



## LISTA 04

### Momento linear, impulso e colisões

1. Considere uma colisão frontal perfeitamente inelástica, entre um carro e um caminhão, que estejam se deslocando com uma velocidade de  $8 \text{ m/s}$ . As massas totais dos veículos, incluindo as massas dos motoristas ( $80 \text{ kg}$ ), são  $800 \text{ kg}$  para o carro e  $4000 \text{ kg}$  para o caminhão. Se o tempo de colisão é de  $0,12 \text{ s}$ , qual é a força média exercida pelo cinto de segurança sobre cada motorista?  
R:  $1778$  e  $8889 \text{ N}$  (módulo da força sobre o motorista do caminhão e do carro respectivamente).
2. Uma força exerce um impulso  $J$  sobre um objeto de massa  $m$ , alterando a velocidade deste de  $v$  para  $u$ . A força e o movimento do objeto têm a mesma direção. Mostre que o trabalho realizado pela força é  $J(u + v)/2$ .
3. Uma força resultante  $\sum F_x(t) = A + Bt^2$  no sentido do eixo  $+Ox$  é aplicada sobre uma garota que está sobre uma prancha de skate. A força começa a atuar no instante  $t_1 = 0$  e continua até  $t_2$ .
  - (a) Qual é o impulso  $J_x$  da força?  
R:  $At_2 + \frac{Bt_2^3}{3}$
  - (b) A garota inicialmente está em repouso, qual é a sua velocidade no instante  $t_2$ ?  
R:  $\frac{At_2}{m} + \frac{Bt_2^3}{3m}$
4. Uma toalha de mesa sobre a qual repousa um bolo, sofre uma força  $\vec{F}$ . A mesa possui um raio  $r = 0,9 \text{ m}$  e o bolo está em repouso sobre a toalha no centro da mesa. Você puxa rapidamente a beirada da toalha. O bolo permanece em contato com a toalha durante um tempo  $t$  depois que você começa a puxar. A seguir o bolo desliza um pouco e pára em virtude do atrito entre a mesa e o bolo. O coeficiente de atrito cinético entre o bolo e a toalha da mesa é  $\mu_{c1} = 0,30$  e o coeficiente de atrito cinético entre a mesa e o bolo é  $\mu_{c2} = 0,40$ . Aplique o teorema do impulso e o teorema do trabalho energia

cinética a fim de calcular o valor máximo de  $t$  para que o bolo não caia sobre o solo. (Sugestão: suponha que o bolo percorra uma distância  $d$  quando ainda está sobre a toalha da mesa e, portanto, uma distância  $r - d$  da borda da mesa. Suponha que as forças de atrito sejam independentes da velocidade relativa entre as superfícies em contato).

R:  $0,59\text{ s}$

5. Para um sistema de coordenadas cartesiano  $(x; y)$ , uma partícula (1) encontra-se inicialmente em repouso na origem e outra (2), de  $0,5\text{ kg}$ , encontra-se na posição  $P = (6; 0)\text{ m}$ , com o centro de massa do sistema na posição  $(2, 4; 0)\text{ m}$ . A velocidade do centro de massa é dada por  $V_{cm} = 0,75t^2\text{ m/s}^3$  ao longo do eixo  $x$ . Determine

(a) a massa da partícula na origem,

R:  $0,75\text{ kg}$

(b) a aceleração do centro de massa.

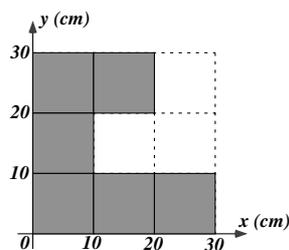
R:  $a = 1,5t\text{ m/s}^3$  ao longo do eixo  $x$

(c) Admita que as forças são iguais para as duas partículas. Com base nesta informação, explicita a aceleração de cada uma delas.

R:  $a_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{2m_1} a_{cm}$  e  $a_2 = \frac{(m_1 + m_2)}{2m_2} a_{cm}$

6. Uma chapa de aço, de densidade uniforme, tem o formato da figura abaixo. Calcule as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro de massa da peça.

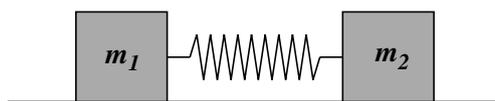
R:  $(11,7; 13,3)\text{ cm}$



7. A figura abaixo mostra dois blocos ligados por uma mola e livres para deslizarem sobre uma superfície horizontal sem atrito. Os blocos, cujas massas são  $m_1$  e  $m_2$ , primeiro são afastados um do outro e depois largados a partir do repouso. Que fração da energia cinética total do sistema terá cada bloco, num instante posterior qualquer?

R:  $f_1 = \frac{m_2}{(m_1+m_2)}$  e  $f_2 = \frac{m_1}{(m_1+m_2)}$

8. Um gafanhoto, pousado na beirada superior de uma folha de papel que está boiando sobre a água de um tanque, salta, com velocidade inicial de  $4\text{ m/s}$ , em direção à beirada



inferior da folha, no sentido do comprimento. As massas do gafanhoto e da folha são de  $1\text{ g}$  e de  $4\text{ g}$ , respectivamente, e o comprimento da folha é de  $30\text{ cm}$ . Em que domínio de valores pode estar compreendido o ângulo entre a direção do salto e a sua projeção sobre a horizontal para que o gafanhoto volte a cair sobre a folha?

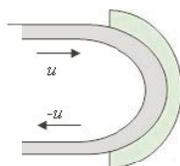
R:  $0^\circ < \theta < 4,23^\circ$  ou  $85,77^\circ < \theta < 90^\circ$

9. No fundo de uma mina abandonada, o vilão, levando a mocinha como refém, é perseguido pelo mocinho. O vilão de  $70\text{ kg}$  leva a mocinha, de  $50\text{ kg}$ , dentro de um carrinho de minério de  $540\text{ kg}$ , que corre com atrito desprezível sobre um trilho horizontal, à uma velocidade de  $10\text{ m/s}$ . O mocinho de  $60\text{ kg}$  vem logo atrás, num carrinho idêntico, à mesma velocidade. Para salvar a mocinha, o mocinho pula de um carrinho para o outro com uma velocidade de  $6\text{ m/s}$  em relação ao carrinho que deixa para trás. Calcule a velocidade de cada um dos carrinhos depois que o mocinho já atingiu o carrinho da frente.

R: O de trás:  $9,4\text{ m/s}$ ; o da frente:  $10,5\text{ m/s}$

10. Um jato de água incide sobre uma pá côncava de uma turbina imóvel (figura abaixo). O módulo da velocidade da água é  $u$ , tanto antes quanto depois de se chocar com a superfície curva da lâmina e a massa de água que atinge por unidade de tempo a lâmina é  $\mu$ . Calcule a força exercida pela água na lâmina.

R:  $2u\mu$



11. Uma partícula de massa  $m$  desloca-se com velocidade  $v$  em direção a duas outras partículas idênticas, de massas  $m'$ , alinhadas em um mesmo eixo, inicialmente separadas e em repouso. As colisões entre as partículas são elásticas.

- (a) Mostre que, para  $m \leq m'$  haverá duas colisões, e calcule as velocidades finais das três partículas.

R:  $v_1 = \frac{(m - m')}{(m + m')}v \leq 0$ ;  $v_2 = 0$ ;  $v_3 = \frac{2m}{(m + m')}v$

- (b) Mostre que, para  $m > m'$ , haverá três colisões, e calcule as velocidades finais das três partículas.

$$\text{R: } v_1 = \left( \frac{m - m'}{m + m'} \right)^2 v < v_2 = \frac{2m(m - m')}{(m + m')^2} v < v_3 = \frac{2m}{m + m'} v$$

- (c) Verifique que, no caso (a), o resultado para a primeira e a terceira partícula é o mesmo que se a partícula intermediária não existisse.

12. Um míssil de massa  $m$  lançado com uma velocidade inicial  $v_0$  formando um ângulo  $\alpha = 45^\circ$  com a horizontal explode no ponto mais alto da trajetória  $O$  em duas partes iguais. Sabendo que uma delas cai embaixo do ponto  $O$  calcule as velocidades dessas partes imediatamente antes de colidir com o solo.

$$\text{R: } v_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} v_0 \text{ e } v_2 = \sqrt{\frac{5}{2}} v_0.$$

13. Um meteoro de massa pequena viaja pelo espaço numa velocidade  $v_1$  até encontrar um grande planeta que está vindo em sentido contrário a uma velocidade  $v_p$  (de acordo com o referencial adotado).

- (a) Calcule a velocidade do meteoro se ele mudar de direção e retornar em sentido contrário.

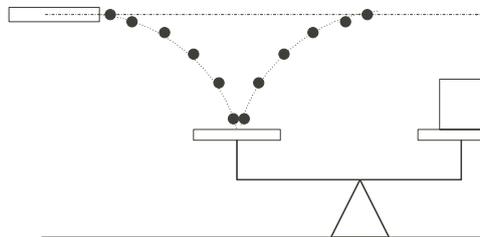
$$\text{R: } V = 2v_p - v_1$$

- (b) Dê todos os argumentos necessários sobre aproximações feitas em cálculos para encontrar a velocidade final do meteoro e explicita todas as passagens feitas.

- (c) Explique de onde provém o aumento de energia cinética do meteoro.

14. Uma “corrente” de bolinhas de  $0,5 \text{ g}$  cada uma é disparada horizontalmente (como mostrado na figura abaixo) a uma taxa de 100 bolinhas/segundo. Elas caem de uma altura de  $0,5 \text{ m}$  sobre um prato de uma balança e sobem novamente até a altura inicial. Que massa deve ser colocada no outro prato da balança para manter o equilíbrio?

$$\text{R: } M = 31,9 \text{ g}$$



15. Qual é o ângulo máximo de espalhamento elástico de uma partícula alfa por um nêutron em repouso? (a massa da partícula alfa é 4 vezes a massa do nêutron). Neste ângulo,

que fração da energia cinética incidente vai para o recuo do nêutron?

R: 14,5%; 0,4

16. Uma mosca paira no ar e dela se aproxima um elefante enraivecido que corre a  $2,1 \text{ m/s}$ . Suponha que a colisão seja elástica; a que velocidade a mosca é lançada?

R:  $4,2 \text{ m/s}$

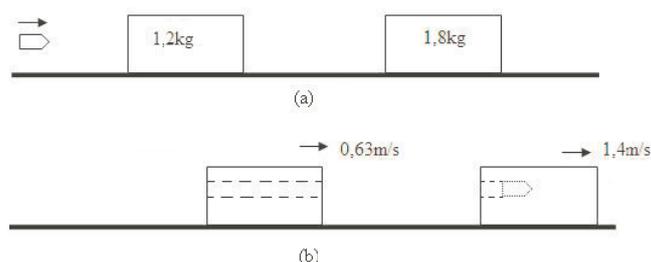
17. Uma bala de  $3,5 \text{ g}$  é atirada contra dois blocos, em repouso, sobre uma mesa lisa, como é mostrado na figura (a) abaixo. A bala passa através do primeiro bloco, de  $1,2 \text{ kg}$  de massa, e incrusta-se no segundo, cuja massa é de  $1,8 \text{ kg}$ . Os blocos adquirem velocidades, respectivamente iguais a  $0,63 \text{ m/s}$  e  $1,4 \text{ m/s}$  como mostra a figura (b). Desprezando a massa removida do primeiro bloco, determine:

(a) a velocidade da bala imediatamente após sair do primeiro bloco e

R:  $721 \text{ m/s}$

(b) a velocidade inicial da bala.

R:  $937 \text{ m/s}$



18. Um feixe de balas, cada uma de massa  $m$  igual a  $3,8 \text{ g}$ , é disparado com velocidade  $v$  de  $1100 \text{ m/s}$  contra um bloco de madeira, de massa  $M$  igual a  $12 \text{ kg}$ , que está inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal (figura abaixo). Se o bloco pode deslizar sem atrito sobre a mesa, que velocidade terá após ter absorvido 15 balas? (dica: considere uma alta taxa de tiro, de modo que as balas são lançadas antes que a primeira bala atinja o bloco).

R:  $5,2 \text{ m/s}$



19. Um vagão de carga de 35 toneladas choca-se com outro vagão que está parado. Eles engatam e 27% da energia cinética inicial é dissipada como calor, som, vibrações, etc.

Determine o peso do segundo vagão.

R: 12,9 toneladas.

20. Um núcleo de  $Th^{232}$  (Tório) em repouso decai para um núcleo de  $Ra^{228}$  (Rádio) com emissão de uma partícula alfa. A energia cinética total dos fragmentos da desintegração é igual a  $6,54 \times 10^{-13} J$ . A massa de uma partícula alfa é 1,76 por cento da massa de um núcleo de  $Ra^{228}$ . Calcule a energia cinética

(a) do núcleo de  $Ra^{228}$  e

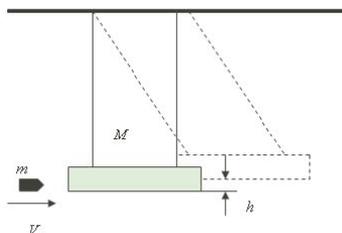
R:  $\approx 0,11 \times 10^{-13} J$

(b) da partícula alfa.

R:  $\approx 6,43 \times 10^{-13} J$

21. Um pêndulo balístico (figura abaixo) é um dispositivo para medir as velocidades de projéteis e foi utilizado quando não existiam aparelhos eletrônicos para esse fim. Ele consiste em um grande bloco de madeira, de massa  $M$ , suspenso por dois longos pares de fios. Um projétil de massa  $m$  é lançado sobre o bloco, onde fica cravado. O conjunto bloco+projétil, imediatamente após o choque, oscila e seu centro de massa sobe verticalmente uma distância  $h$  antes do pêndulo parar. Suponha  $M = 5,4 kg$  e  $m = 9,5 g$ . Qual a velocidade inicial do projétil se o bloco se elevar à altura  $h = 6,3 cm$ ?

R: 633 m/s



22. Em um certo decaimento alfa, a energia cinética da partícula alfa é igual a  $9,650 \times 10^{-13} J$  e o valor de  $Q$  para o decaimento é  $9,850 \times 10^{-13} J$ . Qual é a massa do núcleo que recua? (A massa da partícula alfa é igual a  $6,700 \times 10^{-27} kg$ )

R:  $m \approx 3,23 \times 10^{-25} kg$

23. Um núcleo de  $Bi^{210}$  (Bismuto) em repouso sofre decaimento  $\beta^-$  para o núcleo de  $Po^{210}$  (Polônio). Em um dado evento de decaimento, o elétron é emitido ortogonalmente na direção da emissão do antineutrino. Os módulos dos momentos lineares são  $3,60 \times 10^{-22} kg m/s$  para o elétron e  $5,20 \times 10^{-22} kg m/s$  para o antineutrino. O núcleo de  $Po^{210}$  possui massa de  $3,50 \times 10^{-25} kg$ . Calcule

(a) o módulo do momento linear do núcleo de  $Po^{210}$  que recua e

$$R: \approx 6,32^{-22} \text{ kg m/s}$$

(b) a energia cinética do núcleo de  $Po^{210}$ . R:  $\approx 5,71 \times 10^{-19} \text{ J}$

24. Um caminhão-tanque cheio de água, de massa total  $M$ , utilizado para limpar ruas com um jato de água, trafega por uma via horizontal, com coeficiente de atrito cinético  $\mu_c$ . Ao atingir uma velocidade  $v_0$ , o motorista coloca a marcha no ponto morto e liga o jato de água, que é enviada para trás com velocidade  $v_e$  relativa ao caminhão, com uma vazão de  $\lambda$  litros por segundo. Ache a velocidade  $v(t)$  do caminhão depois de um tempo  $t$ .

$$R: v(t) = v_0 - \mu_c g t + v_e \ln\left(\frac{M}{M - \lambda t}\right)$$

25. A equação  $F = -v_{ex}\left(\frac{dm}{dt}\right)$  para a força de propulsão de um foguete também pode ser aplicada para um avião movido a hélice. De fato, existem duas contribuições para a força de propulsão: uma positiva e outra negativa. A contribuição positiva resulta do ar que é empurrado para trás, afastando-o da hélice ( $\log\left(\frac{dm}{dt}\right) < 0$ ), com uma velocidade  $v_{ex}$  relativa à hélice. A contribuição negativa resulta da mesma quantidade de ar que escoia para frente da hélice ( $\log\left(\frac{dm}{dt}\right) > 0$ ), com uma velocidade  $v$  igual à velocidade do avião através do ar.

(a) Escreva uma equação para a força de propulsão resultante desenvolvida pela hélice de um avião em termos de  $v$ ,  $v_{ex}$  e do valor absoluto  $\left|\frac{dm}{dt}\right|$

(b) Para um Cessna 182 (um avião monomotor) voando a  $130 \text{ km/h}$ ,  $150 \text{ kg}$  de ar fluem através da hélice em cada segundo e a hélice desenvolve uma propulsão resultante igual a  $1300 \text{ N}$ . Calcule o incremento do módulo da velocidade (em  $\text{km/h}$ ) que a hélice fornece para o ar.

$$R: v_{ex} - v = 31,2 \text{ km/h}$$

26. Um foguete é disparado no espaço sideral, onde a gravidade é desprezível. No primeiro segundo ele emite  $\frac{1}{160}$  da sua massa como gás de exaustão e possui uma aceleração igual a  $15,0 \text{ m/s}^2$ . Qual é o módulo da velocidade do gás de exaustão em relação ao foguete?

$$R: 2,4 \text{ km/s}$$

27. Um foguete com estágio único é disparado a partir do repouso no espaço sideral, onde a gravidade é desprezível. Sabendo que ele queima seu combustível em  $50,0 \text{ s}$  e que a velocidade relativa do gás de exaustão é dada por  $v_{ex} = 2100 \text{ m/s}$ , qual deve ser a razão  $m_0/m$  para ele atingir uma velocidade final de  $8,00 \text{ km/s}$  (a velocidade orbital

aproximada de um satélite artificial da Terra)?

R:  $\approx 45,1$

28. No problema da propulsão de um foguete, a massa é variável. Outro problema com massa variável é fornecido por uma gota de chuva caindo no interior de uma nuvem que contém muitas gotas minúsculas. Algumas dessas gotículas aderem sobre a gota que cai, fazendo, portanto, aumentar sua massa à medida que ela cai. A força sobre a gota de chuva é dada por

$$F_{ext} = \frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

Suponha que a massa da gota de chuva dependa da distância  $x$  percorrida durante sua queda. Então,  $m = kx$ , onde  $k$  é uma constante, portanto  $\frac{dm}{dt} = kv$ . Como  $F_{ext} = mg$ , obtemos

$$mg = m \frac{dv}{dt} + v(kv)$$

Ou, dividindo por  $k$

$$xg = x \frac{dv}{dt} + v^2$$

Essa equação diferencial possui uma solução da forma  $v = at$ , onde  $a$  é uma aceleração constante. Considere a velocidade inicial da gota igual a zero.

- (a) Usando a solução proposta para  $v$ , determine a aceleração  $a$ .

R:  $g/3$

- (b) Calcule a distância percorrida pela gota até o instante  $t = 3,00$  s.

R:  $14,7$  m

- (c) Sabendo que  $k = 2,00$  g/m, ache a massa da gota de chuva para  $t = 3,00$  s.

R:  $29,4$  g