Solução de alguns problemas

Capítulo 16 - Halliday, Resnick e Walker - 6ª. edição	
01	Um objeto sujeito a um movimento harmônico simples leva *0,25s* para ir de um ponto de velocidade zero até o próximo ponto onde isso ocorre. A distância entre esses pontos é de *36cm* .

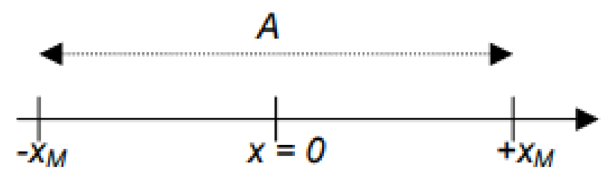
a) Calcule o período do movimento.
b) Calcule a frequência do movimento.
c) Calcule a amplitude do movimento.

Solução de alguns problemas

Capítulo 16 - Halliday, Resnick e Walker - 6ª. edição

01 Um objeto sujeito a um movimento harmônico simples leva *0,25s* para ir de um ponto de velocidade zero até o próximo ponto onde isso ocorre. A distância entre esses pontos é de *36cm* .

a) Calcule o período do movimento.



$A = 36cm = 0{,}36m = 2x_M$
$T/2 = 0{,}25s$

Considerando o movimento harmônico simples, a velocidade é nula nos dois pontos de elongação máxima $x = \pm x_M$. Por outro lado, o tempo para ir de um extremo ao outro é igual a metade do período. Desse modo:

$$T = 0{,}5s$$

b) Calcule a frequência do movimento.

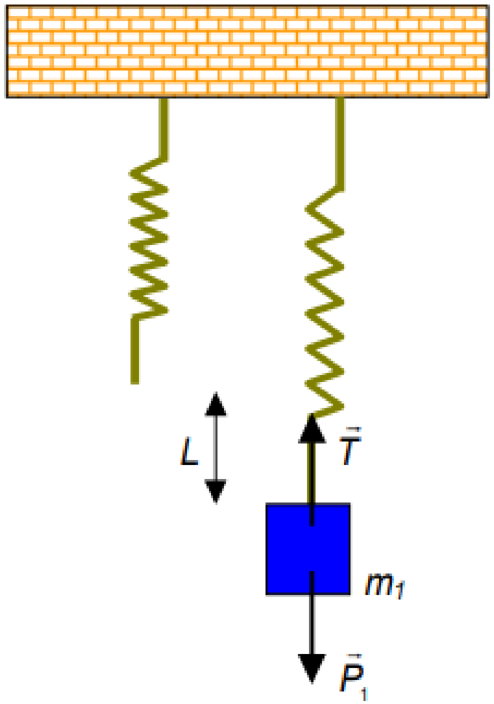
$$f = 1/T = 1/0{,}5 \quad \therefore \quad f = 2Hz$$

c) Calcule a amplitude do movimento.

$$x_M = 0{,}18m$$

Capítulo 16 - Halliday, Resnick e Walker - 4ª. edição	
03	Um bloco de *4,0Kg* está suspenso de uma certa mola, estendendo-a a *16,0cm* além de sua posição de repouso.

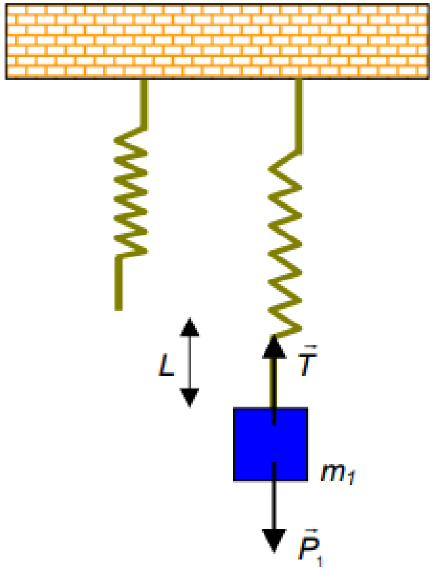
a) Qual a constante da mola?



b) O bloco é removido e um corpo de 0,5Kg é suspenso da mesma mola. Se esta mola for então puxada e solta, qual o período de oscilação?

03 Um bloco de *4,0Kg* está suspenso de uma certa mola, estendendo-a a *16,0cm* além de sua posição de repouso.

a) Qual a constante da mola?



$m_1 = 4Kg$
$L = 16cm = 0,16m$

Como o bloco está em repouso, existe o equilíbrio entre as forças que estão atuando nele. O peso e a força restauradora elástica são iguais, logo:

$$\vec{F} + \vec{P}_1 = 0$$

ou seja:

$$k\,L - m_1\,g = 0$$

$$k = \frac{m_1 g}{L} = \frac{4x9{,}8}{0{,}16}$$

$$k = 245N/m$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{245}{4}} = 7{,}8rad/s \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{2\pi}{w_1} = 0{,}8s$$

b) O bloco é removido e um corpo de 0,5Kg é suspenso da mesma mola. Se esta mola for então puxada e solta, qual o período de oscilação?

$m_2 = 0{,}5Kg$

$$w_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{245}{0{,}5}} = 22{,}1rad/s \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{2\pi}{w_2} = 0{,}28s$$

Capítulo 16 - Halliday, Resnick e Walker - 6ª. edição	
10	O diafragma de um alto-falante está vibrando num movimento harmônico simples com a frequência de $440Hz$ e um deslocamento máximo de $0,75mm$.

a) Qual é a frequência angular deste diafragma?

b) Qual é a velocidade máxima deste diafragma?

c) Qual é a aceleração máxima deste diafragma?

Capítulo 16 - Halliday, Resnick e Walker - 6ª. edição	
10	O diafragma de um alto-falante está vibrando num movimento harmônico simples com a frequência de *440Hz* e um deslocamento máximo de *0,75mm* .

a) Qual é a frequência angular deste diafragma?

$$w = 2\pi f = 2764{,}60Hz \qquad \begin{array}{l} f = 440Hz \\ x_M = 0{,}75mm = 7{,}5 \times 10^{-4} m \end{array}$$

b) Qual é a velocidade máxima deste diafragma?

$$v_M = w\, x_M = 2{,}07 m/s$$

c) Qual é a aceleração máxima deste diafragma?

$$a_M = w^2\, x_M = 5732{,}25 m/s^2$$

11 Podemos considerar que um automóvel esteja montado sobre quatro molas idênticas, no que concerne às suas oscilações verticais. As molas de um certo carro estão ajustadas de forma que as vibrações tenham uma frequência de $3,0Hz$.

a) Qual a constante de elasticidade de cada mola, se a massa do carro é de 1450kg e o peso está homogeneamente distribuído entre elas?

$f = 3Hz$
$M = 1450Kg$

Como o peso está distribuído uniformemente entre as quatro molas, cada mola suportará a quarta parte do peso total. Logo podemos definir $m = M/4$ e então:

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f \quad \therefore \quad \frac{k}{m} = (2\pi f)^2 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{M}{4}(2\pi f)^2$$

$$k = 128.798,33N/m = 1,29x10^5N/m$$

b) Qual será a frequência de vibração se cinco passageiros, com média de $73kg$ cada um, estiverem no carro? (Novamente, considere uma distribuição homogênea de peso.)

$$m_P = 73Kg$$

O peso dos cinco passageiros será distribuída uniformemente entre as quatro molas, portanto:

$$f = \frac{w}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\frac{M}{4} + \frac{5m_P}{4}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{M + 5m_P}} \quad \therefore \quad f = 2,68Hz$$

15 Um corpo oscila com movimento harmônico simples de acordo com a equação:

$$x(t) = (6{,}0m)\cos[(3\pi\ rad/s)\ t + \pi/3 rad]$$

a) Em $t = 2{,}0s$, qual é o deslocamento nesse movimento?

$$x(2) = x_M \cos(2w + \varphi)$$

$$x(t) = x_M \cos(wt + \varphi)$$

Mas

$$\cos(2w + \varphi) = \cos(2.3\pi + \pi/3) = \cos(19\pi/3) = 0{,}5$$

$x_M = 6m$
$w = 3\pi\ rad/s$
$\varphi = \pi/3\ rad$

$$x(2) = 6\cos(19\pi/3) = 3m$$

b) Em $t = 2{,}0s$, qual é a velocidade nesse movimento?

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -w\,x_M\,\mathrm{sen}(wt + \varphi)$$

$$v(2) = -w\,x_M\,\mathrm{sen}(2w + \varphi)$$

Mas

$$\mathrm{sen}(2w + \varphi) = \mathrm{sen}(2.3\pi + \pi/3) = \mathrm{sen}(19\pi/3) = 0{,}866$$

$$v(2) = -\,3\pi\ 6\ \mathrm{sen}(19\pi/3) = -48{,}97m/s$$

c) Em $t = 2{,}0s$, qual é a aceleração nesse movimento?

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -w^2\,x_M\cos(wt + \varphi)$$

$$a(2) = -w^2\,x_M\cos(2w + \varphi)$$

$$\cos(2w + \varphi) = \cos(2.3\pi + \pi/3) = \cos(19\pi/3) = 0{,}5$$

$$a(2) = -\,(3\pi)^2\ 6\cos(19\pi/3) = -266{,}47m/s^2$$

d) Em $t = 2{,}0s$, qual é a fase nesse movimento?

$$\text{Fase} = \Phi(t) = wt + \varphi$$

$$\Phi(2) = 2w + \varphi = 19\pi/3 = 39{,}79rad$$

e) Qual é a frequência deste movimento?

$$f = w/2\pi = 3\pi/2\pi = 1{,}5Hz$$

f) Qual é o período deste movimento?

$$T = 1/f = 2/3\ s$$