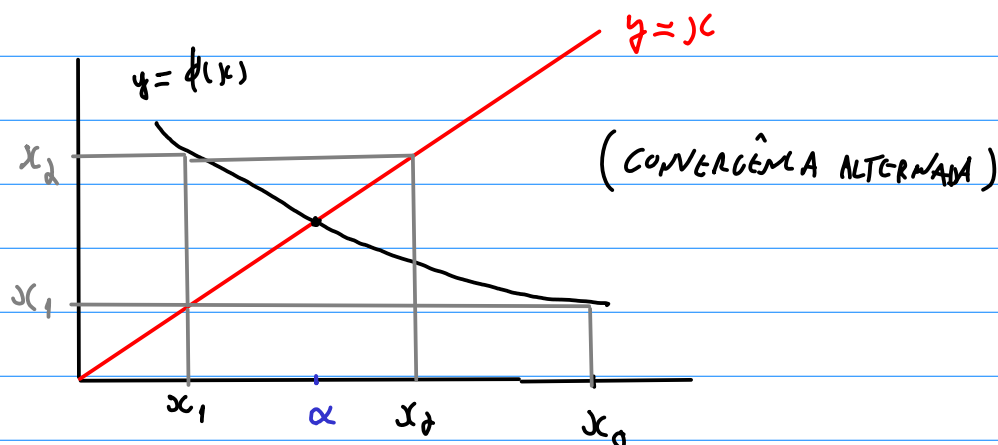


COMP III - 26/8/2021

APROX. SUK.



RAÍZES DE FUNÇÕES

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$; $\bar{x}$: RAÍZ DE f ISOLADA EM $[a, b]$
(EM GERAL, $f(a) \cdot f(b) < 0$)

$\phi: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ TAL QUE $\bar{x} = \phi(\bar{x})$ ($\bar{x}$ É PTO. FIXO DE ϕ)
(POR EXEMPLO, $\phi(x) = x + G(x) \cdot f(x)$)

(i) ϕ É CONTINUAMENTE DIFERENCIÁVEL EM $[a, b]$

(ii) $\max_{x \in [a, b]} |\phi'(x)| = K < 1$

NESSA SITUAÇÃO, PARA TODO $x_0 \in [a, b]$ TAL QUE
A SEQUÊNCIA

$$x_n = \phi(x_{n-1}), \quad n \geq 1$$

ESTÁ CONTIDA EM $[a, b]$, TEMOS $x_n \rightarrow \bar{x}$.

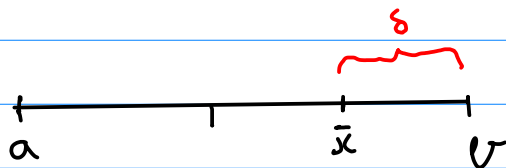
OBSERVAÇÕES:

1) $|\phi(x) - \phi(y)| \leq K |x - y|$, $\forall x, y \in [a, b]$ (USC T.V.M.)

2) SOB. AS HIPÓTESES (i) E (ii), SE ESCOLHERMOS x_0
COMO O EXTREMO DO INTERVALO MAIS PRÓXIMO DA RAÍZ,

Então $x_n = \phi(x_{n-1})$, $n \geq 1$, pertence a $[a, b]$, $\forall n \geq 1$
 De fato, $\phi(x)$ está mais próximo de $\bar{x}$ do que x , pois

$$|\phi(x) - \bar{x}| = |\phi(x) - \phi(\bar{x})| = |\phi'(x)| |x - \bar{x}| \leq K |x - \bar{x}|$$



$$\phi(b) \in (\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$$

3) PARA seq. $\{x_n\} \subset [a, b]$,

$$|x_n - \bar{x}| \leq K^n |x_0 - \bar{x}|$$

$$(|x_{n+1} - \bar{x}| \leq K |x_n - \bar{x}|)$$

EXEMPLO: $100 = 10 \frac{1 - e^{-30x}}{x}$

DETERMINE K USANDO
 UM MÉTODO DE APROX. SUCC.

VAMOS CHAMAR K DE x

$$100 = 10 \cdot \frac{1 - e^{-30x}}{x} \Rightarrow 10 = \frac{1 - e^{-30x}}{x}$$

$$\Rightarrow x = 0.1 * (1 - e^{-30x}) \quad (x + 0.1 \cdot e^{-30x} - 0.1 = 0)$$

A SOLUÇÃO POSITIVA DO PROBLEMA É O PONTO FIXO POSITIVO DE

$$\phi(x) = 0.1 * (1 - e^{-30x})$$

$$f(x) = x + 0.1 e^{-30x} - 0.1$$

TEM UMA ÚNICA RAÍZ POSITIVA EM $[0.08, 0.15]$

$$(f(0.08) \approx -0.1; f(0.15) \approx 0.05)$$

$$\phi(x) = 0.1 \times (1 - e^{-3 \cdot x})$$

$$\phi'(x) = 0.1 \times (-(-3) e^{-3 \cdot x}) = 3 e^{-3 \cdot x}$$

$$|\phi'(0.08)| \leq |\phi'(x)| \leq |\phi'(0.15)|$$

$$M = |\phi'(0.15)| = \phi'(0.15) \leq \underbrace{0.039}_K < 1$$

$$m = \frac{0.08 + 0.15}{2} = 0.115; \quad f(m) \approx 0.02 > 0$$

EXTREMO MAIS PRÓXIMO DE $\bar{x}$: 0.08
 $\uparrow$
 x_0

$$x_0 = 0.08$$

$$x_1 = \phi(x_0) \approx 0.09092820467$$

$$x_2 = \phi(x_1) \approx 0.0934408573$$

$$x_3 = \phi(x_2) \approx 0.09394278617$$

.

.

.