



PME 3543
Estruturas Mecânicas e de Veículos
Notas de Aula
Prof. Leandro V. da S. Macedo

15
Exemplos de Aplicações
de Otimização Numérica



Otimização

Otimização: Procura do melhor projeto ou do projeto ótimo.

O projeto deve satisfazer limites impostos sobre a resposta da estrutura (desempenho) e ainda sobre outros valores de parâmetros da estrutura (manufaturabilidade, econômicos, etc...).

- **Função Objetivo (e.g: maximizar desempenho, minimizar peso ou custo, etc..)**
- **Variáveis de projeto (dimensões, espessuras, formas, etc...)**
- **Restrições de projeto (valores limites para as variáveis de projeto, relações entre elas, limites mínimos de desempenho, requisitos de manufaturabilidade, etc...)**

Para bons resultados, é necessário que os objetivos de projeto sejam claros, as restrições sejam coerentes e as variáveis de projeto sejam bem escolhidas.

Tipos de Otimização Numérica de Estruturas:

- **Paramétrica**
- **Topográfica**
- **Topológica**



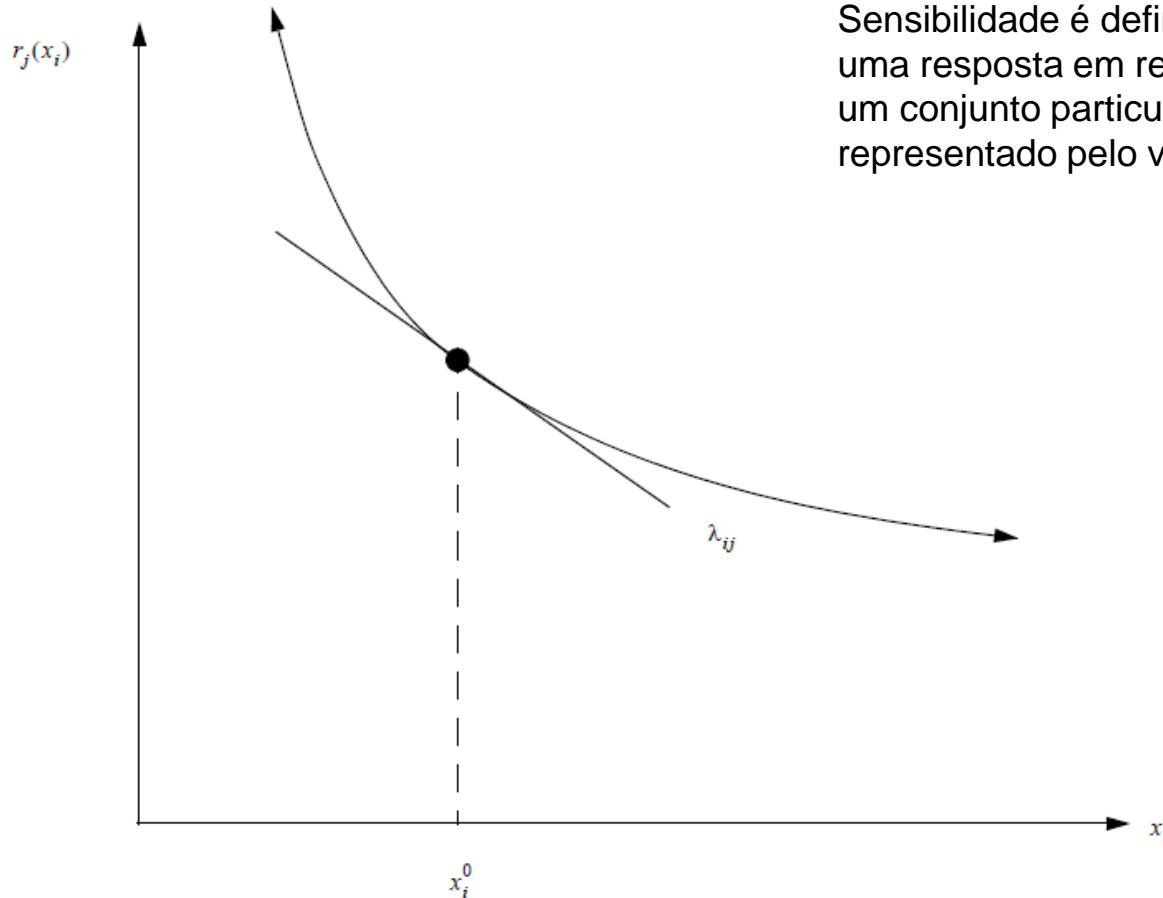
Otimização paramétrica

- **Variáveis de Projeto.**
- **Função objetivo: Objetivo em função das variáveis de projeto.**
- **Restrições.**

1. Análise de Sensibilidade: Gradiente da função objetivo
 Aproximação linear
 Define a direção de busca:
 - maximizar → direção positiva do gradiente
 - minimizar → direção negativa do gradiente
2. Maximizar o deslocamento na direção de busca.
3. Verificar restrições: Caso restrição tenha sido violada:
 - recua até a fronteira
 - avança na direção tangente à da restrição
4. Nenhuma restrição violada:
 - recalcula o gradiente
 - avança numa direção conjugada do novo gradiente e do gradiente anterior (técnica para acelerar a convergência)
5. Verificação do ponto de ótimo: equilíbrio vetorial entre o gradiente da função objetivo e das restrições é possível para um conjunto de multiplicadores (multiplicadores de Lagrange).



Otimização paramétrica



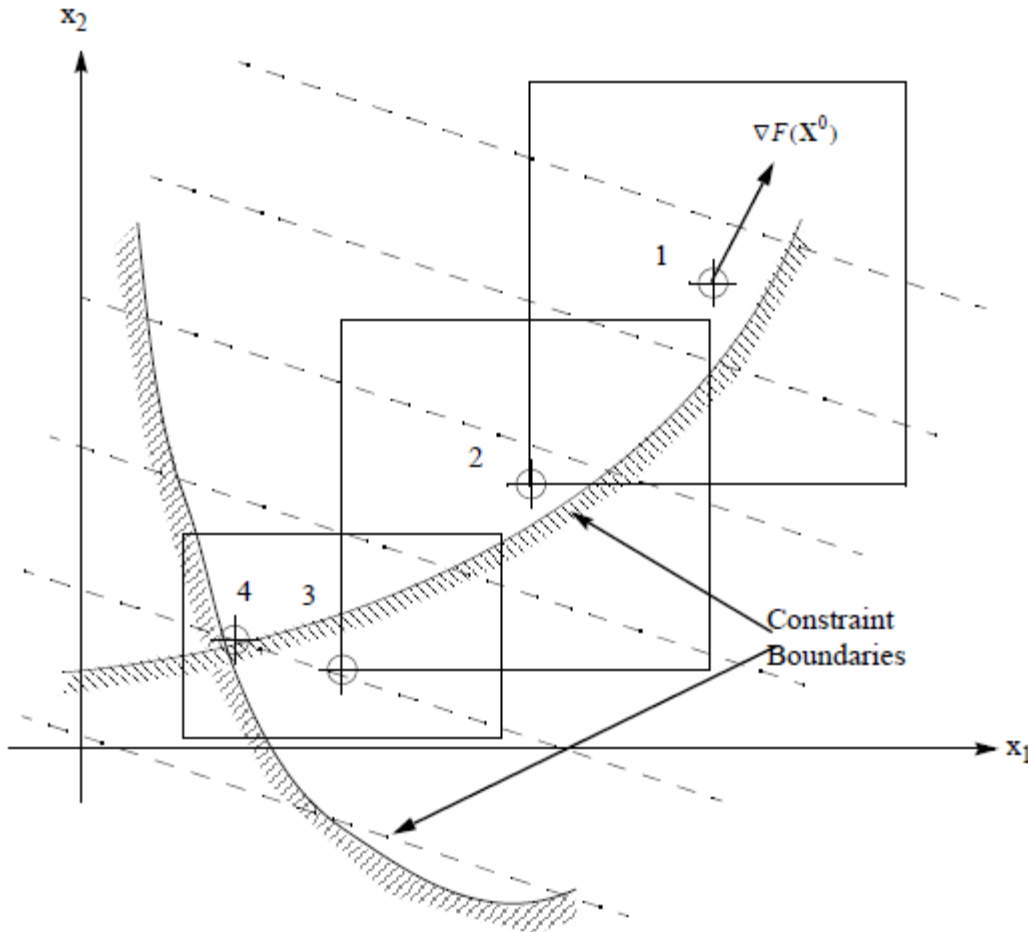
Sensibilidade é definida como a taxa de mudança de uma resposta em relação a uma variável de projeto em um conjunto particular de variáveis de projeto representado pelo vetor X^0

$$\lambda_{ij} = \left. \frac{\partial r_j}{\partial x_i} \right|_{X^0}$$

Interpretação gráfica da sensibilidade.



Otimização paramétrica



Sequência de Aproximações

$$S = -\Delta F$$

$$X^1 = X^0 + \alpha S^1$$

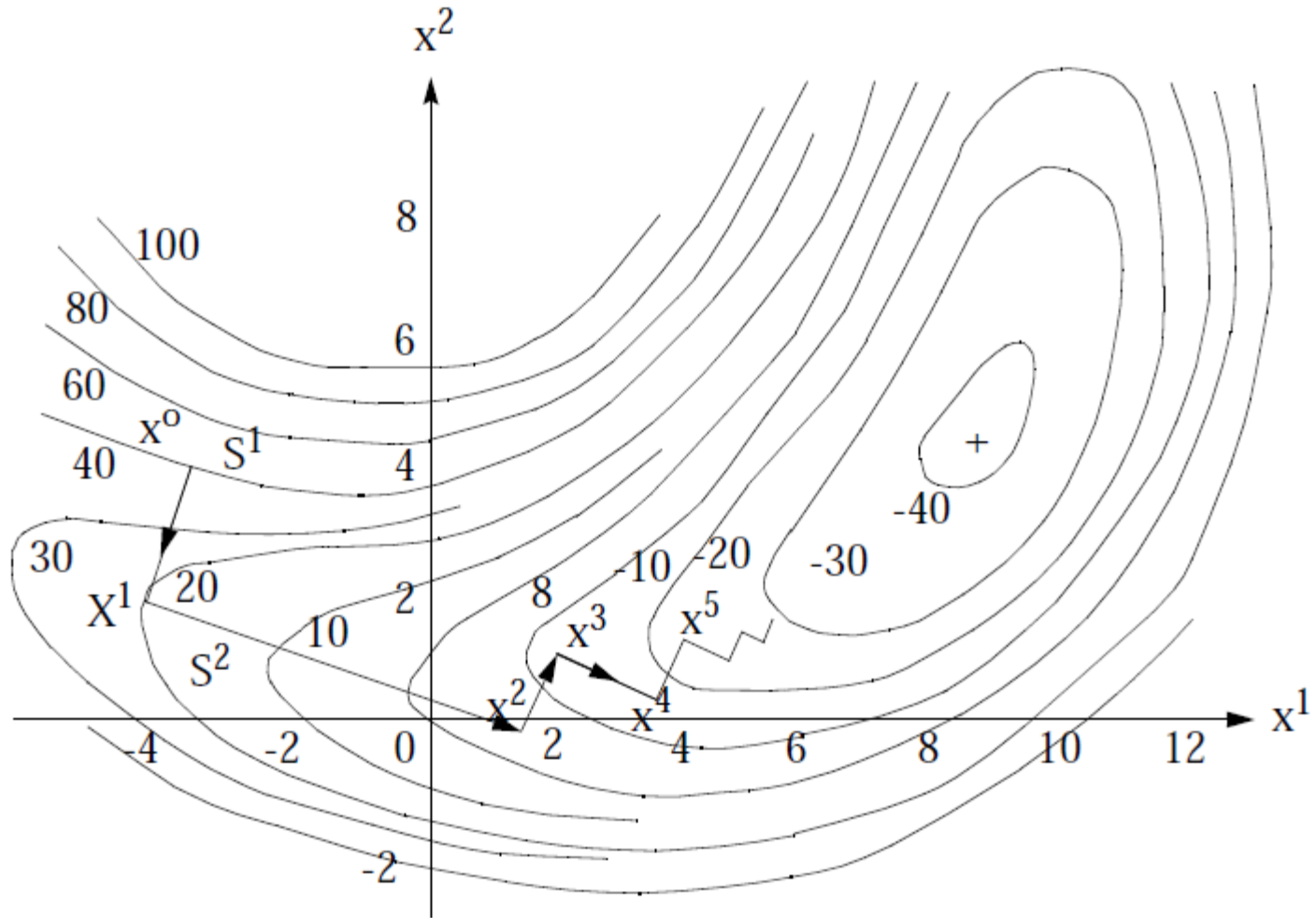
$$F^1 = F(X^0 + \alpha S^1)$$

$$g_j^1 = g_j(X^0 + \alpha S^1)$$

- $S \rightarrow$ direção de busca
- $X \rightarrow$ vetor de variáveis de projeto
- $F \rightarrow$ função objetivo
- $\alpha \rightarrow$ escalar que maximiza o deslocamento na direção de busca
- $g \rightarrow$ restrições



Otimização paramétrica



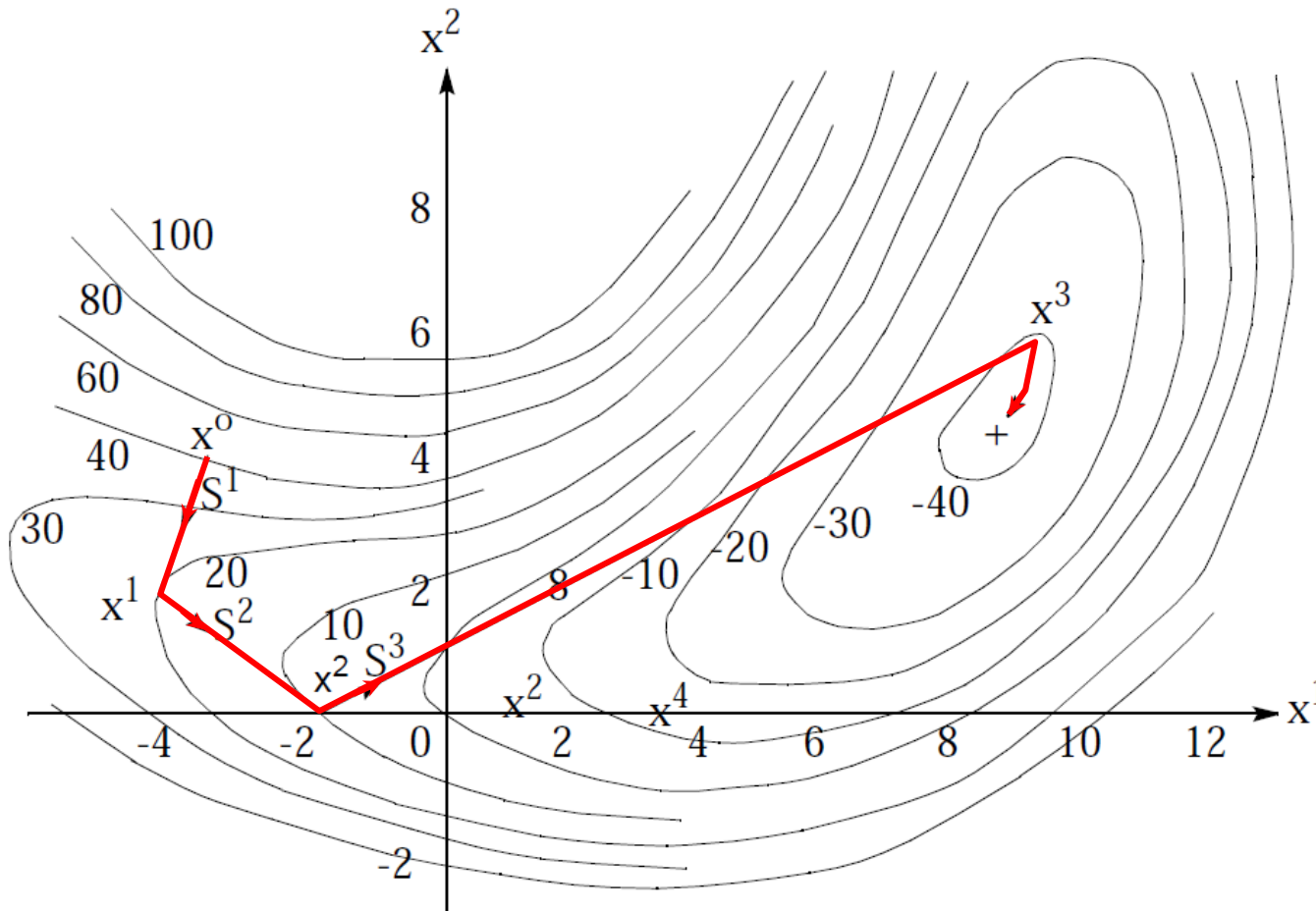
Sequência de Aproximações: avançando na direção do gradiente.



Otimização paramétrica

$$S^q = -\Delta F(X^{q-1}) + \beta S^{q-1}$$

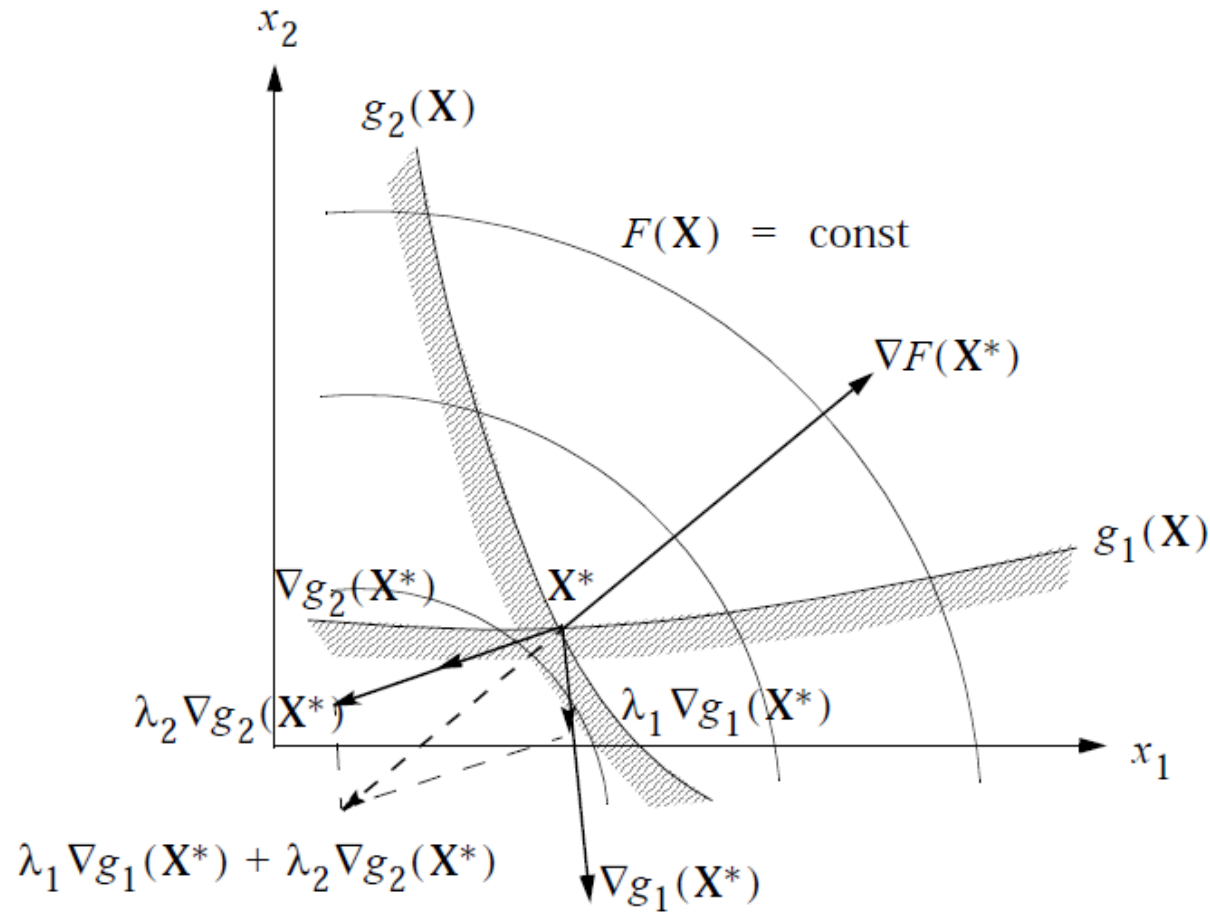
$$\beta = \frac{|\Delta F(X^{q-1})|^2}{|\Delta F(X^{q-2})|^2}$$



Sequência de Aproximações: avançando em direção conjugada para acelerar a busca do ótimo.



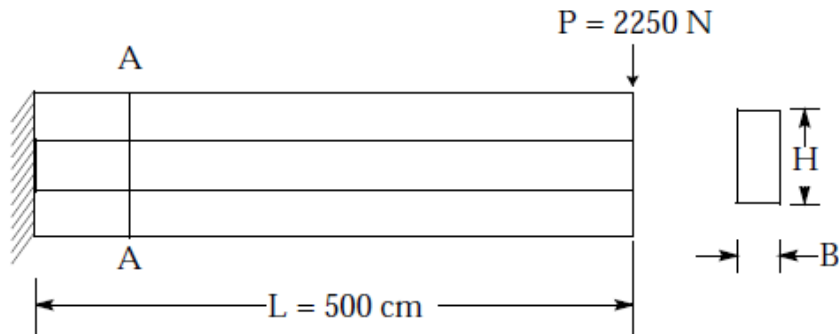
Otimização paramétrica



Verificação do Ótimo quando este está limitado por restrições.



Caso Exemplo # 1 – Otimização paramétrica – Viga em balanço



MSC.Nastran
Design Sensitivity and Optimization
User's Guide

Objetivo: Minimizar o volume.

$$V = B \cdot H \cdot L$$

Restrições:

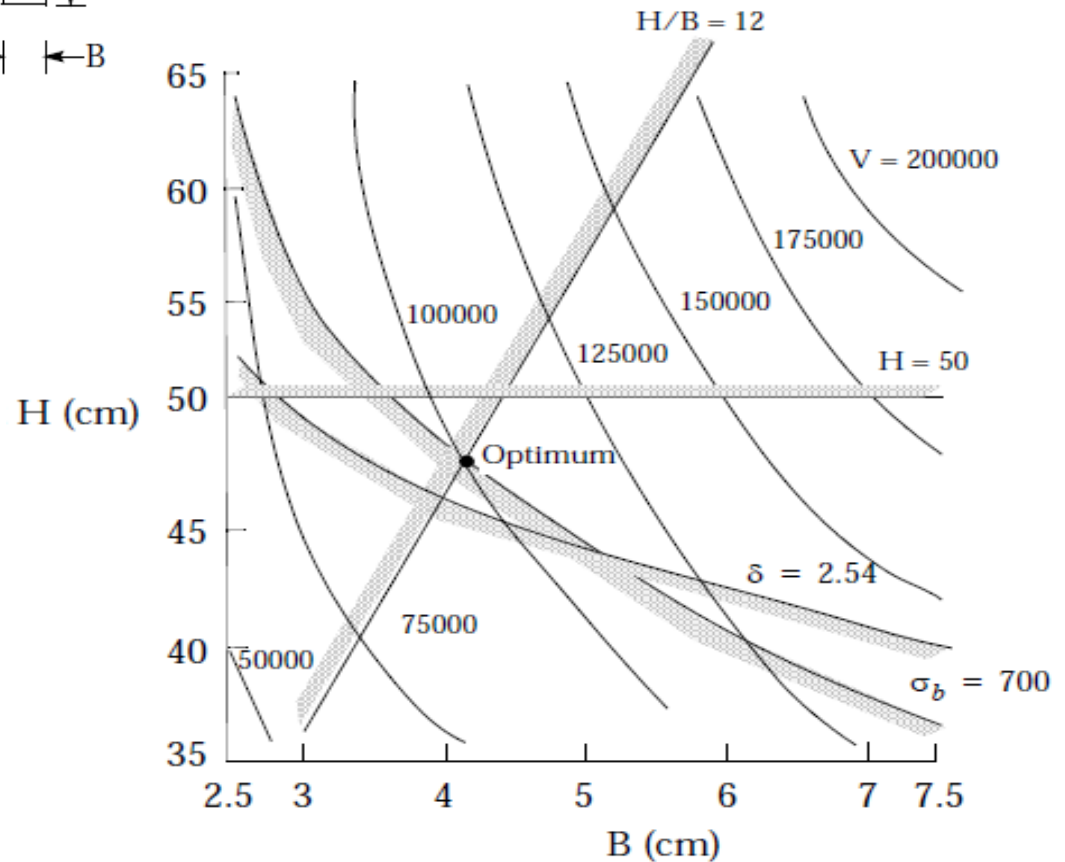
$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{6PL}{BH^2} \leq 700$$

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{4PL^3}{BH^3} \leq 2.54$$

$$\frac{H}{B} \leq 12$$

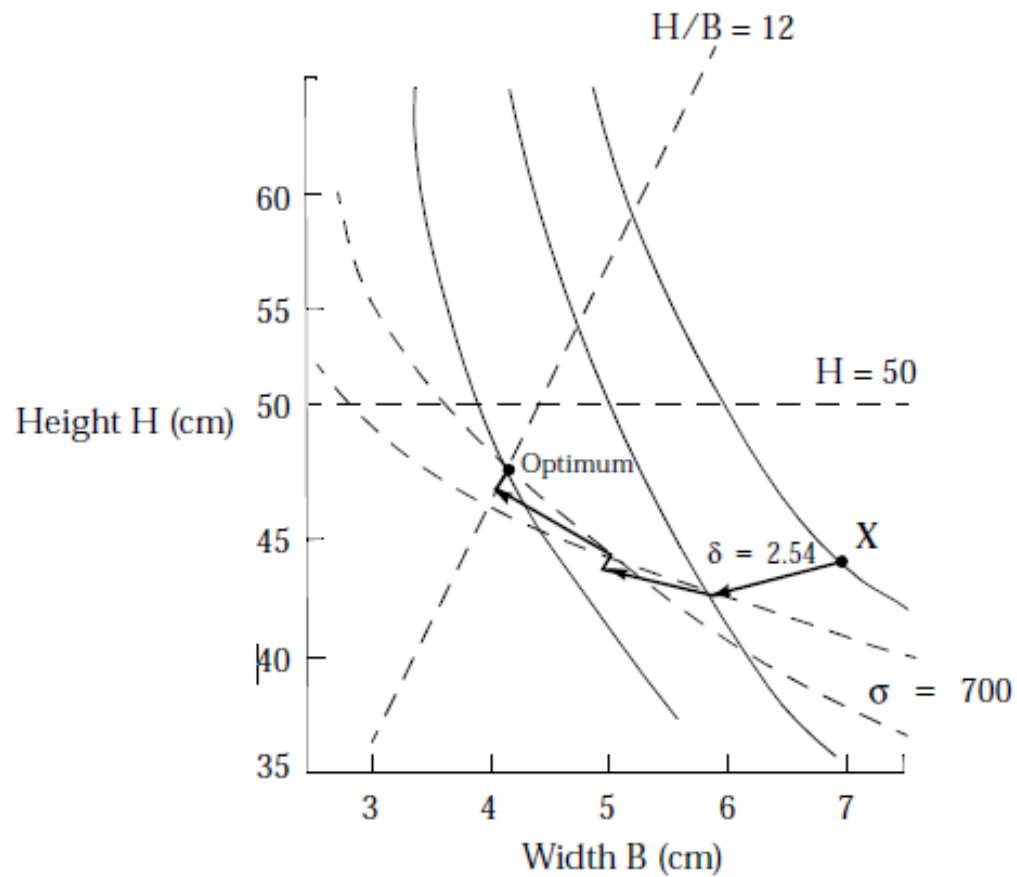
$$1 \leq B \leq 20$$

$$20 \leq H \leq 50$$





Caso Exemplo # 1 – Otimização paramétrica – Viga em balanço

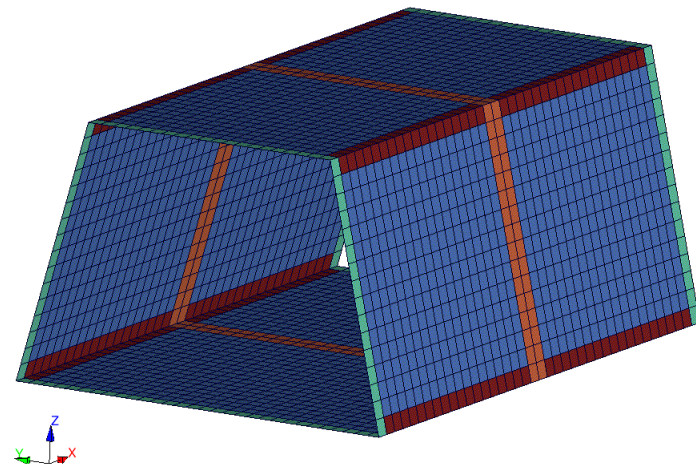
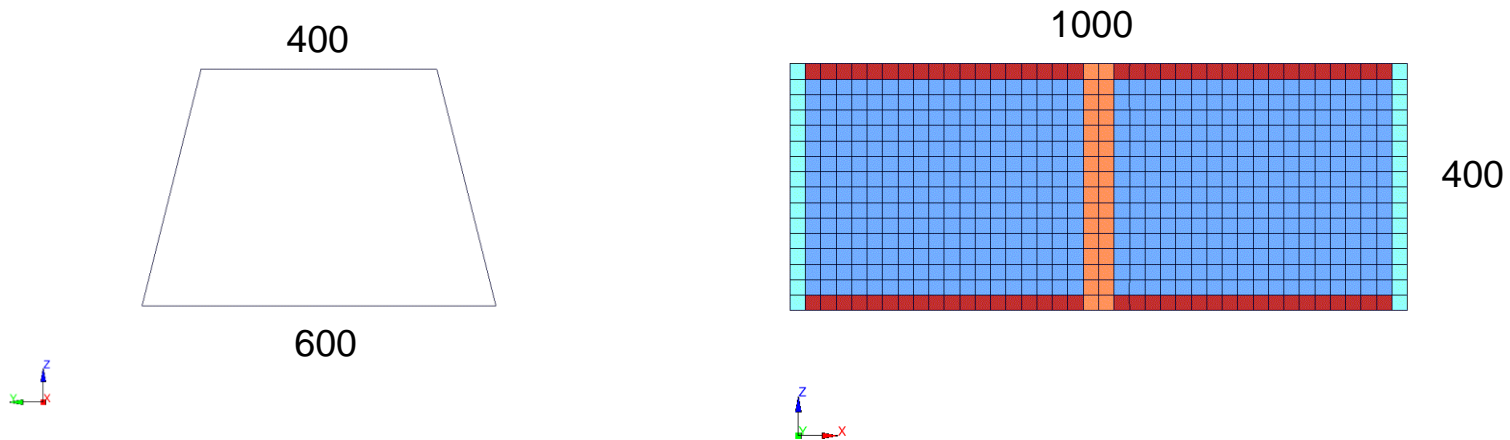


Sequência de iterações.



Caso Exemplo # 2 – Otimização paramétrica – Rigidez estática e análise modal Software MSC Nastran – SOL 200

Exemplo: Aumentar a rigidez estática torsional e as frequências naturais de vibrar da estrutura.

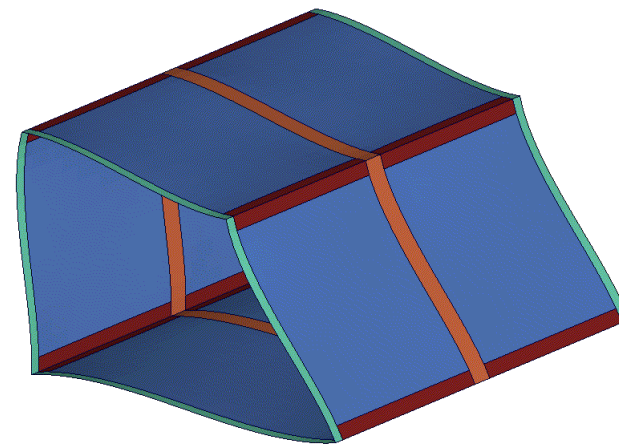
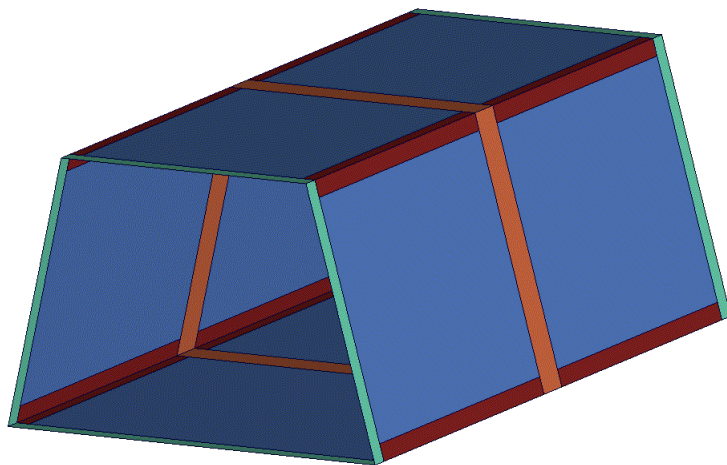


- PID 1 → $e = 2,0$ mm painel
- PID 2 → $e = 3,0$ mm quadro central
- PID 3 → $e = 3,0$ mm quadros de extremidades
- PID 4 → $e = 1,0$ mm longarinas

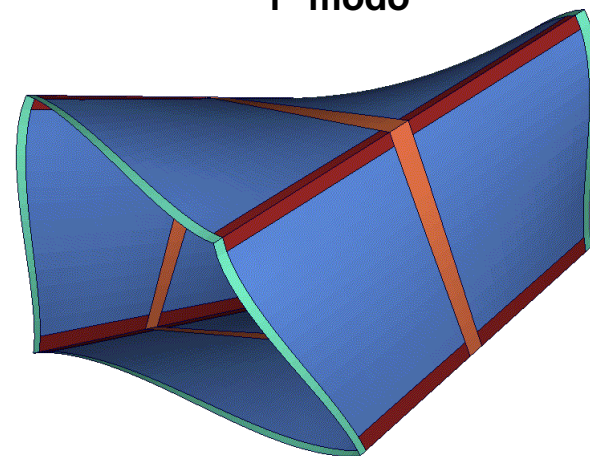


Caso Exemplo # 2 – Otimização paramétrica – Rigidez estática e análise modal Software MSC Nastran – SOL 200

Torção estática
Análise Modal



1º modo



2º modo



Caso Exemplo # 2 – Otimização paramétrica – Rigidez estática e análise modal Software MSC Nastran – SOL 200

```
$  
ID OTIMIZACAO  
$  
SOL 200  
$  
GEOMCHECK NONE  
$  
CEND  
$  
AUTOSPC=NO  
$  
TITLE=OTIMIZA BIW  
SUBTITLE=TORCAO E MODAL  
ECHO=NONE  
$  
DESOBJ(MIN) = 20  
$  
SUBCASE 1  
LABEL = TORSION  
ANALYSIS=STATICS  
LOAD = 1  
SPC = 1  
DISP(PLOT)= ALL  
STRESS(PLOT)= ALL  
DESSUB = 1000  
$  
SUBCASE 2  
LABEL = MODAL_ANALYSIS  
ANALYSIS=MODES  
METHOD = 77  
DISP(PLOT)= ALL  
ESE(PLOT) = ALL  
DESSUB = 2000  
$
```

SOL 200 → ativa otimização numérica

DESOBJ(MIN) = 20 → Objetivo:
No caso, quando colocado acima dos
“subcases”, trata-se de um objetivo global.
Mais especificamente, **minimizar** a resposta
“20” → procurar DRESP1,20

SOL 200 admite multidisciplinaridade, isto é, os subcasos podem ser de tipos de análises diferentes, neste caso, uma análise estática e uma análise modal.

DESSUB → seleciona restrições a serem aplicadas para cada subcaso.
Para o subcaso 1 → DESSUB = 1000
Para o subcaso 2 → DESSUB = 2000



Caso Exemplo # 2 – Otimização paramétrica – Rigidez estática e análise modal Software MSC Nastran – SOL 200

```
$
BEGIN BULK
$
.....
.....
$
$           OTIMIZACAO
$
$DESVAR,ID,LABEL,XINIT,XLB,XUB,DELXV,DDVAL
$
DESVAR,1,P1,2.00,0.50,5.00,0.25
DVPREL1,11,PSHELL,1,4, , , , ,11,1,1.0
$
DESVAR,2,P2,3.00,0.50,5.00,0.25
DVPREL1,12,PSHELL,2,4, , , , ,12,2,1.0
$
DESVAR,3,P3,3.00,0.50,5.00,0.25
DVPREL1,13,PSHELL,3,4, , , , ,13,3,1.0
$
DESVAR,4,P4,1.00,0.50,5.00,0.25
DVPREL1,14,PSHELL,4,4, , , , ,14,4,1.0
$
```

DESVAR → Variáveis de Projeto (valor inicial, valor mínimo e valor máximo)

DESVAR,ID,LABEL,XINIT,XLB,XUB,DELXV,DDVAL

DVPREL → cria associação entre uma propriedade do modelo e uma variável de projeto



Caso Exemplo # 2 – Otimização paramétrica – Rigidez estática e análise modal Software MSC Nastran – SOL 200

```
$  
$DRESP1,ID,LABEL,RTYPE,PTYPE,REGION,ATTA,ATTB,ATT1,ATT2  
$  
DRESP1,20,W,WEIGHT  
$  
DRESP1,100,TORSION,DISP,,,3,,2952  
DRESP1, 200,MODAL,FREQ,,,,,7  
$  
$ Subcase 1 - deslocamento_Z (2952) < 0.5 mm  
DCONSTR,1000,100,,,0.50  
$  
$ Subcase 2 - modo#1 > 15.0 Hz  
DCONSTR,2000,200,,15.0  
$  
$ Controle da Otimizacao  
$  
DOPTPRM,I,PRINT,1,DESMAX,100,DELP,0.2,P1,1,P2,15  
$  
ENDDATA  
$
```

DRESP1 → identifica uma resposta para um objetivo ou uma restrição

DRESP1,20,W,WEIGHT → associado com DESOBJ(MIN) = 20
W é apenas um nome arbitrário
WEIGHT é um dos diversos tipos de resposta que podem ser considerados

DRESP1,100,TORSION,DISP,,,3,,2952 → é uma restrição de deslocamento na direção 3 no nó 2952.

DRESP1,200,MODAL,FREQ,,,,,7 → é uma restrição sobre a frequência do 7º modo

Para o subcaso 1: (DESSUB = 1000):
DCONSTR ,1000,100,,, 0.50 (upperbound)

Para o subcaso 2: (DESSUB = 2000):
DCONSTR ,2000,200,, 15.0 (lowerbound)

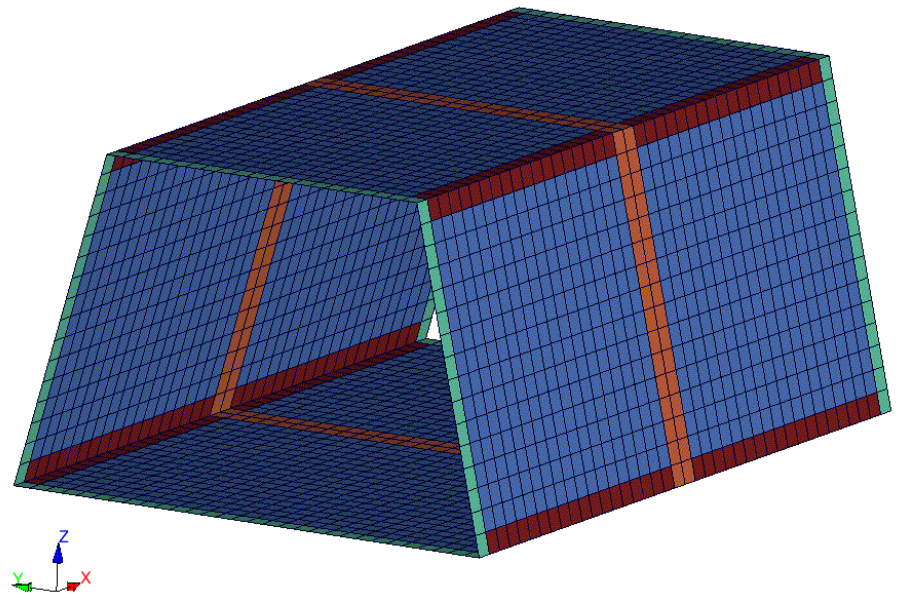
DOPTPRM,I,PRINT,1,DESMAX,100,DELP,0.2,P1,1,P2,15
Número máximo de ciclos de otimização = 100



Caso Exemplo # 2 – Otimização paramétrica – Rigidez estática e análise modal Software MSC Nastran – SOL 200

		ITERAÇÃO									
		Partida	1	2	3	4	5	6	7	8	9
espessuras	P1	2,00	2,50	3,13	3,23	3,11	2,96	2,77	2,54	2,46	2,46
	P2	3,00	3,75	4,69	3,52	2,64	2,67	2,69	2,98	2,65	2,63
	P3	3,00	3,75	4,69	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
	P4	1,00	1,25	1,56	1,95	2,44	3,05	3,81	4,77	5,00	5,00
massa			28,78	44,98	46,10	44,70	43,70	42,50			40,50
disp	<0,5 mm	0,82	0,66	0,53	0,50	0,50	0,50	0,50			0,50
freq	> 15 Hz	12,7	14,3	17,9	19,1	21,3	23,0				21,0

- PID 1 → painel
- PID 2 → quadro central
- PID 3 → quadros de extremidades
- PID 4 → longarinas

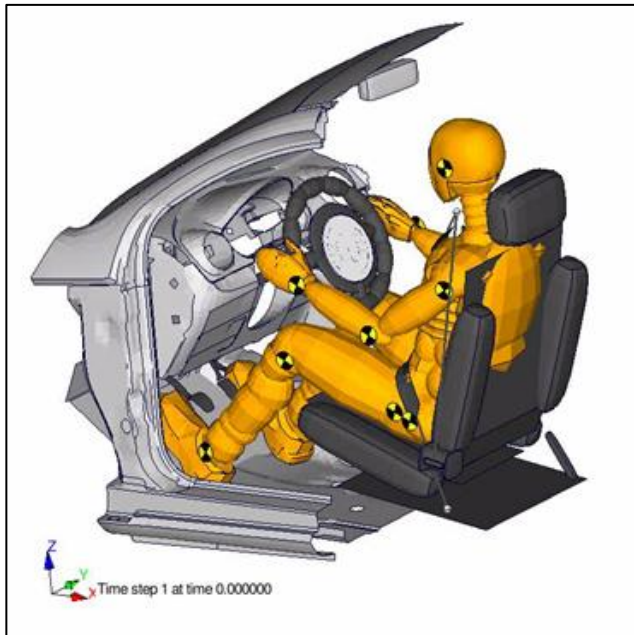




Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

Objetivo:

Selecionar os parâmetros do sistema de retenção de modo a obter melhores resultados biomecânicos em um evento de “crash-test”.



Variáveis de Projeto:

- Valor limite do limitador de carga
- Característica do limitador de carga
- Alongamento do cadorço
- Pré-tensionador
- Tempo de disparo do pré-tensionador

Domínio

- {3.5 - 8.5} [kN]
- {constante ; degressivo}
- {8% ; 13%}
- {com ; sem}
- {10 – 16} ms

Saídas: Índices biomecânicos

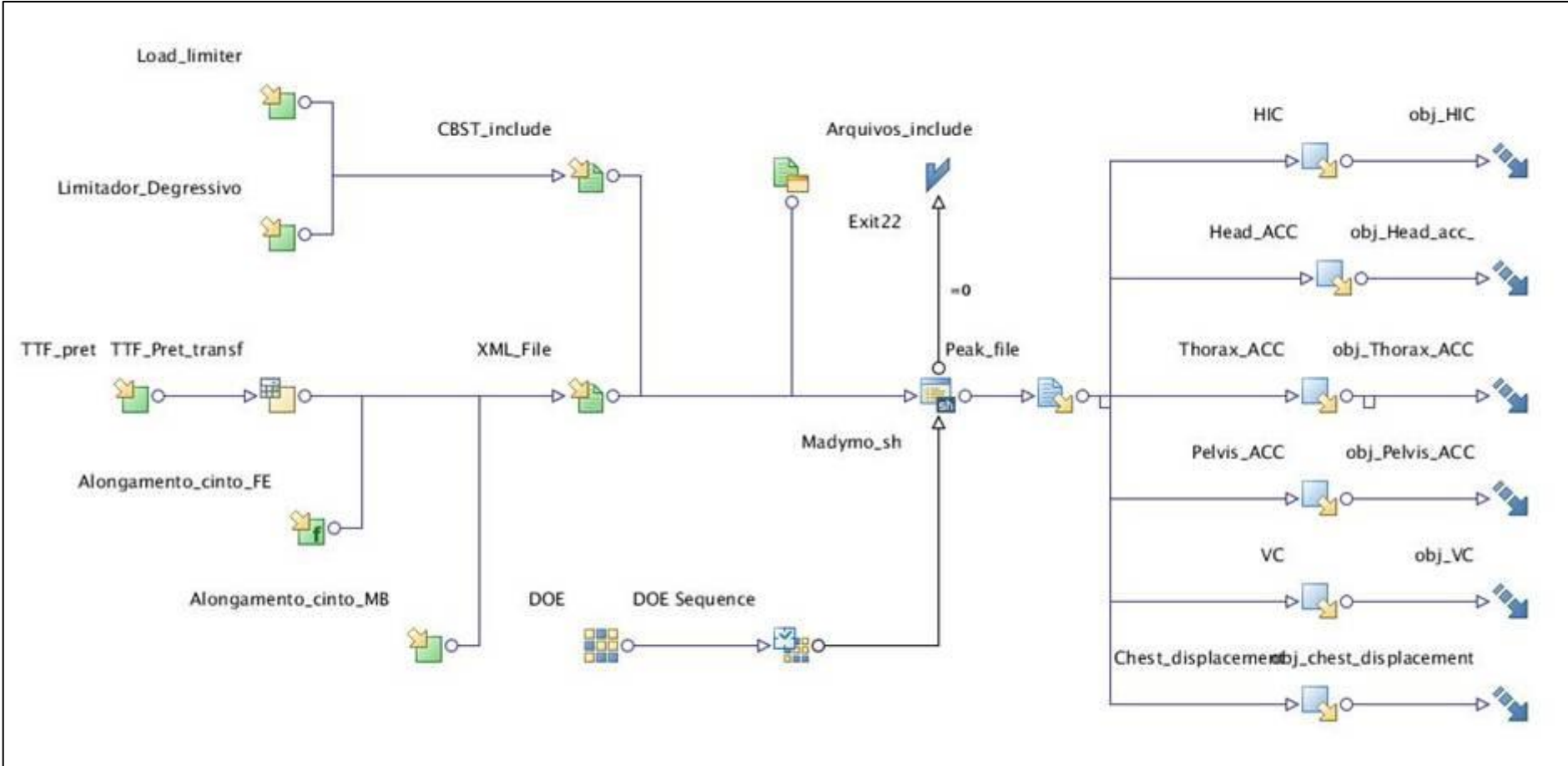
- HIC (Head Injury Criterion)
- Aceleração da cabeça (Head Acceleration)
- Aceleração do tórax (Thorax Acceleration)
- Deslocamento do externo (Chest Displacement)
- VC (Viscous Criterion)
- Aceleração da pélvis (Pelvis Acceleration)



Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

Software de Otimização: ModeFRONTIER – Fluxograma do processo

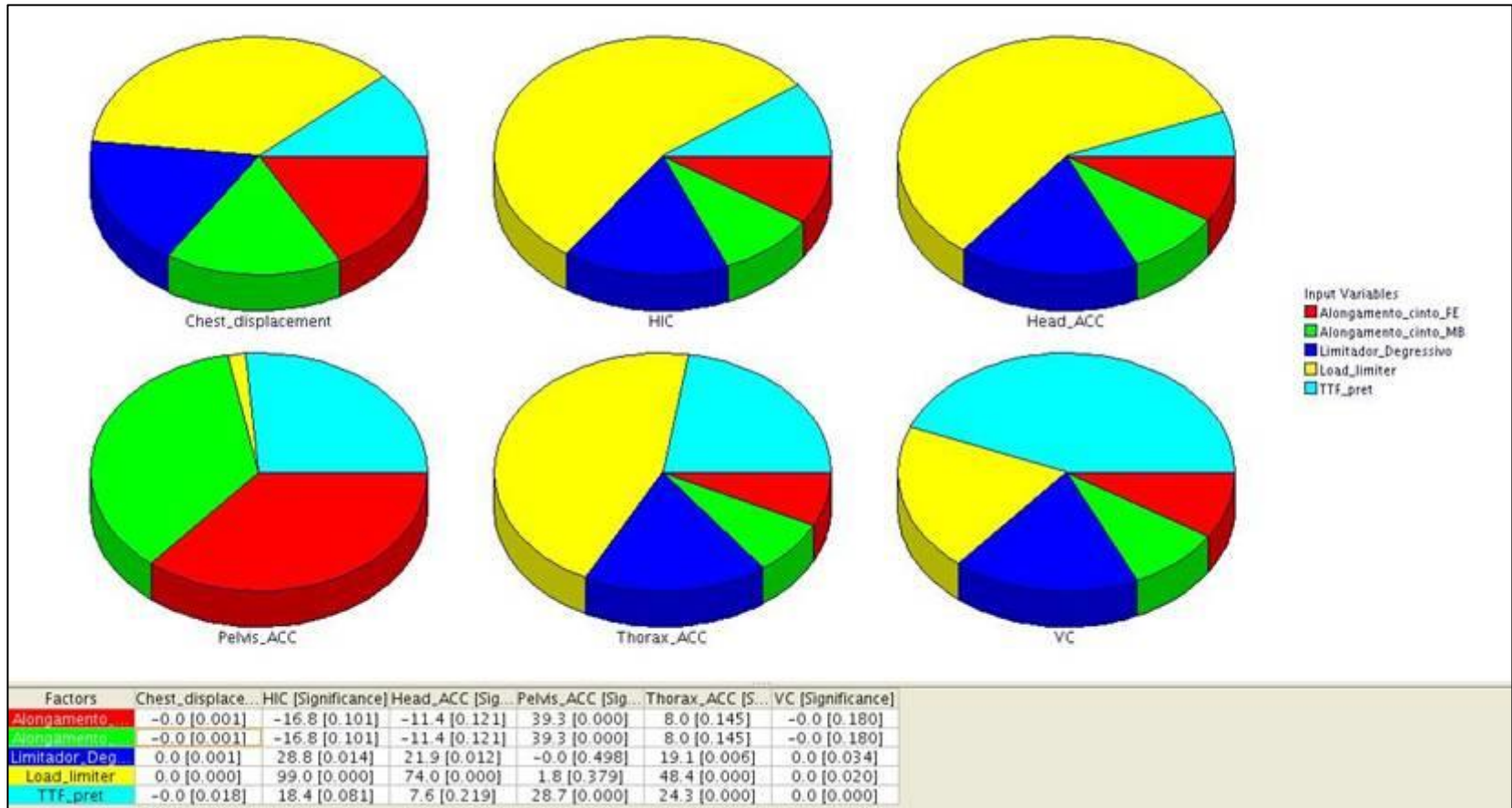
Software de Simulação de Ocupantes: Madymo





Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

Exemplo da Saída e Análise de Resultados do Fluxograma de Otimização



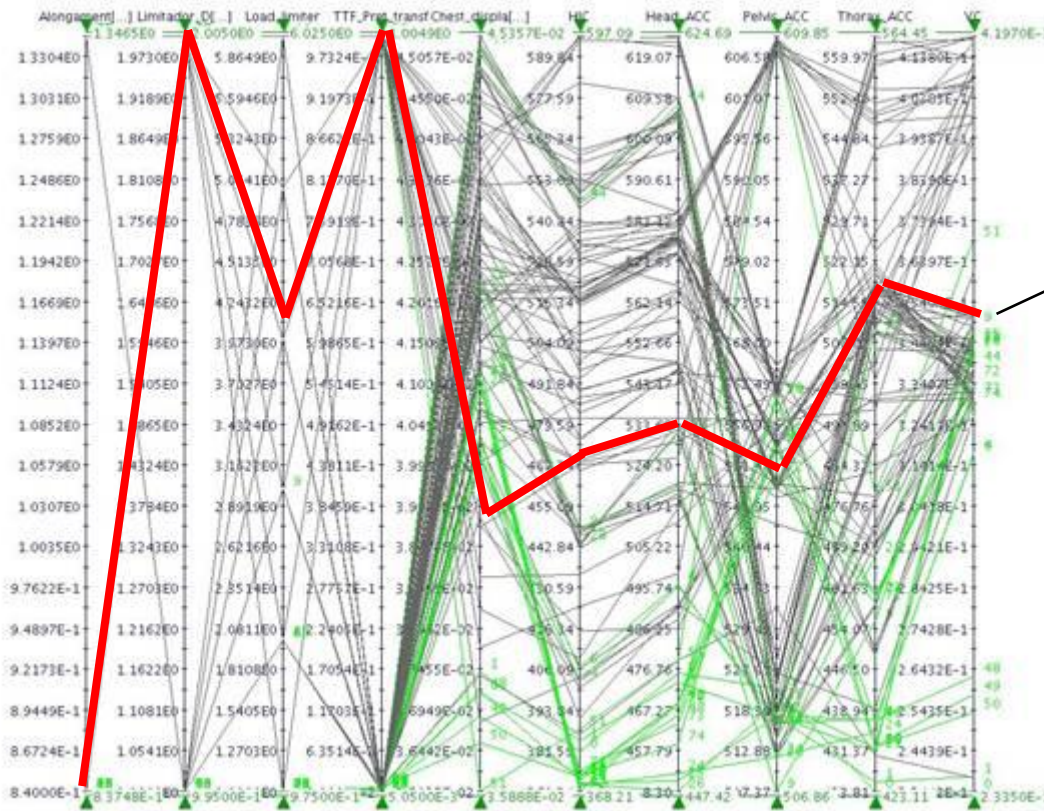


Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

Exemplo da Saída e Análise de Resultados do Fluxograma de Otimização

Variáveis de entrada

Variáveis de saída



DOE
Full Factorial
(96 simulações)

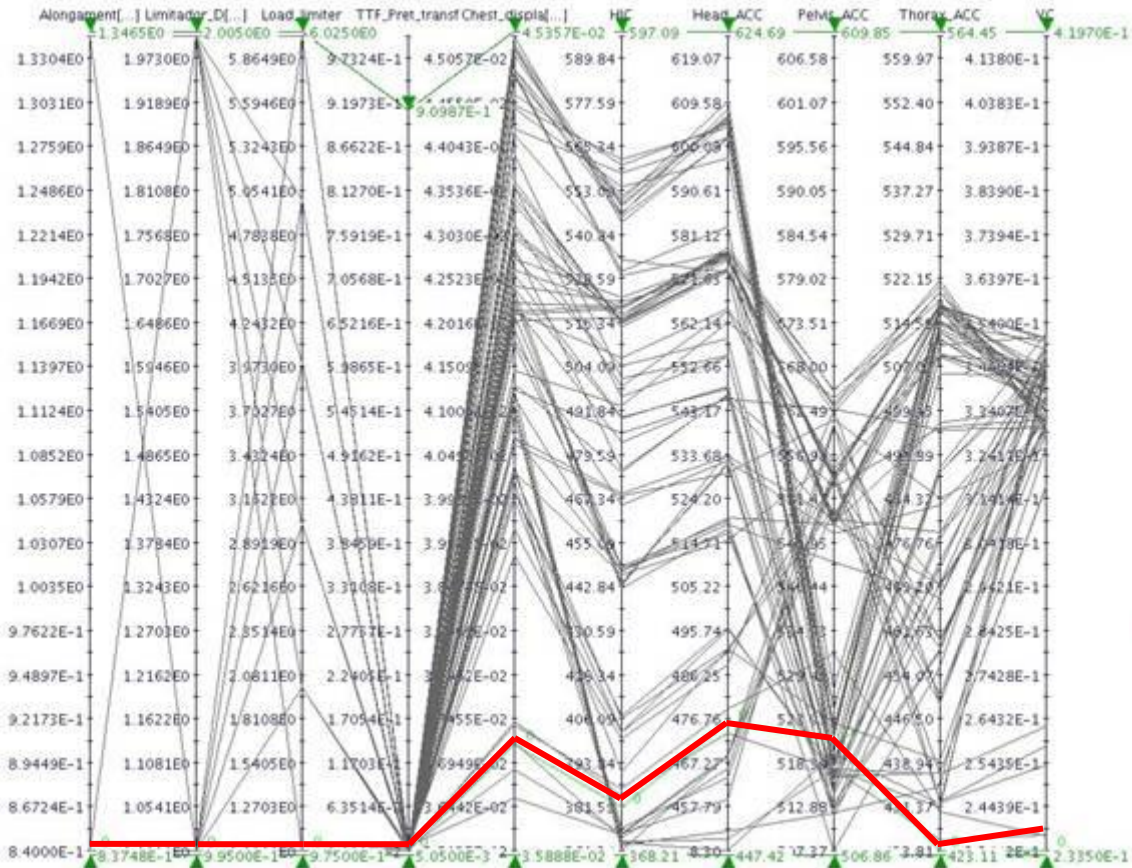
Cada linha
identifica uma
simulação.

Fronteira de Pareto
(linhas verdes)

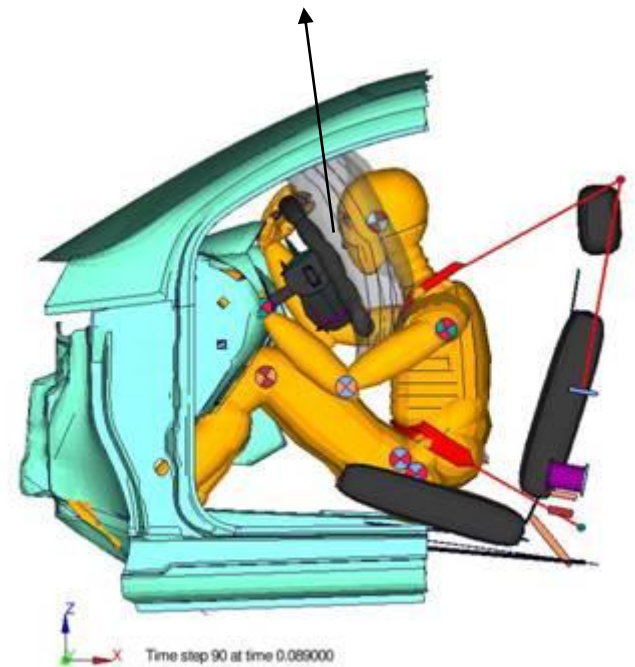


Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

Viabilidade da Solução escolhida:



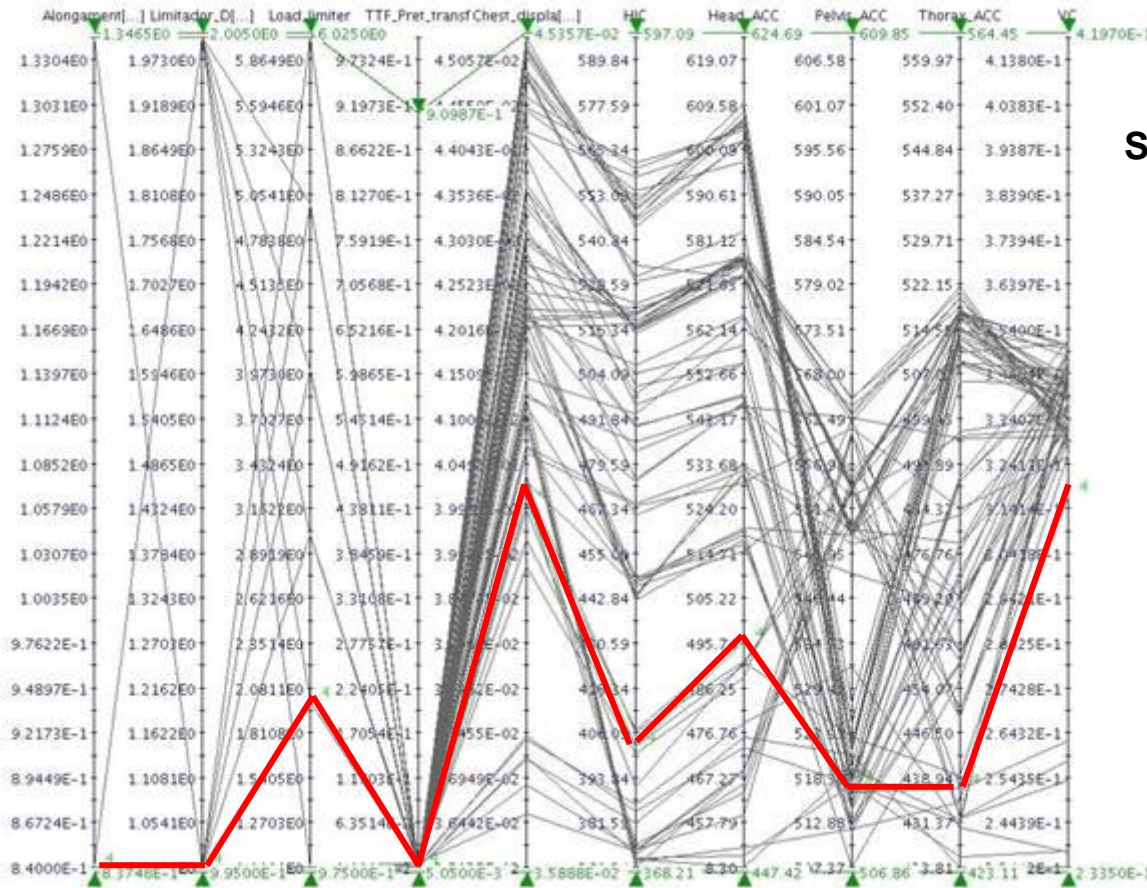
Primeira solução teórica não aprovada devido risco de contato da cabeça com volante de direção.



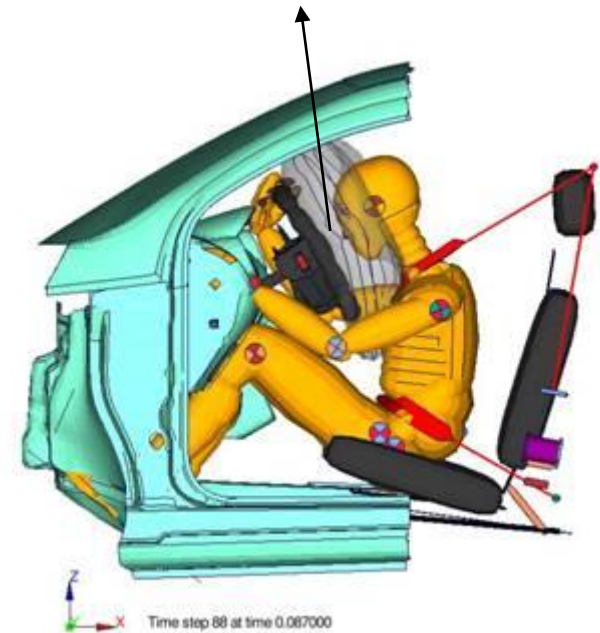


Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

Viabilidade da Solução escolhida:



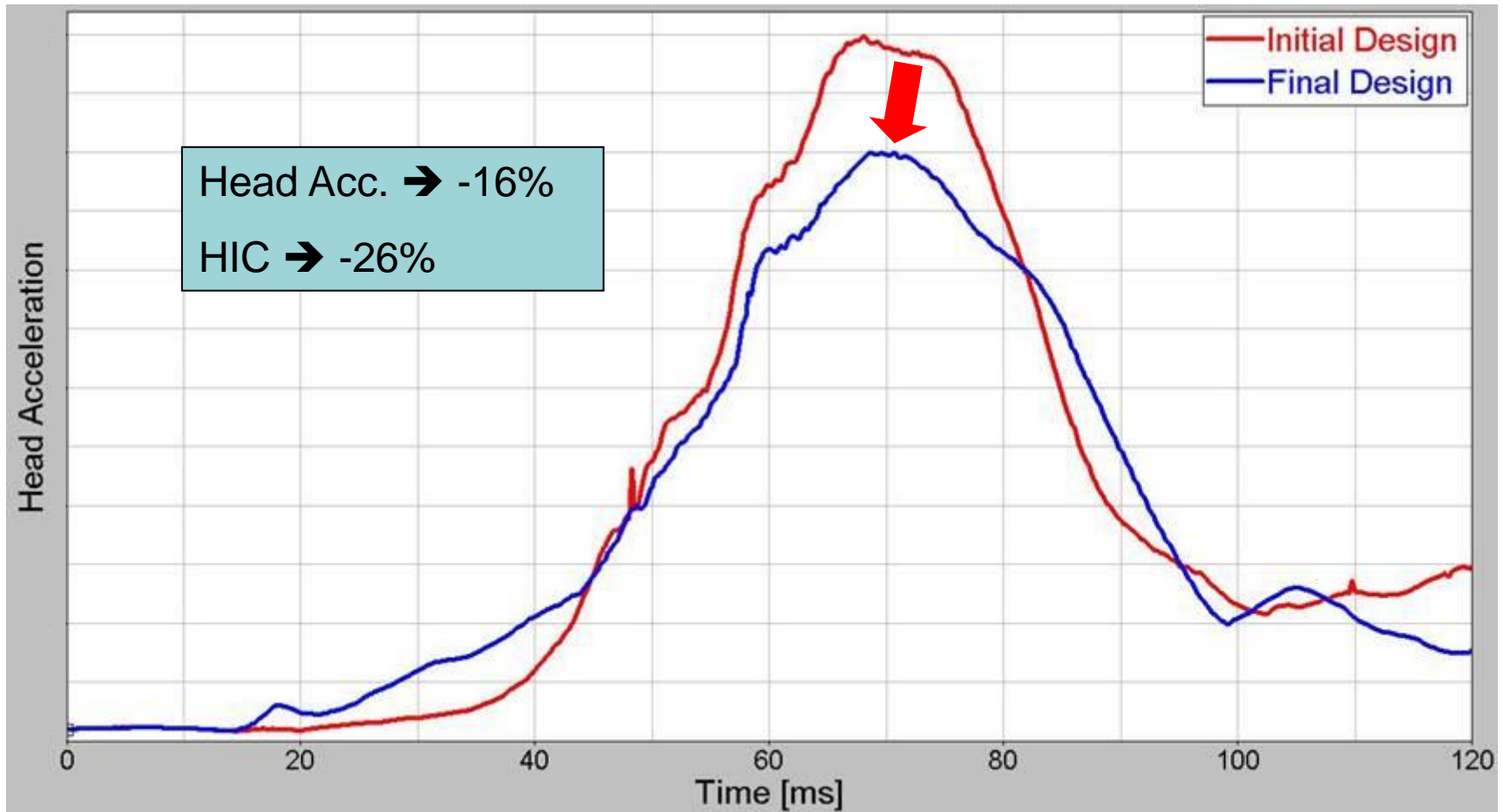
Segunda solução foi considerada OK.





Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

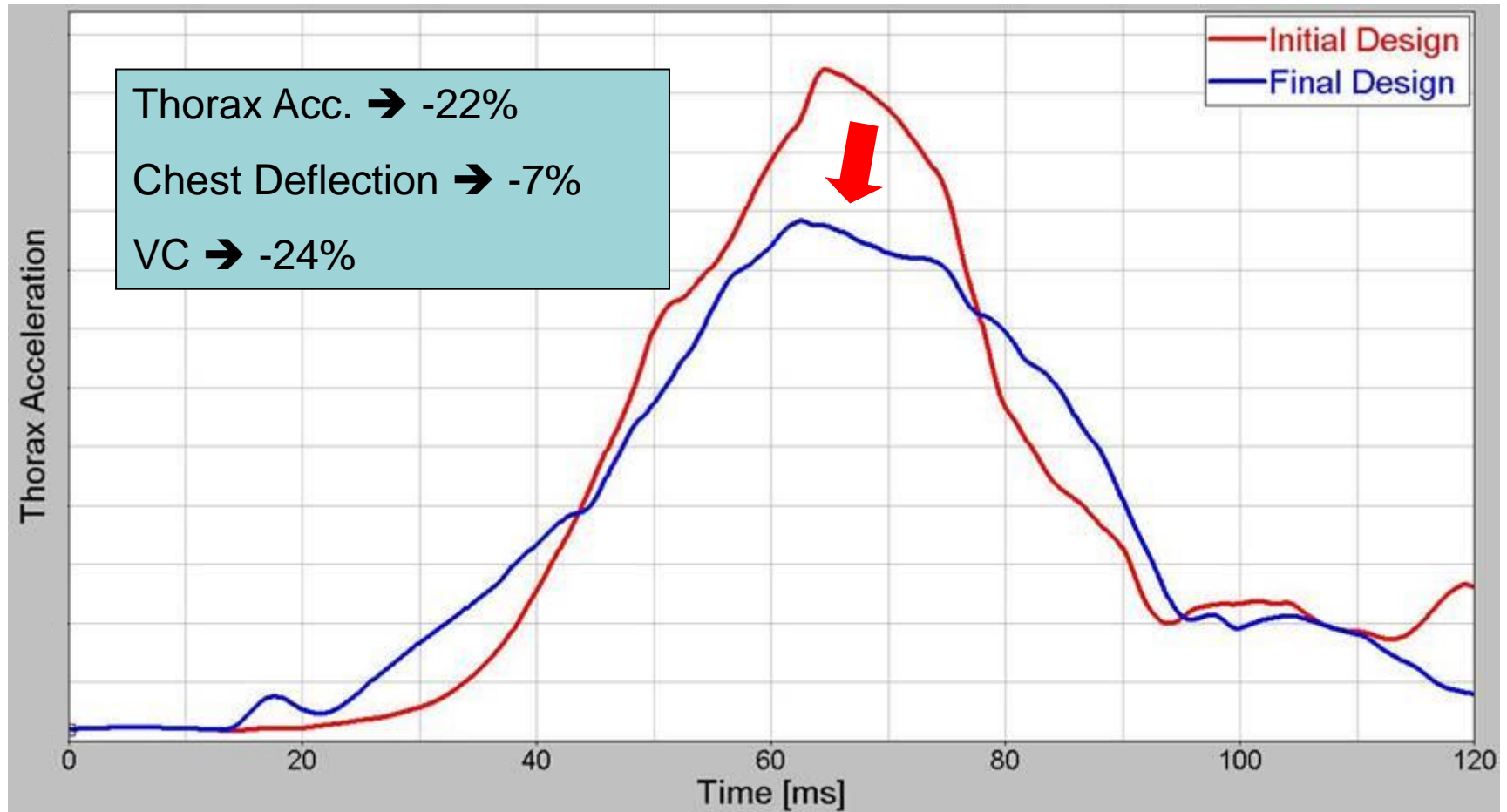
Melhora de resultado: Aceleração da cabeça





Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

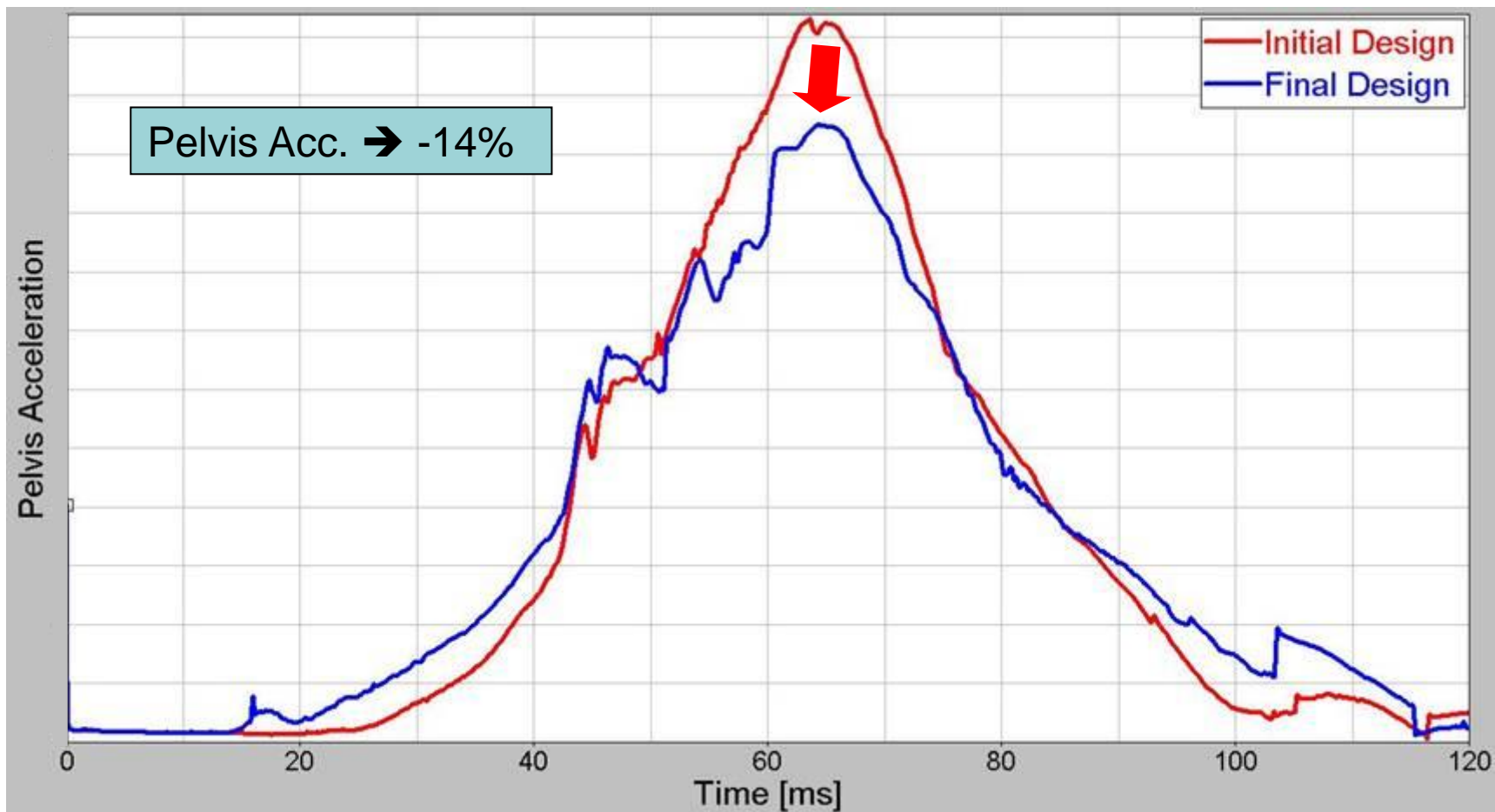
Melhora de resultado: Aceleração do tórax





Caso Exemplo # 3 – Otimização paramétrica do sistema de retenção

Melhora de resultado: Aceleração da pélvis

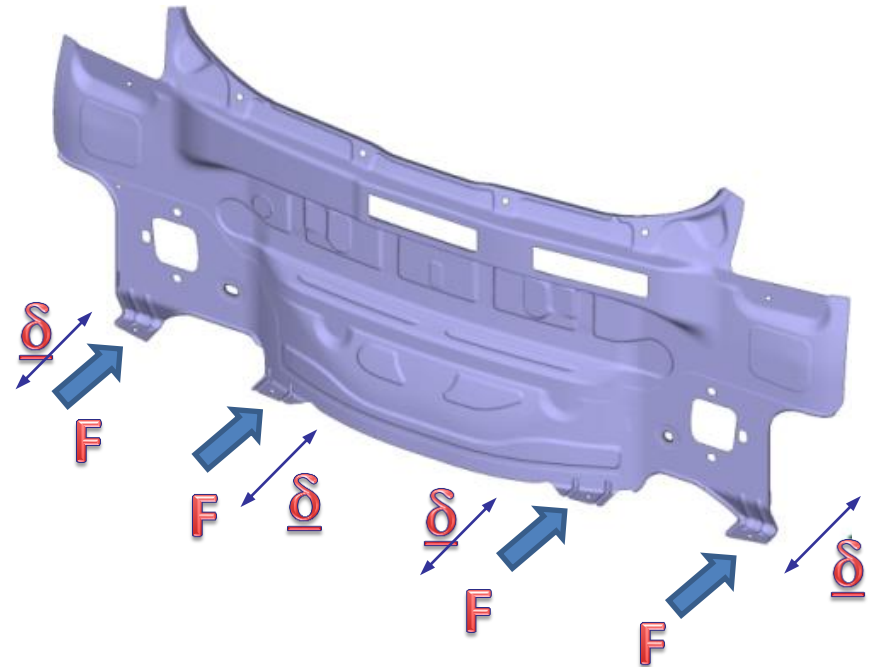
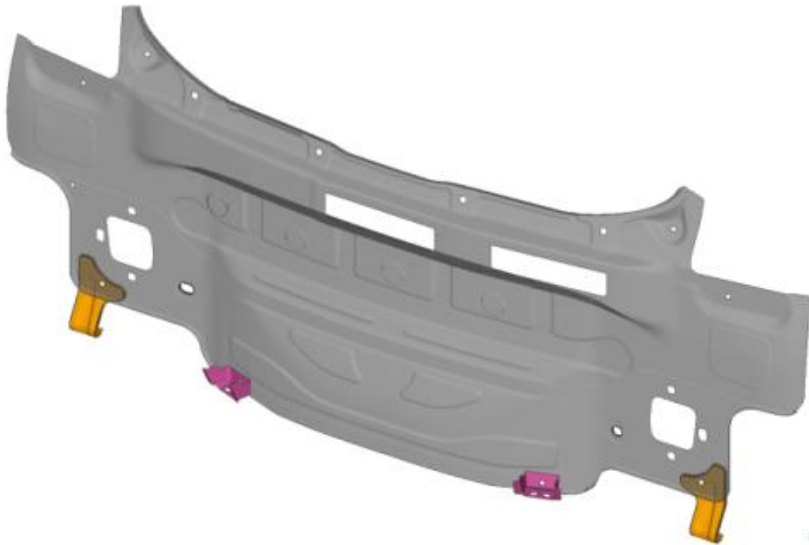




Caso Exemplo # 4 – Otimização de forma – Painel traseiro

Objetivos: Integrar os suportes de fixação da cobertura do para-choques traseiro na chapa do painel traseiro.

Desenvolver formas para atingir um critério de rigidez.



Restrições:

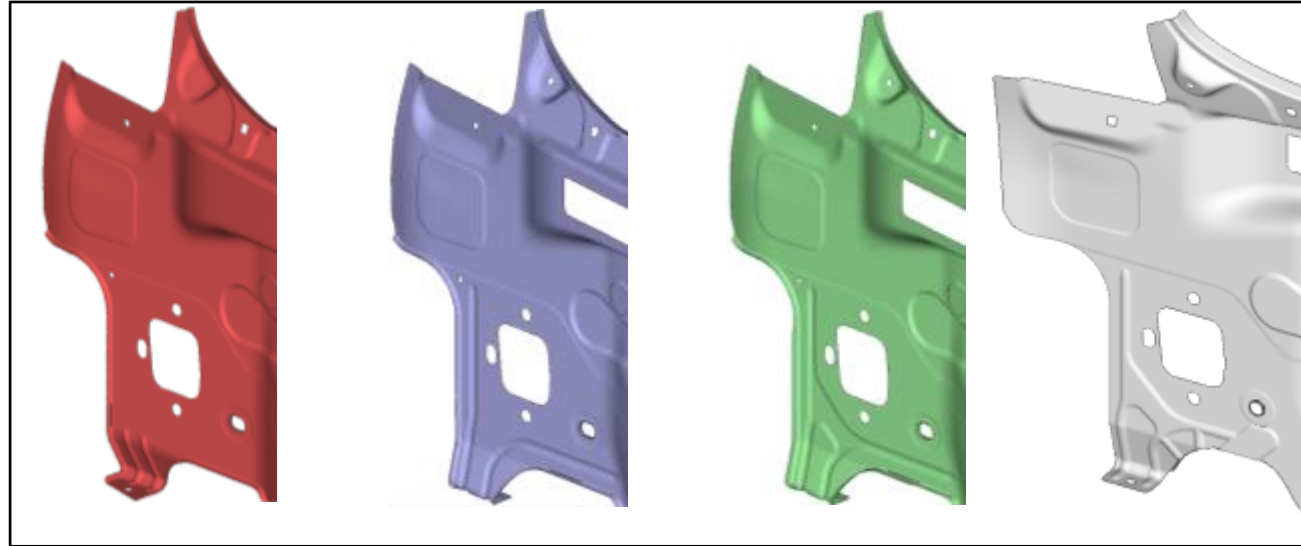
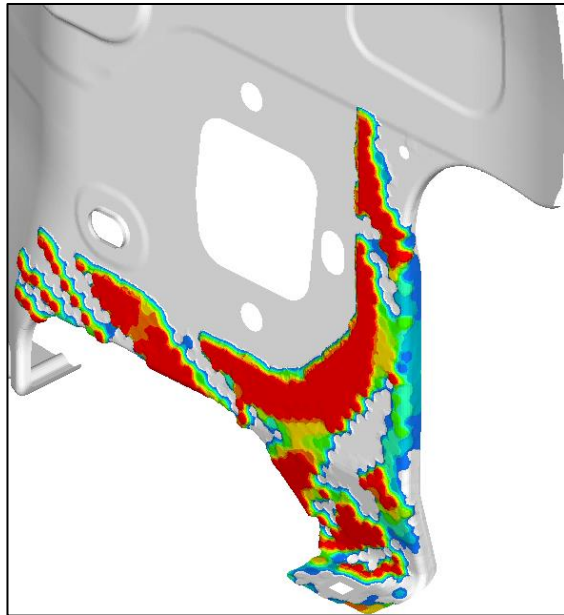
$$h \leq 3\text{mm}$$

$$\alpha \geq 60^\circ$$

direção estampagem
região de trabalho



Caso Exemplo # 4 – Otimização de forma – Painel traseiro



$\delta = +20\%$

$\delta = -17\%$

$\delta = -44\%$

$\delta = -50\%$

Software: Altair Hyperworks

Resultados Atingidos:

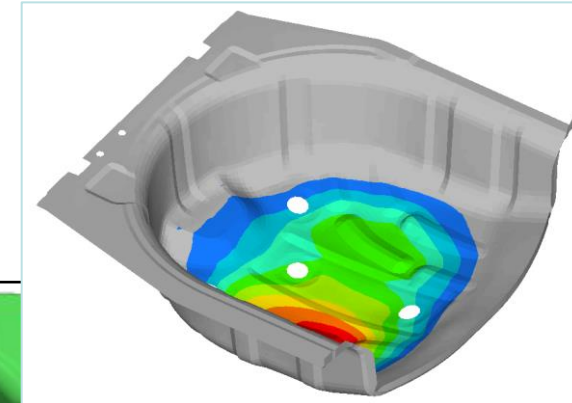
- Integrar a função em uma única peça → OK
- Rigidez → OK



Caso Exemplo # 5 – Alojamento do estepe

Objetivo: Maximizar a frequência natural do modo de vibração local

Software: Altair Hyperworks

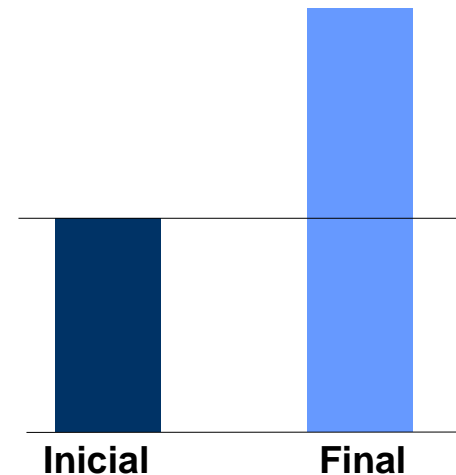


Geometria inicial

Parametrização de formas de nervuras

Otimização de forma

Resultado Atingido:
Aumento da rigidez dinâmica em 80% → OK





Caso Exemplo # 6 – Otimização topológica – suporte de coxim de câmbio

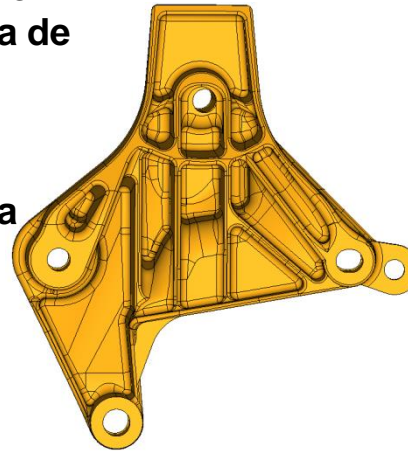
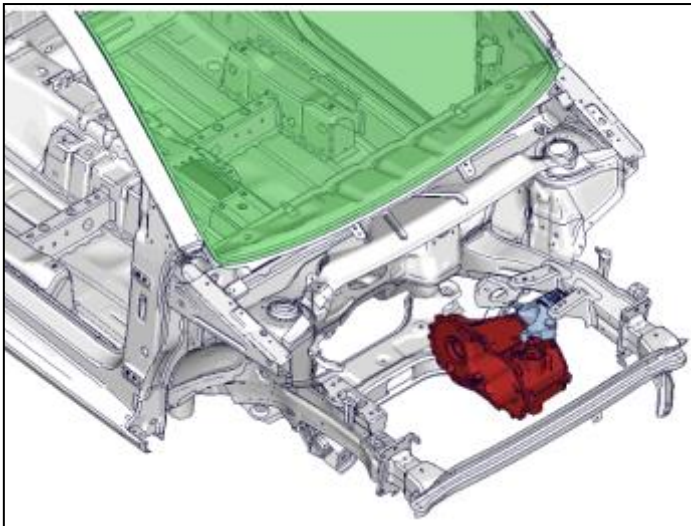
Objetivo: Viabilizar suporte de coxim de câmbio em determinada especificação de material (liga de alumínio injetada).

Restrições:

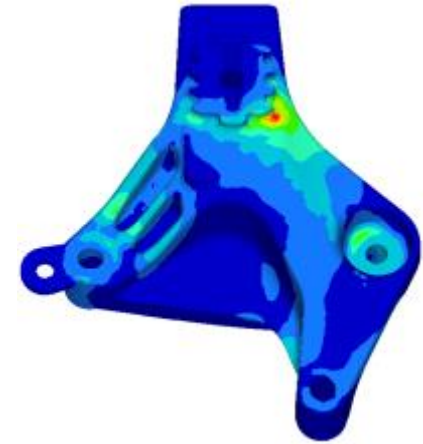
Largura máxima das nervuras por exigência da qualidade do processo de injeção.

Rigidez.

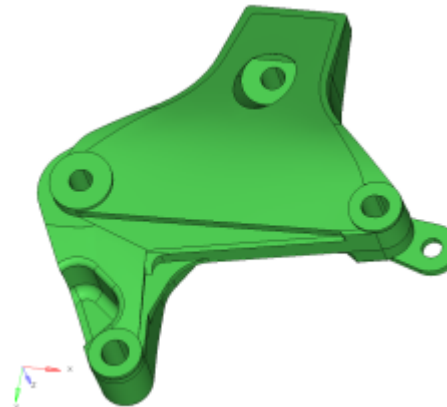
Tensão admissível



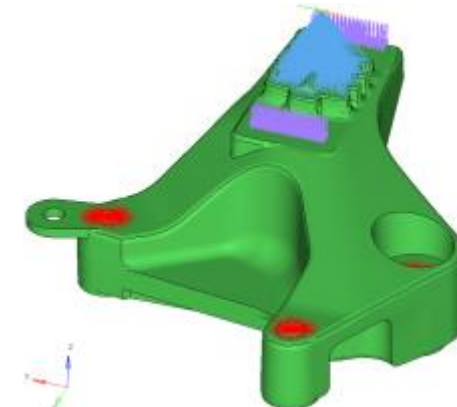
Geometria inicial



Análise de tensões



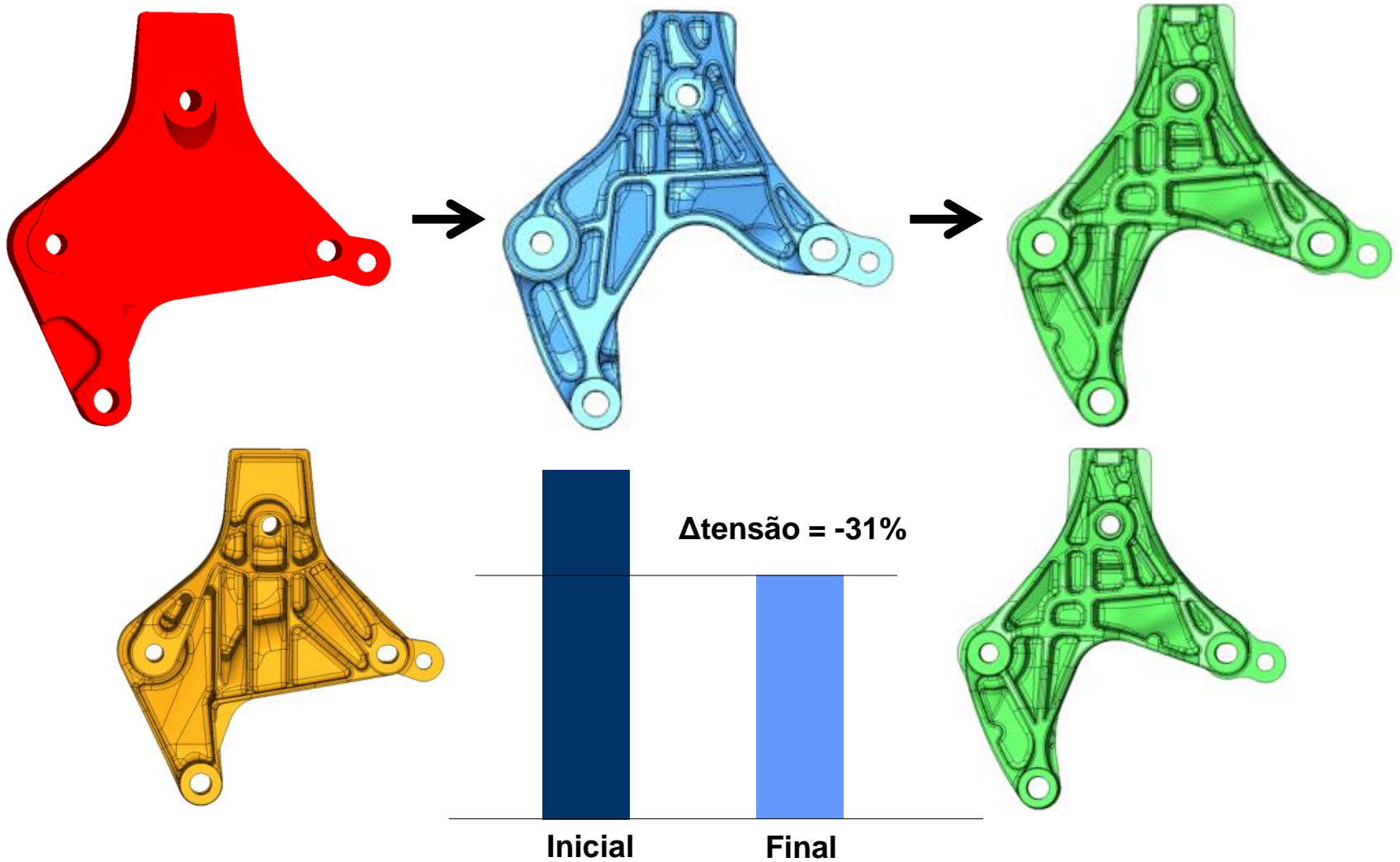
Espaço de trabalho



Condições de contorno



Caso Exemplo # 6 – Otimização topológica – suporte de coxim de câmbio

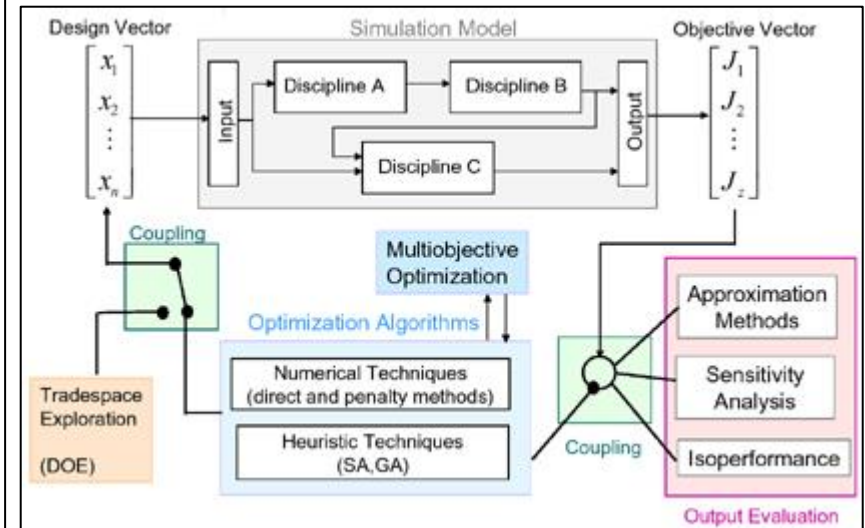
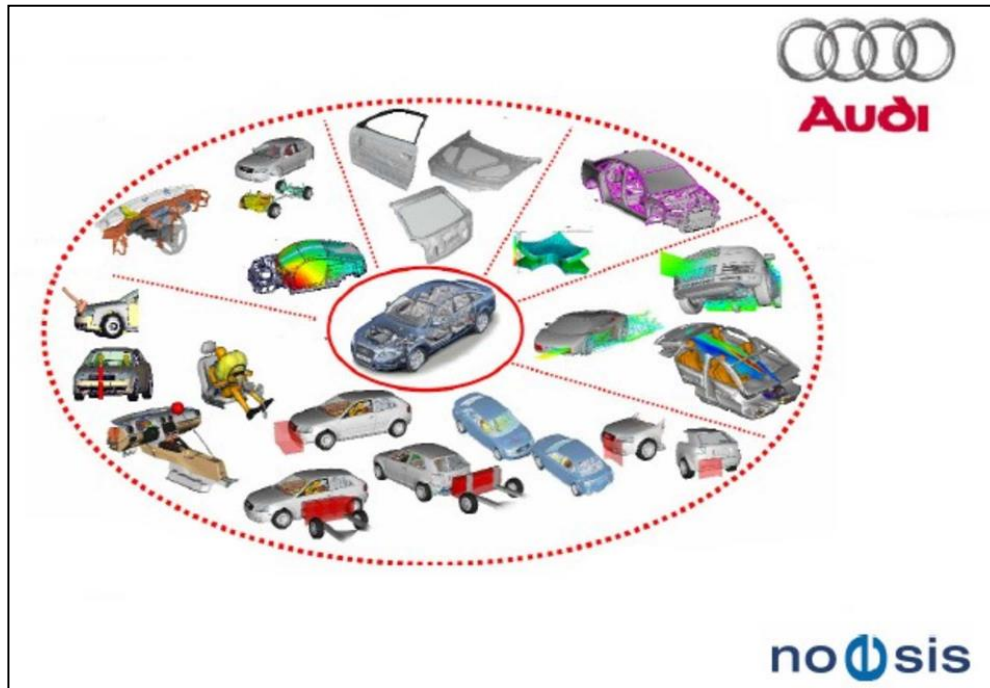




Otimização Multidisciplinar

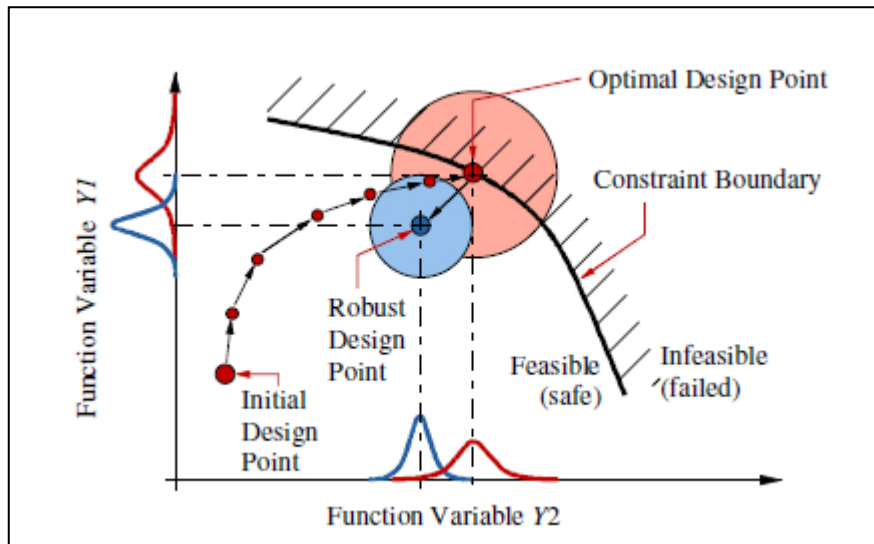
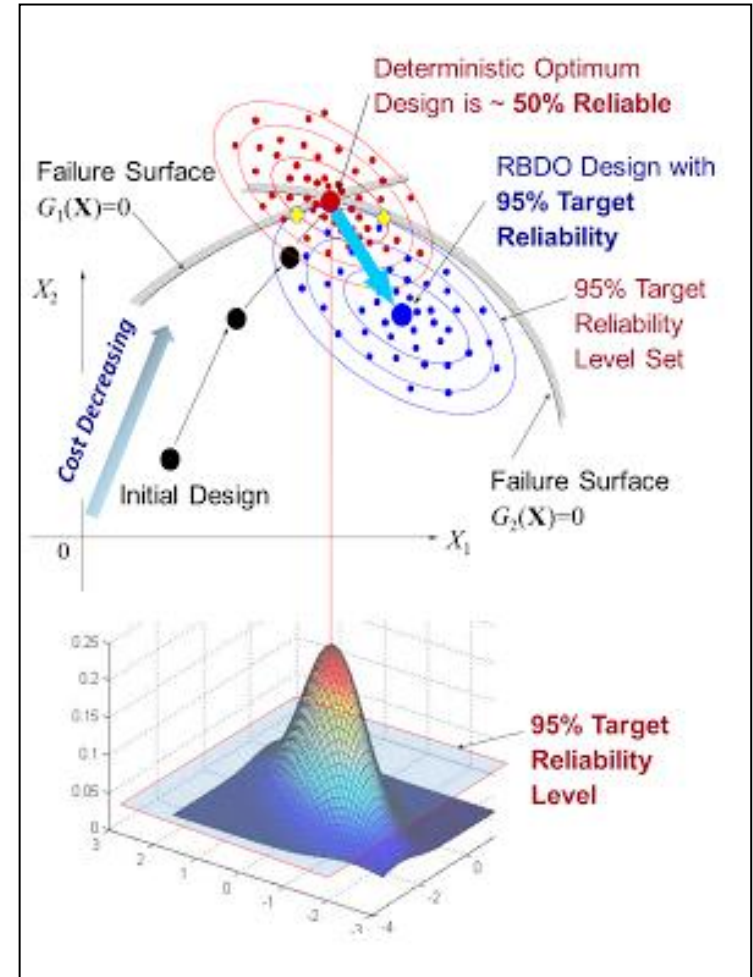
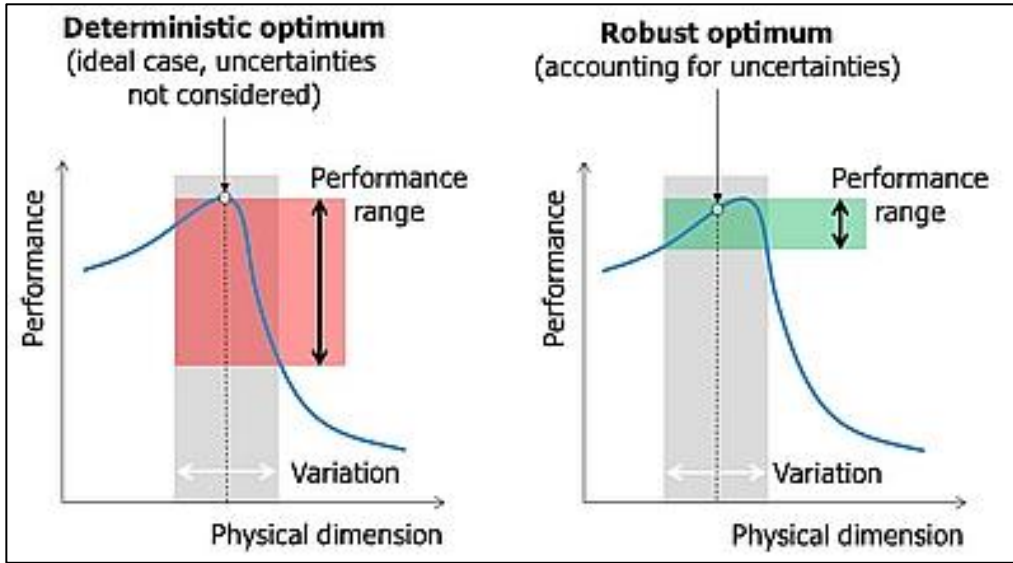
O processo de otimização pode combinar análise de resultados de várias disciplinas, tais como análises estáticas, análise modal, flambagem, resposta em frequência, etc...

→ Otimização multidisciplinar





Robustez e Confiabilidade





Multi-objective optimization of a motorcycle composite swing-arm

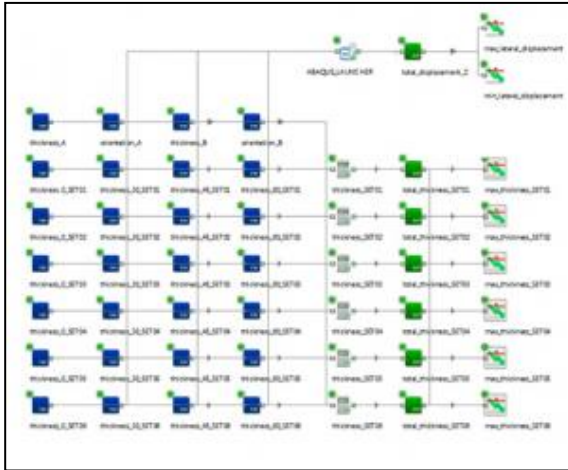
<http://oraresearch.com/2015/05/multi-objective-optimization-of-a-motorcycle-composite-swing-arm/>



This project was a feasibility study to replace the single-sided swing-arm in [MV Agusta](#)'s high-performance F4 1000R and Brutale 990R/1090RR motorcycles, originally made of aluminum alloy, with a new design consisting of resin transfer molding (RTM) carbon composite. Engineering the swing-arm required defining constraints on structural strength (maximum stress/strain levels) and structural stiffness (vertical, lateral and, most important, torsional).

Additional manufacturing constraints were defined to control change in thickness between different areas of the laminate while changing local lamination attributes such as number of plies and orientations.

Multi-objective optimization was the method applied. Solutions that would guarantee minimum weight for a given torsional stiffness while meeting all other requirements were searched for by minimizing weight while maximizing torsional stiffness. Due to the relatively large number of discrete variables such as number of plies in the composite laminates, Genetic Algorithms were judged to be the preferred choice for this application. Accordingly, the NSGA-II algorithm was selected from Nexus' library of solution algorithms.



The optimization process involved 60 design variables used to describe composite laminate evolution in the swing-arm, together with 18 constraint functions including ramp-rate manufacturing constraint on the overall structure.

advanced DOE and statistical tools to explore and analyze results; and state-of-the-art libraries for single- and multi-objective optimizations, DOEs and response surface modeling.

Results—The resulting Pareto frontier showed that torsional stiffness increased together with weight, as expected. However, the Pareto frontier quantified this relationship to reveal that a composite swing-arm would give a reduction in twisting angle of up to 19%. Alternatively, if the original torsional was preserved, a weight reduction of about 18% could be achieved.

Stress analysis of the optimized configurations showed that stress levels were below the imposed constraint values—100MPa in absolute value. Accordingly, strength and damage tolerance requirements were satisfied for the selected configuration.

