

SEL-EESC-USP

Multiplicadores Analógicos

Células de Gilbert

P. R. Veronese
2015

Multiplicadores Analógicos

- Introdução

Multiplicador Analógico é um dos sub-circuitos fundamentais em projetos de eletrônica. São particularmente importantes em eletrônica de comunicações e em processamentos de sinais. Algumas aplicações importantes desses blocos são: processamento analógico não linear de sinais, detecção de fase, modulação e demodulação de sinais, misturadores de *RF*, translado e multiplicação de frequências, etc.. Esses blocos, que são verdadeiros computadores analógicos, executam a função de multiplicar dois sinais, como mostra a Figura 1, onde $V_o = k \cdot V_X \cdot V_Y$. Em termos de circuitos analógicos, esses multiplicadores podem ser de um quadrante, quando $V_X \geq 0$ e $V_Y \geq 0$, de dois quadrantes, quando V_X for qualquer e $V_Y \geq 0$ e de quatro quadrantes, quando tanto V_X quanto V_Y podem ser quaisquer, isto é, podem ser positivos ou negativos, embora com amplitudes controladas dentro de uma certa faixa de atuação.

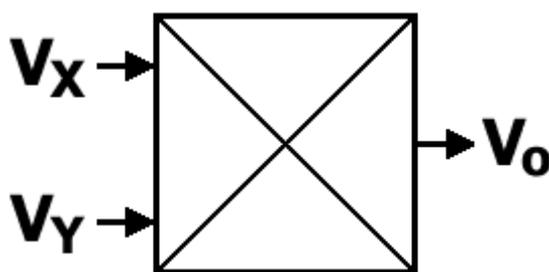


Figura 1 – Bloco de Multiplicação Analógica, $V_o = k \cdot V_X \cdot V_Y$.

- Tipos de Multiplicadores Analógicos

- Circuito Acoplado por Emissor (ECC):

A Figura 2 mostra a topologia de um ECC, que nada mais é do que um amplificador diferencial bipolar simétrico, com fonte de corrente de lastro (I_{EE}) e cargas passivas de coletor (R_C). As fontes de alimentação, V_{CC} e V_{EE} , são, respectivamente, positiva e negativa, mas não necessariamente com o mesmo módulo de tensão. Os transistores são casados e com β 's elevados o suficiente para que se possa considerar $I_E \approx I_C$.

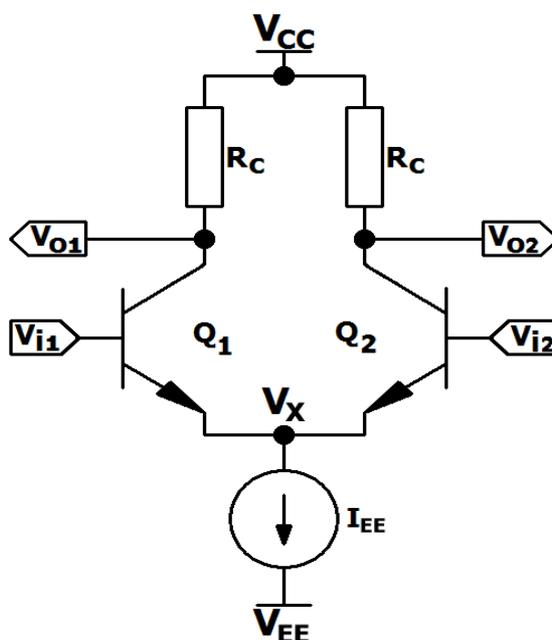


Figura 2 – Bloco Analógico ECC Usado como Multiplicador Analógico de Dois Quadrantes.

Pode-se, então, equacionar:

$$I_{C(Q1)} = I_S \left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - 1 \right) \cong I_S e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} \quad \text{e} \quad I_{C(Q2)} = I_S \left(e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} - 1 \right) \cong I_S e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}}$$

Definindo-se a corrente de saída do circuito como $I_{out} = I_{C(Q1)} - I_{C(Q2)}$, então:

$$I_{out} \cong I_S \left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right) \quad (1)$$

Como $I_{EE} = I_{C(Q1)} + I_{C(Q2)}$, então:

$$I_{EE} \cong I_S \left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right) \quad (2)$$

Ou

$$I_S = \frac{I_{EE}}{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right)} \quad (3)$$

Substituindo-se I_S , dada pela Equação 3, na Equação 1, chega-se à Equação 4:

$$I_{out} = \frac{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right)}{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right)} \times I_{EE} = I_{EE} \times \tanh\left(\frac{V_{i1}-V_{i2}}{2V_t}\right) = I_{EE} \times \tanh\left(\frac{\vartheta_{id}}{2V_t}\right) \quad (4)$$

A Figura 3 mostra as curvas características de transferência do circuito, em função da relação v_{id} / V_t . Percebe-se, então, que o circuito só será linear se $|v_{id}| \ll V_t$. Então, se essa condição for estabelecida, $\tanh(x) = x$ e, portanto, se $|v_{id}| \ll V_t$, pode-se escrever:

$$I_{out} = k \times I_{EE} \times \vartheta_{id} = \frac{1}{2V_t} \times I_{EE} \times \vartheta_{id} \quad (5)$$

Conclui-se, portanto, pela Equação 5, que, se um sinal diferencial (v_{id}) for aplicado às entradas do ECC, o circuito fornecerá uma corrente de saída proporcional ao produto de duas grandezas elétricas (I_{EE} e v_{id}), caracterizando-se, portanto, como um multiplicador analógico. Com as cargas de coletor R_C , a corrente de saída será transformada em uma tensão de saída, $v_{out} = v_{o2} - v_{o1}$, que é a tensão de saída diferencial.

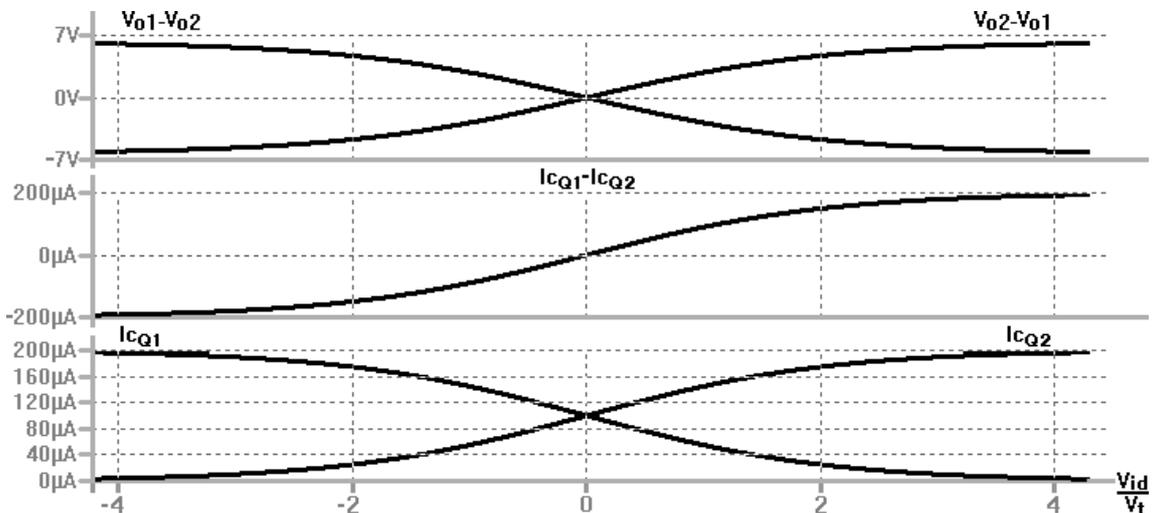


Figura 3 – Curvas de V_{out} , I_{out} , $I_{C(Q1)}$ e $I_{C(Q2)}$ em Função de v_{id} / V_t .

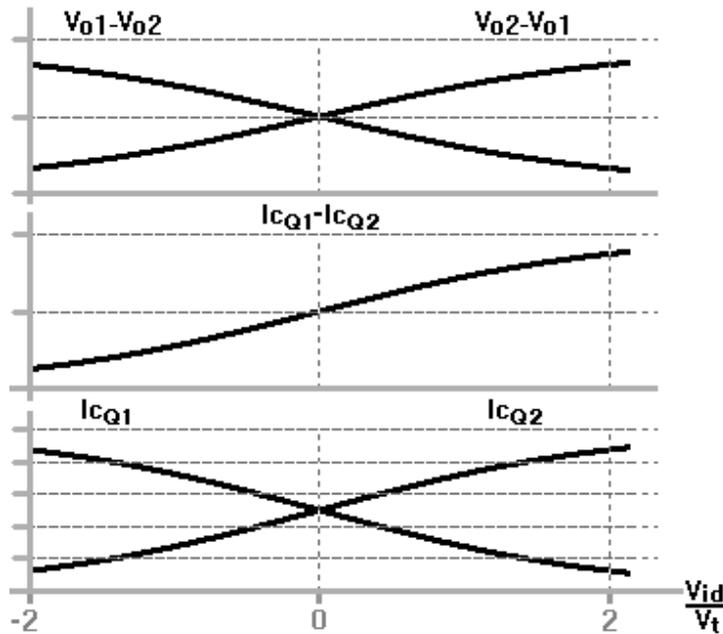


Figura 4 – Porção Mais Linear da Curva da Figura 4, com $-1,6V_t \leq u_{id} \leq 1,6V_t$.

O circuito da Figura 2 é um multiplicador de dois quadrantes, isto é, v_{id} pode ser tanto positiva quanto negativa, mas deve possuir uma amplitude pico-a-pico muito baixa. Já I_{EE} , embora possa ter a amplitude mais elevada, deve ser apenas positiva, isto é, $I_{EE} > 0$.

- Célula de Gilbert com BJT:

Para contornar o problema da restrição do sinal algébrico de I_{EE} e para que dois sinais de mesma natureza possam ser multiplicados, deve-se usar o circuito multiplicador, conhecido como célula de Gilbert, apresentado na Figura 5. Esse circuito é formado por dois amplificadores diferenciais, cujas saídas são conectadas como somadoras de corrente em contra-fase. Combinando as correntes de saídas dos dois estágios diferenciais, o circuito permite operações em quatro quadrantes. A corrente diferencial de saída do multiplicador é definida como:

$$I_{out} = (I_B - I_B) = (I_1 + I_3) - (I_2 + I_4)$$

Então, em analogia com o ECC explanado no item anterior, pode-se escrever:

$$I_{out} = I_5 \times \tanh\left(\frac{V_X}{2V_t}\right) + I_6 \times \tanh\left(\frac{-V_X}{2V_t}\right)$$

Como $\tanh(x) = -\tanh(-x)$, então:

$$I_{out} = (I_5 - I_6) \tanh\left(\frac{V_X}{2V_t}\right)$$

As correntes I_5 e I_6 estão em contra-fase, portanto, $I_{EE} = I_5 - I_6$. Como I_5 e I_6 são dependentes de V_Y e como I_{EE} é a corrente de lastro dos dois diferenciais inferiores, também em analogia com o ECC explanado no item anterior, pode-se escrever que:

$$I_{out} = I_{EE} \times \tanh\left(\frac{V_Y}{2V_t}\right) \times \tanh\left(\frac{V_X}{2V_t}\right)$$

Se, portanto, $|V_X|$ e $|V_Y| \ll V_t$ e, conseqüentemente, $\tanh(x) \approx x$, então:

$$I_{out} = K \times (V_X \times V_Y) \quad \text{onde} \quad k = \frac{I_{EE}}{4V_t^2} \quad [\text{mA/V}^2] \quad (6)$$

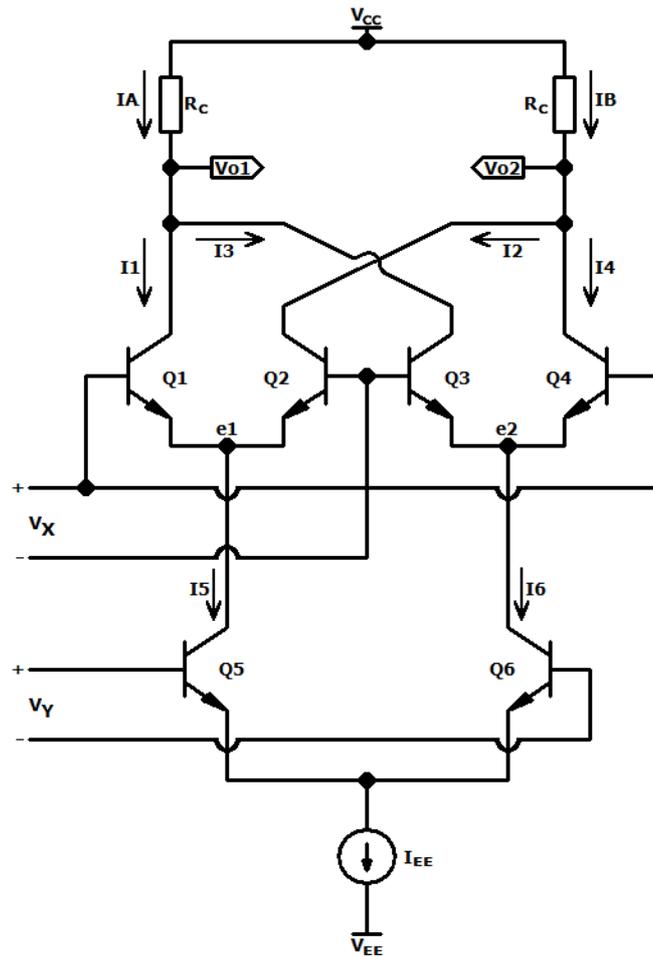


Figura 5 - Célula de Gilbert, Usada como Multiplicador Analógico de Quatro Quadrantes com BJT.

Para transformar a corrente de saída do multiplicador em tensão, usa-se essa conversão através da colocação das cargas de coletor, R_C . Então $V_{out} = V_{o1} - V_{o2}$ vale:

$$\boxed{V_{out} = K \times (V_X \times V_Y)} \quad (7)$$

Onde:

$$k = \frac{I_{EE} \times R_C}{4V_t^2} \quad [1/V]$$

A Equação 7 continua valendo apenas para $|V_X|$ e $|V_Y| \ll V_t$.

- Célula de Gilbert com BJT e com amplificador na entrada V_X :

O circuito da Figura 5, embora funcional como multiplicador de quatro quadrantes, apresenta linearidade baixa e necessita de sinais de excitação das duas entradas menores do que $\pm 100 \text{ mV}$. Entradas com esses níveis proporcionam saídas da ordem de $\pm 10 \text{ mV}$, o que exige que as tensões V_{BE} dos transistores sejam absolutamente casadas, para não gerarem imprecisões de linearidade. A Figura 6 mostra algumas providências tomadas para minimizar essas deficiências. Comparado ao circuito da Figura 5, o circuito da Figura 6 possui um estágio adicional de amplificação composto pelos transistores Q_1 , Q_2 , Q_5 e Q_6 . Esse estágio executa três funções: permite uma faixa de tensões de entrada superior a $\pm 1 \text{ V}$, lineariza o estágio através da colocação de resistores de emissor (R_1 e R_2) e de dois transistores de carga ligados como diodos (Q_5 e Q_6) e, através do resistor R_7 , executa um deslocamento DC para permitir que a entrada seja relacionada ao terminal de terra.

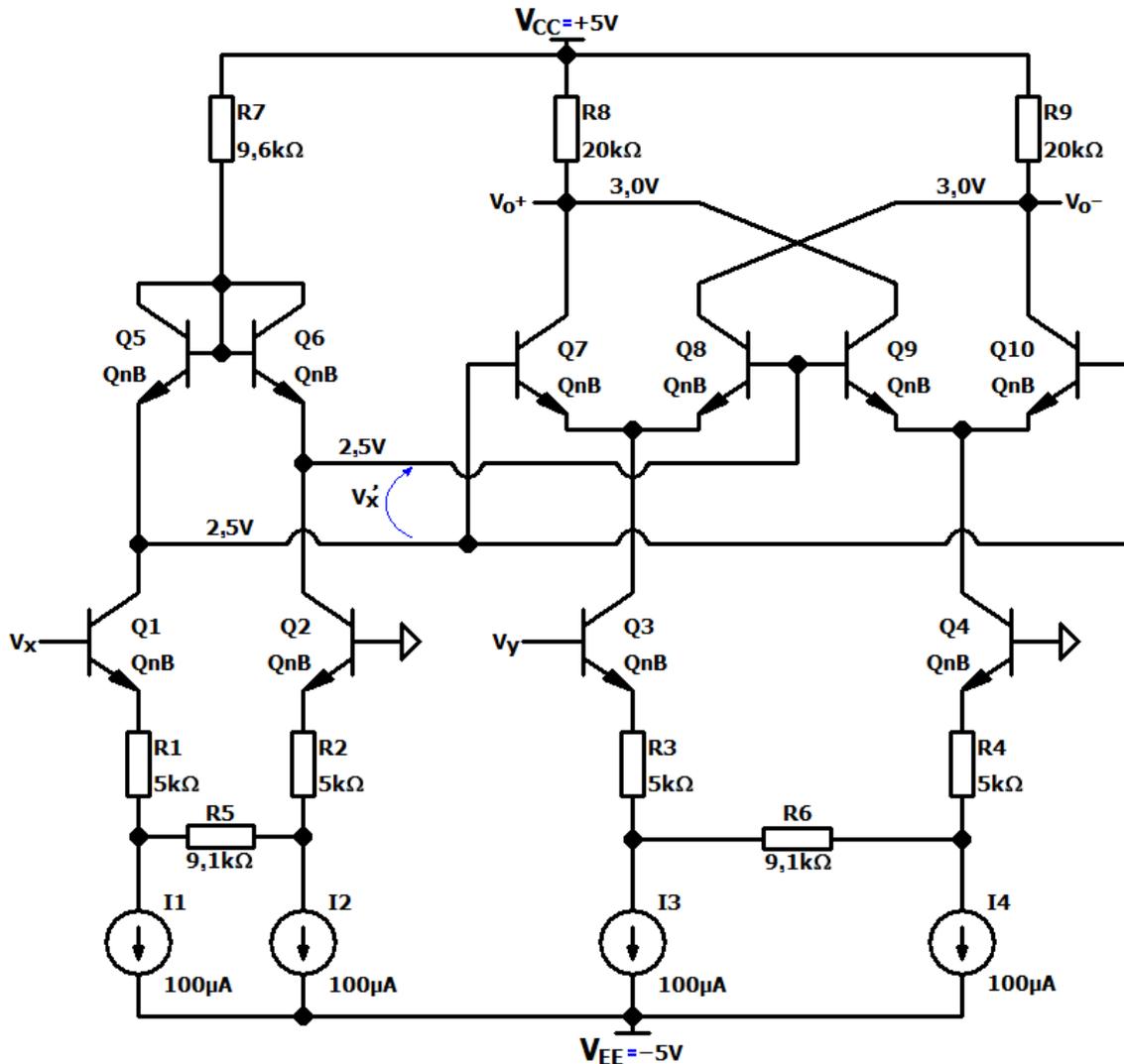


Figura 6 – Multiplicador Analógico de Quatro Quadrantes com Arquitetura Melhorada.

Assim, a Equação 7 continua perfeitamente válida, mas com uma faixa de excursão de tensão muito mais estendida.

- Célula de Gilbert com MOSFET's:

A célula de Gilbert pode, também, ser implementada com transistores MOS. A Figura 7 mostra essa topologia. Seguindo a mesma sequência de cálculos feita para o multiplicador com BJT, chega-se à seguinte equação para o multiplicador com MOS:

$$I_{out} = \frac{K_P}{\sqrt{2}} \times (V_X \times V_Y)$$

Onde:

$$K_P = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \quad [A/V^2]$$

Ou, em função de tensão, com restrições nas amplitudes de $|V_X|$ e de $|V_Y|$, tem-se:

$$V_{out} = \frac{K_P R_D}{\sqrt{2}} \times (V_X \times V_Y) \quad (8)$$

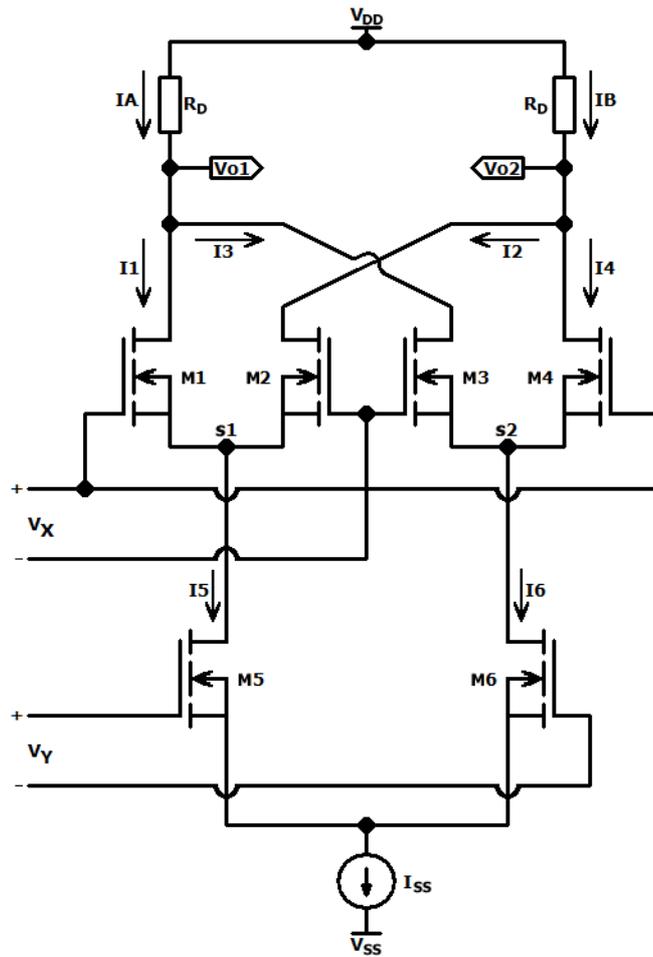


Figura 7 - Bloco Usado como Multiplicador Analógico de Quatro Quadrantes com Transistores MOS.

Versões comerciais de multiplicadores analógicos, em forma de circuitos integrados, são: *LM1496*, *MC1595*, *LM1596*, etc.. Circuitos de aplicação desses integrados, principalmente de circuitos moduladores de *RF*, podem ser encontrados nos *datasheets* e nas *Application Notes* desses componentes, fornecidos pelos fabricantes.

Para maiores informações sobre circuitos completos de multiplicadores analógicos de sinais, consultar:

P. R. Veronese, “Introdução a Amplificadores Operacionais Integrados”, SEL-EESC-USP, 2009, Capítulo 4.