está sentada na popa de uma canoa de 150 kg e 3,0 m de comprimento, que está parada perpendicularmente à margem de um lago. A proa está encostada em uma estaca, onde a pessoa quer amarrar a canoa. Ela se levanta e caminha até a proa, o que leva a canoa a afastar-se da margem. Da proa, ela consegue, esticando o braço, alcançar até 80 cm para fora do barco.

Determine se a pessoa conseguirá agarrar a estaca e, caso não consiga, calcule o quanto faltará para isso.

Ignore a resistência da água.

A fim de formar uma imagem mais concreta do sistema, adote o ponto médio da canoa como seu centro de massa.

10. (HRK E 7.7, modificado) *Movimento do barco quando o cachorro anda dentro dele*

Um cachorro, cuja massa é 10,0 kg, está na popa de um barco de 2,5 m de comprimento, inicialmente parado com a proa a 0,5 m da margem e orientado perpendicularmente à margem do lago. Ele caminha os 2,5 m do comprimento do barco, chegando à proa, e para. A massa do barco é 20 kg.

- Explique por que o centro de massa do sistema formado pelo cachorro e o barco não se move durante a caminhada.

Ignore o atrito entre o barco e a água.

- Determine a que distância o cachorro estará da margem no fim da sua caminhada.

11. *Movimento de um balão quando a balonista desce e sobe na escada*

Uma balonista com massa $m = 70$ kg está a bordo de um balão de massa $M = 180$ kg, aí incluídas as massas do balão propriamente dito, da cesta e dos demais equipamentos de bordo, mas não a pessoa. Do balão pende uma longa escada de corda, cuja massa deve ser ignorada, cujos degraus distam 40 cm um do outro. A balonista então desce 50 degraus pela escada, para seu movimento, *tanto em relação ao balão quanto em relação ao solo*, olha para baixo e percebe que a extremidade inferior da escada está apenas tocando o chão e que entre ela e o solo existem mais 100 degraus.



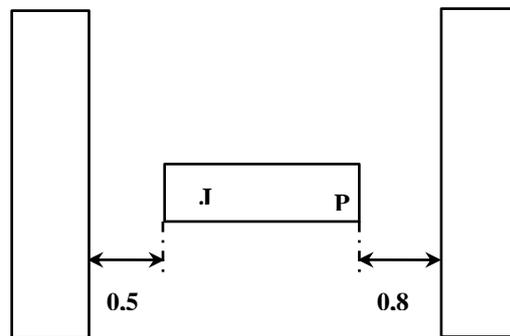
Descrevendo de modo conciso o raciocínio usado na resolução, determine:

- a que altura do solo a balonista se encontra quando desce e chega no degrau mais baixo.
- o tamanho da parte da escada que ficará deitada no chão no fim de seu movimento ao voltar ao balão.

Centro de massa de Sistemas de múltiplas partículas em movimento

12. Limites do movimento quando os passageiros do barco se movem

Um barco, com 3,0 m de comprimento e 20 kg de massa, está parado entre duas margens de um braço estreito de um lago, orientado perpendicularmente às margens como mostra a figura ao lado. Inicialmente, José, com 80 kg de massa, está sentado do lado próximo à margem esquerda e Pedro, com 40 kg, está sentado próximo à margem direita, cada um ocupando uma extremidade do barco, como mostra a figura. Com um rearranjo das posições de Pedro e José, é possível fazer o barco encostar-se a qualquer uma das margens, mas os ocupantes somente conseguem amarrar o barco a uma delas.



Determine:

- um conjunto de posições de Pedro e José que façam o barco encostar na margem **esquerda**.
- o mesmo que a), mas encostando na margem **direita**.
- se possível**, as posições de Pedro e José de modo que o barco encoste à margem esquerda e um dos ocupantes esteja na posição da margem.
- o mesmo que c), com o barco encostado na margem direita.
- Explique porque não é possível a nenhum dos ocupantes amarrar o barco à margem esquerda se nenhum deles estava na posição dessa margem quando o barco estava encostado.

Ignore:

o atrito entre o barco e a água.
as dimensões dos passageiros.

13. (HRK E 7.8) O movimento devido à troca de lugar das pessoas dá uma massa

Ricardo, de 78 kg, e Judite, que é mais leve, estão sentados em uma canoa de 32 kg, passeando numa lagoa. Seus assentos estão separados por 2,9 m e localizados simetricamente em relação ao centro da canoa. Quando a canoa está em repouso em águas paradas, eles trocam de lugar e a canoa se desloca 40 cm em relação a um toco submerso.

Determine a massa de Judite.

14. Movimento do trenó em razão do salto da passageira

João e Maria estão sentados em um trenó que está inicialmente em repouso sobre uma superfície de gelo horizontal e plana, cujo coeficiente de atrito cinético com o trenó é 0,2. A massa de João é 80 kg, a de Maria, 50 kg e a do trenó, 30 kg. Em um certo instante, Maria pula para fora do trenó e João não se move *em relação ao trenó*. Ao saltar, a velocidade de Maria em relação ao trenó tem módulo 7 m/s e forma um ângulo de 30° com o plano horizontal, *no sistema de referência do trenó*.



- Esquematize as situações antes e depois do salto. Demonstre, a partir da conservação da quantidade de movimento, que a velocidade horizontal do centro de massa continuará sendo 0 apesar do movimento de Maria.
- Calcule o vetor velocidade inicial de recuo do trenó em *relação ao solo*.

Considere que a superfície do gelo evita qualquer movimento vertical do trenó.

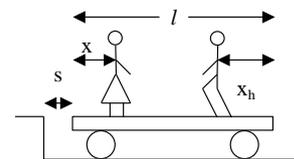
Use $g = 10 \text{ m/s}^2$ para a intensidade do campo de gravidade no local.

É necessário examinar o problema nos dois sistemas de referência (solo e trenó).

- Calcule o vetor velocidade de Maria em *relação ao solo* quando salta do trenó.
- Determine a distância que o trenó percorre sobre o gelo desde o salto de Maria até parar.
- Em um diagrama de corpo livre, identifique a força que impede a conservação da componente *vertical* da quantidade de movimento do sistema João + Maria + trenó e determine a causa dessa força.

15. Movimento da plataforma móvel quando duas pessoas se deslocam sobre ela

O homem de massa m_h e a mulher de massa m estão em pé sobre uma plataforma móvel de massa m_p , cujas rodas rolam sem escorregar no trilho, mas sem atrito com os eixos. A figura ao lado ilustra a definição das grandezas e coordenadas relevantes: s é a distância da plataforma móvel até a plataforma fixa, l é o tamanho da plataforma móvel, x é a **distância** da mulher até a extremidade da plataforma móvel mais próxima da plataforma fixa e x_h é a **distância** do homem até a extremidade oposta. A plataforma móvel está parada e encostada na plataforma fixa (ou seja, $s = 0$), quando o homem e a mulher, partindo das extremidades, começam a se aproximar.



- Explique por que a plataforma móvel não se desloca quando a mulher vai em direção ao homem, quando ele permanece parado.
- Determine a posição da plataforma em função da posição do homem, quando a mulher fica parada, e mostre que nessa situação a plataforma móvel sempre se descola da plataforma fixa.
- Deduza uma expressão para o deslocamento s da plataforma quando os dois se encontram, em termos do deslocamento x_h do homem em relação à plataforma.

Conservação da quantidade de movimento em um sistema de partículas

16. Mudança nas velocidades dos estágios de um foguete quando da sua separação explosiva

Um foguete espacial está viajando a 3860 km/h em relação à Terra quando o último estágio é desengatado e lançado para trás com a velocidade de 125 km/h em relação ao módulo de comando, cuja massa é $\frac{1}{4}$ da massa do último estágio.

Determine:

- a velocidade do módulo de comando após a separação.
- a energia cinética ganha pela explosão que causou a separação.

17. Movimentos dos pedaços de um barco que explode

Um barco em repouso explode e parte-se em três pedaços, que são projetados em direções paralelas à superfície da água. Dois deles, um com o dobro da massa do outro, têm velocidades de módulo igual a 31 m/s e são perpendiculares entre si. A massa do terceiro pedaço é o triplo da massa do mais leve de todos.

Determine o módulo e a direção da velocidade do pedaço mais pesado imediatamente após a explosão; especifique a direção pelo ângulo com a direção do movimento do pedaço mais leve.

18. (HRK E 7.6) Projétil explode em 2, no ar-achar o movimento de um fragmento a partir do outro

Uma bomba é lançada de uma arma com velocidade inicial de 466 m/s, em um ângulo de $57,4^\circ$ acima da horizontal. No topo da trajetória, a bomba explode em dois fragmentos de massas iguais. Um dos fragmentos, cuja velocidade imediatamente depois da explosão é nula, cai verticalmente. O terreno na região é plano e horizontal.

Determine, justificando suas respostas:

- onde está o centro de massa dos dois fragmentos, quando os fragmentos caem ao solo.
- a que distância da arma cairá o outro fragmento.

Obs.: Este é o mesmo problema que o 14 da lista 3. Na formulação acima, o item a encaminha a solução que usa a equação de movimento do centro de massa, enquanto na lista anterior, procura-se identificar a velocidade inicial do fragmento a partir da conservação da quantidade de movimento na explosão.

19. Velocidades do garoto e do carrinho durante as manobras

Em uma pista plana e horizontal, um garoto de massa 30 kg, correndo a 2,5 m/s salta sobre um carrinho de massa 10 kg, que estava parado, permanecendo sem se deslocar em relação ao carrinho durante uns instantes. Em seguida, o garoto começa a andar com velocidade de 0,5 m/s relativa ao carrinho, dirigindo-se para a frente do mesmo e, quando chega na extremidade, salta para a frente com velocidade de 1,0 m/s em relação ao carrinho na direção horizontal, de modo que sai do carrinho.

Determine a velocidade:

- do conjunto carrinho+garoto enquanto o garoto não se desloca em relação ao carrinho.
- do carrinho enquanto o garoto move-se sobre o carrinho.
- do carrinho depois do salto final.

Desafios:

- Se a velocidade do carrinho for u para a direita e o garoto de massa m saltar para a esquerda com velocidade, em relação ao carrinho, v , qual será a variação de velocidade do carrinho?
- Suponha que o carrinho esteja inicialmente em repouso e sobre ele existam 2 garotos. Se cada garoto saltar sucessivamente com velocidade v , eles transmitiriam ao carrinho maior velocidade do que seria transmitida se todos saltassem ao mesmo tempo? Justifique.
- Mesmo que no item ii, mas com n garotos: se saltam um por vez com velocidade v , a velocidade final do carrinho será maior ou menor do que se todos os n saltassem ao mesmo tempo? Justifique.

20. (HRK E 7.18) Movimento de uma plataforma devido a uma sequência de impulsos, numérico

Um vagão de trem se move ao longo de um trilho a uma velocidade com intensidade de 45,0 m/s; as rodas rolam sem escorregar e sem atrito com os eixos. Montado sobre o vagão e apontando para a frente, está um canhão que dispara balas com 65,0 kg com uma velocidade de disparo de módulo 625 m/s em relação ao canhão. A massa total do vagão, do canhão e do grande suprimento de munição é de 3500 kg.

Determine quantas balas devem ser disparadas para que o vagão seja trazido o mais próximo possível do seu repouso.

21. Movimento de uma plataforma devido a uma sequência de impulsos, algébrico

Um vagão de trem encontra-se inicialmente em repouso. Ele carrega N pessoas, cada uma com peso \vec{p} . Se cada pessoa, sucessivamente, corresse paralelamente ao trilho com a velocidade \vec{v}_{rel} e saltasse para o solo no final do vagão, ela emprestaria ao vagão uma maior velocidade do que se todas as N pessoas corressem e saltassem ao mesmo tempo? Justifique sua resposta. *Obs.: mantivemos o enunciado clássico original, que não facilita a solução, de modo que não hesite em procurar ajuda com a/o monitor/a se estiver difícil de resolver!*

22. Recuo da carreta de um canhão em razão do disparo

Um canhão, montado sobre uma carreta, aponta numa direção que forma um ângulo de 30° com a horizontal quando a carreta está em um plano horizontal. O canhão atira um projétil de 50 kg, cuja velocidade na sua boca é 300 m/s. A massa total do canhão e da carreta é 5,0 toneladas e as rodas estão travadas, de modo que o coeficiente de atrito cinético da carreta com o chão é 0,7.

Determine:

- a componente horizontal da velocidade inicial de recuo da carreta.
- a distância que a carreta recua.

Opcional: determine o ângulo de lançamento do projétil em relação ao solo.

23. (HRK P7.7) O ângulo do canhão com o solo difere do ângulo de lançamento do projétil

Um canhão de 1400 kg está posicionado num ângulo de elevação de $39,0^\circ$ acima da horizontal. Ele atira um projétil de 70,0 kg com velocidade de saída de 556 m/s, em relação ao canhão, que está montado em trilhos horizontais de forma que pode recuar livremente, sem perdas por atrito.

Determine:

- a velocidade da bala em relação ao solo.
- o ângulo em que o projétil é lançado.

Sugestão: a componente horizontal da quantidade de movimento do sistema permanece inalterada enquanto a arma está atirando.

Conceitos de Força, Impulso e Quantidade de movimento

24. Sistema de partículas

Um cubo de gelo é atirado com velocidade \vec{v} em direção ao espaço vazio, sem gravidade. O cubo derrete em água gradualmente e depois ferve transformando-se em vapor de água.

- Este é um sistema de partículas durante todo o tempo?
- A configuração do sistema de partículas permanece a mesma?
- O movimento do centro de massa sofre alguma alteração brusca?
- A quantidade de movimento total se altera?

25. Impulso

Durante um intervalo de tempo Δt , a força resultante sobre o corpo é \vec{F} . O corpo estava inicialmente em repouso e atingiu uma velocidade final igual a \vec{v} .

Determine em que condições uma força resultante igual a $\vec{F}/2$ poderia produzir a mesma velocidade final.

26. Força, impulso e quantidade de movimento

Um caminhão acelera ao descer uma colina. Um sistema de referência inercial está fixo no solo com origem em um poste. Um segundo sistema de referência inercial está fixo no interior de um carro de polícia que está descendo a colina com velocidade constante.

Determine e explique:

- a) se a quantidade de movimento linear do caminhão é a mesma nos dois sistemas de referência.
- b) se a taxa de variação do momento linear do caminhão é a mesma nos dois sistemas.