PSI3262 – Fundamentos de Circuitos Eletrônicos Digitais e Analógicos

Solução da Lista 6: Números Complexos, Regime Permanente Senoidal e Resposta em Frequência

Operação com números complexos

4 – a) $\hat{I} = 8 \angle 60^o$ $\qquad \omega = 10$ rd/s

b) $\hat{V} = 12{,}581 \angle -78{,}54^o$ $\qquad \omega = 10$ rd/s

c) Não existe (soma de duas senoides de frequências diferentes)

d) $\hat{P} = 25 \angle -90^o$ $\qquad \omega = 40$ rd/s

e) Não existe.

5 – a) $v(t) = 100\cos(10t + 90^o)$

b) $i(t) = 5\cos(10t + 82^o)$

c) $v(t) = 70{,}71\cos(10t + 75^o)$

d) $v(t) = 0{,}51\cos(10t - 191{,}31^o)$

7 – Seja $s(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k \cos(\omega t + \theta_k)$

$\hat{S}$ = fasor correspondente a s(t)

$\hat{A}_k$ = fasor correspondente a cada senoide

Então:

$$s(t) = A_1\cos(\omega t + \theta_1) + A_2\cos(\omega t + \theta_2) + \ldots\ldots + A_n\cos(\omega t + \theta_n)$$

$$= R_e\left[\left(\underbrace{A_1 e^{j\theta_1}}_{\hat{A}_1} + \underbrace{A_2 e^{j\theta_2}}_{\hat{A}_2} + \ldots\ldots \underbrace{A_n e^{j\theta_n}}_{\hat{A}_n}\right)e^{j\omega t}\right]$$

$$= R_e\left(\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \ldots\ldots + \hat{A}_n\right)e^{j\omega t}$$

Portanto: $\hat{S} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \ldots\ldots + \hat{A}_n$

8 – $v(t) = A_1\cos(\omega t + \theta_1) \cdot A_2\cos(\omega t + \theta_2)$

$$= \frac{A_1 A_2}{2}\cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{A_1 A_2}{2} \cdot \cos(2\omega t + \theta_1 + \theta_2)$$

$\Rightarrow$ não existe $\hat{V}$ que represente v(t), já que o sinal não é uma cossenoide unicamente.

Já $\hat{V}_1 \cdot \hat{V}_2 = A_1 e^{j\theta_1} \cdot A_2 e^{j\theta_2} = A_1 A_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$ que representa a função: $A_1A_2\cos(\omega t + \theta_1 + \theta_2)$, no domínio do tempo, que é diferente de v(t) representada acima.

9 – a) $\hat{V} = R\hat{I} = 1{,}2 - j0{,}4$ V

b) $\hat{V} = j\omega L\hat{I} = 0{,}3 + j0{,}9$ V

c) $\hat{V} = \dfrac{\hat{I}}{j\omega C} = -0{,}25 - j0{,}75$ V

10 – a) $v(t) = 1{,}2649\cos(\omega t - 18{,}43^o)$
$v(1) = 0{,}9849$ V

b) $v(t) = 0{,}9487\cos(\omega t + 71{,}56^o)$
$v(1) = -0{,}5952$ V

c) $v(t) = 0{,}7906\cos(\omega t - 108{,}43^o)$
$v(1) = 0{,}4960$ V

11 – $\hat{I}_R = 2\angle 30^o$, $\hat{I}_C = 20\angle 120^o$
$\hat{I} = \hat{I}_R + \hat{I}_C \longrightarrow \hat{I} = 20{,}1\angle 114{,}28^o$
$i(t) = 20{,}1\cos(10t + 114{,}28^o)$ (A, s)

<u>Regime Permanente Senoidal e Resposta em Frequência</u>

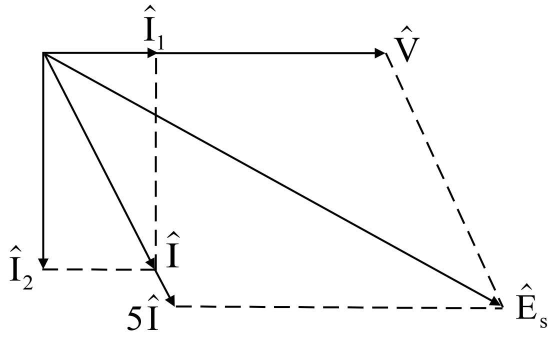
1 – $\hat{V}$ será o fasor de referência, isto é, $\hat{V} = \left|\hat{V}\right| \angle 0°$

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}}{10} = 2\sqrt{2}\ \text{A} \quad \rightarrow \quad \hat{V} = 20\sqrt{2}\ \text{V}$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}}{j4} = 5\sqrt{2} \angle -90° \quad \text{A}$$

$$\hat{I} = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 2\sqrt{2} - j\,5\sqrt{2} = 7{,}62 \angle -68{,}2°$$

$$\hat{E}_s = 5\,\hat{I} + \hat{V} = 30\sqrt{2} - j\,25\sqrt{2} = 55{,}23 \angle -39{,}81°$$



<u>NOTA</u>: Foram usadas escalas diferentes para tensões e correntes.

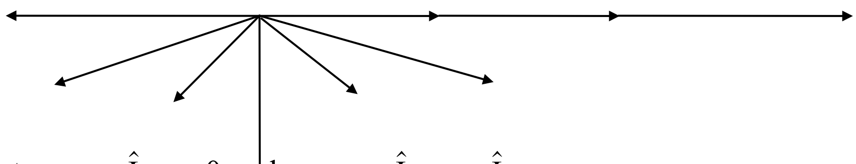
2 – a) $\hat{V}_3 = \hat{V}_1 - \hat{V}_2 = 220 \angle 0°$ Vef $\qquad I_3 = \dfrac{\hat{V}_3}{5} = 44 \angle 0°$ Aef

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{Z_1} = \frac{110 \angle 0°}{4 + j3} = 22 \angle -36{,}9°$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_2}{Z_2} = \frac{-110}{4 - j3} = 22 \angle 216{,}9°$$

$\hat{I}_a = \hat{I}_1 + \hat{I}_3 = 63 \angle -12{,}1°$ $\qquad \hat{I}_n = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 26{,}4 \angle -90°$

$\hat{I}_b = \hat{I}_2 - \hat{I}_3 = 53{,}7 \angle -145°$



b) Para termos $\hat{I}_n = 0$ deve ser $\hat{I}_1 = -\hat{I}_2$

Como $\hat{V}_1 = -\hat{V}_2$

e $\hat{I}_1 = \dfrac{\hat{V}_1}{Z_1}$ e $\hat{I}_2 = \dfrac{\hat{V}_2}{Z_2}$ $\rightarrow$ $\hat{I}_1 = -\hat{I}_2$ se for $Z_1 = Z_2$

e, portanto, $\hat{I}_n = 0$

3 – b) Observando o módulo da resposta em frequência, percebe-se que esse circuito elimina a frequência $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ e pode ser usado por exemplo, para eliminar interferências nessa frequência.