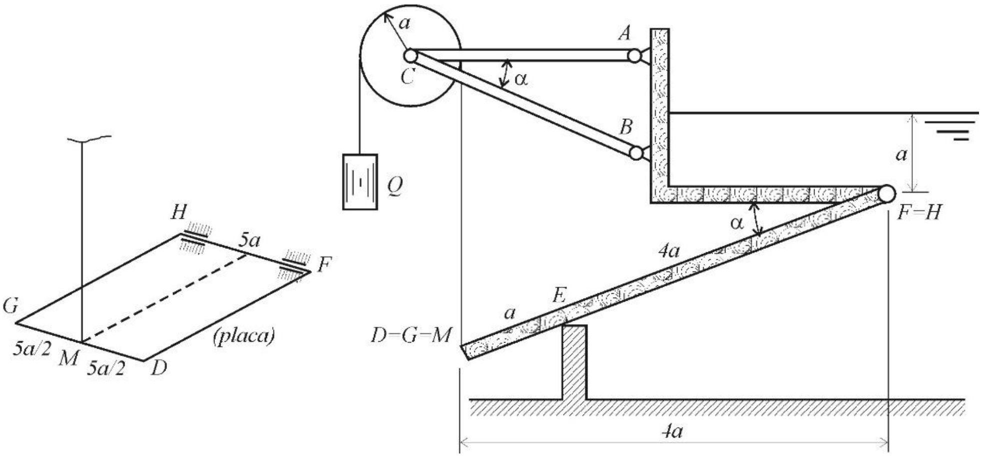
PME3100 Mecânica I

Turma 01 – 2021 – Aula 08 - Exemplos

Exercício 8.1: Uma placa quadrangular homogênea *DFGH*, de peso $2P$, é usada como comporta de um tanque que contém um líquido de peso específico γ. A altura do líquido no tanque é regulada através de um contrapeso Q que se apoia sobre a estrutura de barras *AC* e *BC* e polia de centro *C* e raio a, conforme mostra a figura. Sabendo que na situação indicada o peso Q deve ser dimensionado para que a altura máxima do líquido seja $\underline{a}$, acima da aresta *FH* da comporta, e que os pesos das barras *AC* e *BC* e da polia de centro *C* são desprezíveis, pede-se:



a) determinar, em módulo, a resultante das forças do líquido sobre a placa;

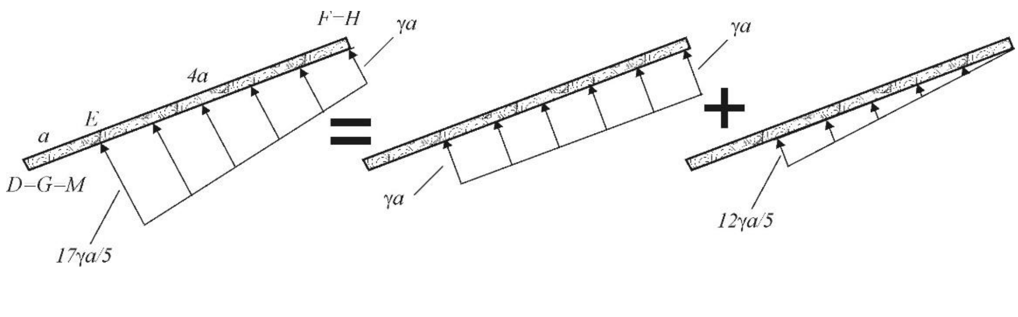
b) calcular Q para que a reação em E seja nula (ou seja, a comporta está na iminência de se abrir);

c) determinar os esforços nas barras *AC* e *BC*, em função de Q, indicando se são de tração ou compressão.

Resolução:

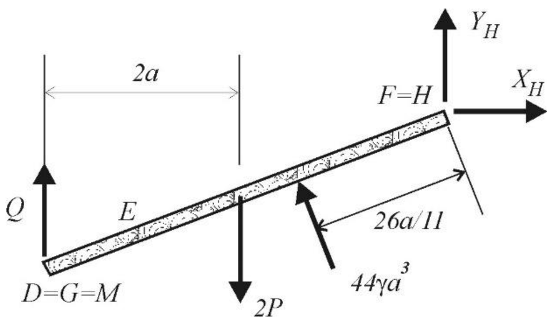
A estrutura e o carregamento são simétricos com relação ao plano do papel, portanto, este problema pode ser tratado como um problema plano.

a) Forças do líquido sobre a placa:



$$\begin{cases} V_1 = (\gamma a \cdot 4a) \cdot 5a = 20\gamma a^3; \ \ d_{G1} = 2a \\ V_2 = \left(\frac{12\gamma a}{5} \cdot 4a \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot 5a = 24\gamma a^3; \ \ d_{G2} = \frac{8a}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V = V_1 + V_2 = 44\gamma a^3 \\ d_G = \frac{V_1 \cdot d_{G1} + V_2 \cdot d_{G2}}{V_1 + V_2} = \frac{26a}{11} \end{cases}$$



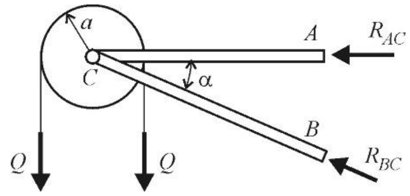
b) Da figura acima, com reação nula em *E*:

$$\sum \boldsymbol{M_{F=H}} = \mathbf{0}: -Q \cdot 4a + 2P \cdot 2a - 44\gamma a^3 \cdot \frac{26a}{11} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{Q = P - 26\gamma a^3}$$

c) Esforços em *AC* e *BC*:

Isolando o conjunto barra + polias: ($\sin\alpha = 3/5$)



$$\sum \boldsymbol{F_x} = \mathbf{0}: -R_{AC} - R_{BC}\cos\alpha = 0$$

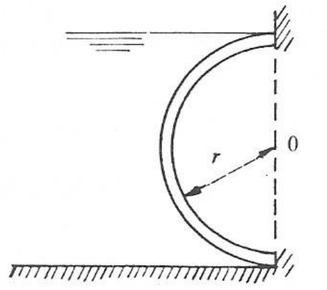
$$\sum \boldsymbol{F_y} = \mathbf{0}: R_{BC}\sin\alpha - 2Q = 0 \Rightarrow \ R_{BC} = \frac{10Q}{3} \ \Rightarrow R_{AC} = -\frac{8Q}{3}$$

Solução:

$$\boldsymbol{R_{BC}} = \frac{\mathbf{10Q}}{\mathbf{3}} \textbf{ (compressão)}$$

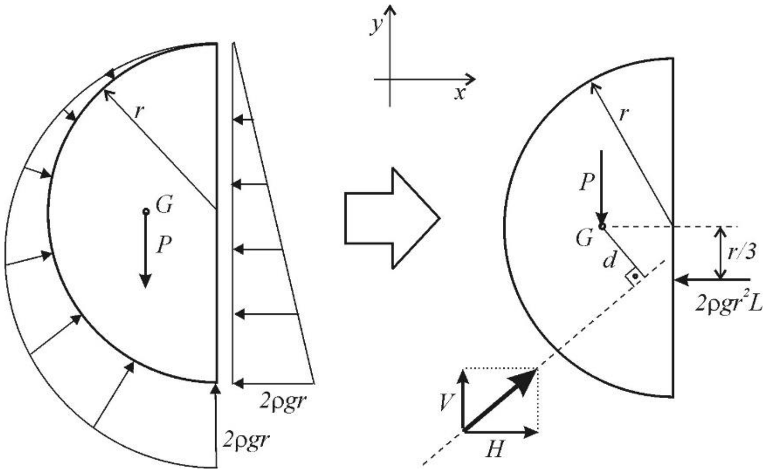
$$\boldsymbol{R_{AC}} = \frac{\mathbf{8Q}}{\mathbf{3}} \textbf{ (tração)}$$

Exercício 8.2: Um tubo cilíndrico de comprimento L tem como seção uma semicircunferência de raio r e está submetido, na sua face externa, à pressão da água, conforme indica a figura. Reduzir o sistema de forças de pressão a uma única força $\vec{F}$, determinando seu módulo, direção e sentido e linha de ação. É dado o peso específico ρg da água.



Resp.: $H = 2\rho g\, r^2 L$; $V = \pi\, \rho g\, r^2 L\, /2$,

Resolução:



$$P = \frac{\pi \rho g r^2 L}{2}$$

Equilíbrio:

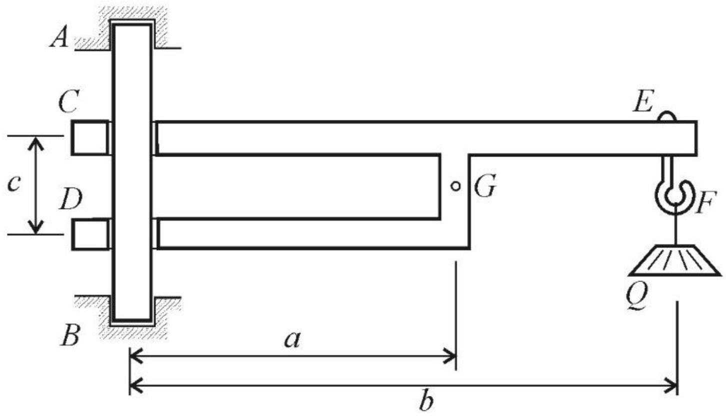
$$\sum \boldsymbol{F_x} = \mathbf{0}: \boldsymbol{H} = \boldsymbol{2\rho g r^2 L}$$

$$\sum \boldsymbol{F_y} = \mathbf{0}: \boldsymbol{V} = P = \boldsymbol{\frac{\pi \rho g r^2 L}{2}}$$

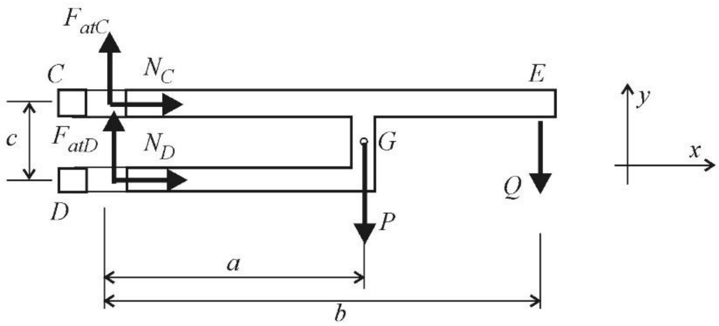
$$\sum \boldsymbol{M_G} = \mathbf{0}: d \cdot \sqrt{H^2 + V^2} - \frac{r}{3} \cdot 2\rho g r^2 L = d \cdot \sqrt{(2\rho g r^2 L)^2 + \left(\frac{\pi \rho g r^2 L}{2}\right)^2} - \frac{r}{3} \cdot 2\rho g r^2 L = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{d} = \boldsymbol{\frac{4r}{3\sqrt{16 + \pi^2}}}$$

Exercício 8.3: A estrutura *DECF* tem peso *P* e centro de massa *G*. O coeficiente de atrito entre a estrutura e a haste *AB* é μ, e no gancho *F* é colocada a carga *Q*. Determine a condição que a distância **c** deve satisfazer para que a estrutura permaneça em equilíbrio mesmo quando a carga *Q* é retirada.



Resolução:



4 incógnitas

Equações de equilíbrio:

$\sum \boldsymbol{F_x} = \boldsymbol{0}$: $N_D + N_C = 0$ (1)

$\sum \boldsymbol{F_y} = \boldsymbol{0}$: $F_{atC} + F_{atD} - P - Q = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{atC} + F_{atD} = P + Q$ (2)

$\sum \boldsymbol{M_C} = \boldsymbol{0}$: $N_D \cdot c - P \cdot a - Q \cdot b = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow N_D = \frac{Pa+Qb}{c}$ (3)

De (1) e (3): $N_D = -N_C \Rightarrow |N_C| = |N_D| = \frac{Pa+Qb}{c}$

Lei de Coulomb (atrito) - para não escorregar:

$$F_{atC} \leq \mu |N_C| = \mu \frac{Pa + Qb}{c} \quad (A)$$

ou

$$F_{atD} \leq \mu |N_D| = \mu \frac{Pa + Qb}{c} \quad (B)$$

Três casos:

(I) "quase" escorrega em D (limite), não escorrega em C:

De (A) e (B): $F_{atC} \leq \mu \frac{Pa+Qb}{c}$; $F_{atD} = \mu \frac{Pa+Qb}{c}$

Em (2): $F_{atC} + F_{atD} = P + Q \Rightarrow F_{atC} = P + Q - \mu\frac{Pa+Qb}{c} \leq \mu\frac{Pa+Qb}{c} \Rightarrow \Rightarrow c \leq 2\mu\frac{Pa+Qb}{P+Q}$

(II) "quase" escorrega em C (limite), não escorrega em D:

De (A) e (B): $F_{atC} = \mu\frac{Pa+Qb}{c}$; $F_{atD} \leq \mu\frac{Pa+Qb}{c}$

Em (2): $F_{atC} + F_{atD} = P + Q \Rightarrow F_{atD} = P + Q - \mu\frac{Pa+Qb}{c} \leq \mu\frac{Pa+Qb}{c} \Rightarrow \Rightarrow c \leq 2\mu\frac{Pa+Qb}{P+Q}$

(III) não escorrega em C nem em D:

De (A) e (B): $F_{atC} \leq \mu\frac{Pa+Qb}{c}$; $F_{atD} \leq \mu\frac{Pa+Qb}{c}$

Em (2): $F_{atC} + F_{atD} = P + Q \Rightarrow \mu\frac{Pa+Qb}{c} + \mu\frac{Pa+Qb}{c} \geq P + Q \Rightarrow \Rightarrow c \leq 2\mu\frac{Pa+Qb}{P+Q} = 2\mu a\frac{P+Q\frac{b}{a}}{P+Q}$

Notando que $\frac{P+Q\frac{b}{a}}{P+Q} \geq 1$, temos que a condição de equilíbrio, mesmo com $Q = 0$, será:

$$\boldsymbol{c \leq 2\mu a}$$