TEMPERATURA

Exercício 1

A que temperatura os seguintes pares de escalas dão a mesma leitura: **(a)** Fahrenheit e Celsius (veja Tabela 19-2), **(b)** Fahrenheit e Kelvin e **(c)** Celsius e Kelvin?

▶ **(a)** As temperaturas Fahrenheit e Celsius estão relacionadas pela fórmula $T_F = 9T_C/5 + 32$. Dizer que a leitura de ambas escalas é a mesma significa dizer que $T_F = T_C$. Substituindo esta condição na expressão acima temos $T_C = 9T_C/5 + 32$ de onde tiramos

$$T_C = -\tfrac{5}{4}\,(32) = -40^\circ \text{ C}.$$

(b) Analogamente, a condição para as escalas Fahrenheit e Kelvin é $T_F = T$, fornecendo

$$T = \tfrac{9}{5}(T - 273.15) + 32,$$

ou seja,

$$T = \tfrac{5}{4}\Big[\frac{(9)(273.15)}{5} - 32\Big] = 575 \text{ K}.$$

(c) Como as escala Celsius e Kelvin estão relacionadas por $T_C = T - 273.15$, vemos que não existe nenhuma temperatura para a qual essas duas escalas possam fornecer a mesma leitura.

Exercício 2

Observamos, no dia-a-dia, que objetos, quentes ou frios, esfriam ou aquecem até adquirir a temperatura ambiente. Se a diferença de temperatura ΔT entre o objeto e o ambiente não for muito grande, a taxa de esfriamento ou aquecimento será proporcional à diferença de temperatura, isto é,

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -A(\Delta T),$$

onde A é uma constante. O sinal menos aparece porque ΔT diminui com o tempo, se for positivo, e aumenta, se negativo. Esta é a *lei de Newton do resfriamento*. **(a)** De que fatores depende A? Qual a sua dimensão? **(b)** Se no instante $t = 0$ a diferença de temperatura for ΔT_0, mostre que

$$\Delta T = \Delta T_0 \, e^{-At}$$

num instante posterior t.

► **(a)** Mudanças na temperaturam ocorrem através de radiação, condução e convecção. O valor de A pode ser reduzido isolando os objetos através de uma camada de vácuo, por exemplo. Isto reduz condução e convecção. Absorção de radiação pode ser reduzida polindo-se a superfície até ter a aparência de um espelho. Claramente A depende da condição da superfície do objeto e da capacidade do ambiente de conduzir ou convectar energia do e para o objeto. Como podemos reconhecer da equação diferencial acima, A tem dimensão de $(\text{tempo})^{-1}$.

(b) Rearranjando a equação diferencial dada obtemos

$$\frac{1}{\Delta T}\,\frac{d\Delta T}{dt} = -A.$$

Integrando-a em relação a t e observando que

$$\int \frac{1}{\Delta T}\,\frac{d\Delta T}{dt}\,dt = \int \frac{1}{\Delta T}d(\Delta T),$$

temos

$$\begin{aligned}\int_{\Delta T_0}^{\Delta T} \frac{1}{\Delta T}d(\Delta T) &= -\int_0^t A\,dt\\ \ln \Delta T\Big|_{\Delta T_0}^{\Delta T} &= -At\Big|_0^t.\end{aligned}$$

Portanto, temos

$$\ln \Delta T - \ln \Delta T_0 = \ln \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = -At,$$

que reescrita de modo equivalente fornece o resultado desejado:

$$\Delta T = \Delta T_0\, e^{-At}.$$

Exercício 3

Uma barra feita com uma liga de alumínio mede 10 cm a 20° C e 10.015 cm no ponto de ebulição da água. **(a)** Qual o seu comprimento no ponto de congelamento da água? **(b)** Qual a sua temperatura, se o seu comprimento é 10.009 cm?

▶ **(a)** Para poder determinar o comprimento da barra no ponto de congelamento precisamos primeiro determinar o valor do coeficiente de expansão linear, α, da liga de alumínio. Tal valor pode ser obtido usando-se o fato que $\Delta L = L\,\alpha \Delta T$. Portanto,

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L\,\Delta T} = \frac{0.015}{(10)(80)} = 1.875 \times 10^{-5}\ {}^oC^{-1}.$$

Agora, ao baixarmos a temperatura até o ponto de congelamento da água a barra sofre uma variação de comprimento dada por

$$\begin{aligned} \Delta L' &= L\,\alpha(t_f - t_i) \\ &= (10)(1.875 \times 10^{-5})(0 - 20) \\ &= -0.0037 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Portanto o comprimento procurado é

$$L' = L + \Delta L' = 10 - 0.0037 = 9.9963 \text{ cm.}$$

(b) Usamos novamente a relação

$$L_f - L_i = \Delta L = L_i\,\alpha \Delta t = L_i\,\alpha(t_f - t_i)$$

para extrair a temperatura final procurada:

$$\begin{aligned} t_f = t_i + \frac{L_f - L_i}{L_i\,\alpha} &= 20 + \frac{10.009 - 10}{(10)(1.875 \times 10^{-5})} \\ &= 20 + 48 = 68^\circ \text{ C.} \end{aligned}$$

Exercício 4

Um cubo de latão tem aresta de 30 cm. Qual o aumento de sua área superficial, se a temperatura subir de 20 para 75 °C?

▶ Aqui consideramos a equação da expansão superficial, com coeficiente de dilatação

$$2 \times \alpha_{\text{latão}} = 38 \times 10^{-6} \, {}^oC^{-1},$$

onde tiramos o $\alpha_{\text{latão}}$ da Tabela 19-3, pag. 176. Portanto, para uma face do cubo temos

$$\begin{aligned} \Delta A &= A(2\alpha)\,\Delta T, \\ &= (900)(38 \times 10^{-6})(55) = 1.881 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Portanto, a expansão da área superficial será

$$\Delta A_s = 6 \, \Delta A = (6)(1.881) = 11.29 \text{ cm}^2.$$

Exercício 5

Uma barra composta, de comprimento $L = L_1 + L_2$, é feita de uma barra de material 1 e comprimento L_1, ligada à outra de material 2 e comprimento L_2 (Fig. 19-18). **(a)** Mostre que o coeficiente de dilatação efetivo para esta barra é

$$\alpha = \frac{(\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2)}{L}.$$

(b) Usando aço e latão, dimensione uma barra composta de 52.4 cm e o coeficiente de dilatação linear efetivo $13 \times 10^{-6}\,{}^oC^{-1}$.

► **(a)** A variação no comprimento da barra composta é dada por

$$\begin{aligned}\Delta L &= \Delta L_1 + \Delta L_2\\ &= L_1\,\alpha_1\,\Delta T + L_2\,\alpha_2\,\Delta T\\ &= (L_1\,\alpha_1 + L_2\,\alpha_2)\,\Delta T\end{aligned}$$

Por outro lado, também temos que

$$\Delta L = L\,\alpha\,\Delta T = (L_1 + L_2)\,\alpha\,\Delta T.$$

Igualando-se as duas expressões para ΔL obtemos que $L_1\,\alpha_1 + L_2\,\alpha_2 = (L_1 + L_2)\,\alpha$, ou seja, que

$$\alpha = \frac{L_1\,\alpha_1 + L_2\,\alpha_2}{L}.$$

(b) Reescrevendo a expressão acima e usando o fato que $L_2 = L - L_1$, obtemos

$$L\alpha = L_1\alpha_1 + (L - L_1)\alpha_2,$$

que nos da, com $\alpha_1 = 11 \times 10^{-6}$ e $\alpha_2 = 19 \times 10^{-6}$,

$$\begin{aligned}L_1 = \frac{\alpha - \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}\,L &= \frac{(13-19)\times 10^6}{(11-19)\times 10^6}(0.524)\\ &= \tfrac{3}{4}(0.524) = 39.3 \text{ cm},\end{aligned}$$

onde já simplificamos o fator comum 10^{-6} que aparece no numerador e denominador da fração. Finalmente,

$$L_2 = L - L_1 = 52.4 - 39.3 = 13.1 \text{ cm}.$$

É claro que este valor também poderia ter sido obtido independentemente, subsituindo-se $L_1 = L - L_2$ na expressão acima para α:

$$\begin{aligned}L_2 = \frac{\alpha_1 - \alpha}{\alpha_1 - \alpha_2}\,L &= \frac{11-13}{11-19}\,(0.524)\\ &= \frac{0.524}{4} = 13.1 \text{ cm}.\end{aligned}$$

Exercício 6

Um objeto de massa de 6 kg cai de uma altura de 50 m e, por meio de uma engrenagem mecânica, gira uma roda que desloca 0.6 kg de água. A água está inicialmente a 15 °C. Qual o aumento máximo da temperatura da água?

▶ A energia potencial gravitacional perdida pelo objeto de massa m_o na queda é:

$$W = m_o g h = (6)(9.8)(50) = 2940 \text{ J} = 702.34 \text{ cal}.$$

O aumento máximo de temperatura da água será

$$\Delta T = \frac{Q}{m_a\, c} = \frac{702.34}{(600)(1)} = 1.17\ ^{o}\mathrm{C}.$$

Este aumento máximo ocorrerá apenas se não houverem perdas no processo de conversão.
Perceba bem: porque foi necessário converter Joules para calorias?

Exercício 7

Um bloco de gelo, em seu ponto de fusão e com massa inicial de 50 kg, desliza sobre uma superfície horizontal, começando à velocidade de 5.38 m/s e finalmente parando, depois de percorrer 28.3 m. Calcule a massa de gelo derretido como resultado do atrito entre o bloco e a superfície. (Suponha que todo o calor produzido pelo atrito seja absorvido pelo bloco de gelo.)

▶ A massa de gelo derretido sai da relação $Q = m\,L_F$, onde Q representa o calor produzido pelo atrito, que precisa ser determinado. Sabemos que $Q = W = F\,x = (ma)x$. A incógnita nesta expressão é a aceleração a, que não é difícil de se determinar, relembrando-se que $v^2 = v_o^2 - 2\,a\,x$. Portanto

$$a = \frac{v_0^2 - v^2}{2x} = \frac{(5.38)^2 - 0^2}{(2)(28.3)} = 0.511\,m/s^2.$$

Assim, vemos que o calor produzido pelo atrito é

$$\begin{aligned} Q = W = F\,x = (ma)x &= (50)(0.511)(28.3) \\ &= 723.61\ J. \end{aligned}$$

Agora fica fácil determinar a massa de gelo derretido:

$$m = \frac{Q}{L_F} = \frac{723.61}{3.33 \times 10^5} = 0.002\ \text{kg}.$$

Exercício 8

Dois blocos de metal são isolados de seu ambiente. O primeiro bloco, que tem massa $m_1 = 3.16$ kg e temperatura inicial $T_i = 17\ ^oC$, tem um calor específico quatro vezes maior do que o segundo bloco. Este está à temperatura $T_2 = 47\ ^oC$ e seu coeficiente de dilatação linear é $15 \times 10^{-6}/^oC$. Quando os dois blocos são colocados juntos e alcançam seu equilíbrio térmico, a área de uma face do segundo bloco diminui em 0.03%. Encontre a massa deste bloco.

▶ A variação percentual da área A_2 de uma das faces do segundo bloco é

$$\frac{\Delta A_2}{A_2} = 2\,\alpha\,(T_f - 47^\circ) = -\frac{0.03}{100},$$

onde o sinal negativo indica que houve uma redução da área. Portanto, a temperatura final de equilíbrio é

$$T_f = 47 - \frac{0.0003}{30 \times 10^{-6}} = 47 - 10 = 37\ ^\circ\mathrm{C}.$$

O balanço dos calores cedido e absorvido fornece-nos

$$(3.16)(4c)(37 - 17) + m_2\,(c)(37 - 47) = 0,$$

ou seja,

$$m_2 = \frac{(3.16)(4c)(20)}{(c)(10)} = (3.16)(8) = 25.28\ \mathrm{kg}.$$

Exercício 9

Um bastão cilíndrico de cobre, de comprimento 1.2 m e área de seção reta de 4.8 cm^2 é isolado, para evitar perda de calor pela sua superfície. Os extremos são mantidos à diferença de temperatura de 100 °C, um colocado em uma mistura água-gelo e o outro em água fervendo e vapor. **(a)** Ache a taxa em que o calor é conduzido através do bastão. **(b)** Ache a taxa em que o gelo derrete no extremo frio.

▶ **(a)** A taxa de condução do calor é [veja Eq. 20-18]

$$\begin{aligned} H &= \frac{kA(T_H - T_C)}{L} \\ &= \frac{(401)(4.8 \times 10^{-4})(100)}{1.2} = 16 \text{ J/s,} \end{aligned}$$

onde $k = 401$ W/(m.K) foi tirado da Tabela 20-4.
(b) Da equação para a condução do calor obtemos

$$\frac{dQ}{dt} = H = L_F \frac{dm_{gelo}}{dt}.$$

Portanto

$$\frac{dm_{gelo}}{dt} = \frac{H}{L_F} = \frac{16}{333 \times 10^3} = 0.048 \text{ g/s.}$$

Exercício 10

Uma amostra de gás se expande a partir de uma pressão e um volume iniciais de 10 Pa e 1 m^3 para um volume final de 2 m^3. Durante a expansão, a pressão e o volume são obtidos pela equação $p = aV^2$, onde $a = 10\ N/m^8$. Determine o trabalho realizado pelo gás durante a expansão.

▶ O trabalho realizado pela gás na expansão é dado por

$$dW = p\,dV = a\,V^2\,dV$$

Integrando do volume inicial V_i até o volume final V_f:

$$\begin{aligned} W &= a\int_{V_i}^{V_f} V^2\,dV \\ &= a\Big[\frac{V^3}{3}\Big]_{V_i}^{V_f} = a\,\Big[\frac{V_f^3}{3} - \frac{V_i^3}{3}\Big] \\ &= (10\,N/m^8)\Big[\tfrac{8}{3} - \tfrac{1}{3}\Big](m^9) \\ &= 23.33\,J. \end{aligned}$$