

PSI3262 – Fundamentos de Circuitos Eletrônicos Digitais e Analógicos

Lista 6: Números Complexos, Regime Permanente Senoidal e Resposta em Frequência

Operação com números complexos

1 – Verifique as seguintes conversões da forma cartesiana à forma polar ou vice-versa:

a) $3 + j4 = 5e^{j53,13^\circ}$	b) $-3 + j4 = 5 \angle 126,87^\circ$
c) $3 - j4 = 5,0 \angle -53,13^\circ$	d) $10 - j10 = 14,1 \angle -45^\circ$
e) $10e^{j30^\circ} = 8,66 + j5,0$	f) $10e^{-j120^\circ} = -5,0 - j8,66$
g) $10e^{j\pi} = -10$	h) $e^{\pm j\pi/2} = \pm j1$
i) $\pi e^{j\pi} = -3,14$	j) $e^{j1} = 0,54 + j0,84$

2 – Dados $A = 3 + j2$, $B = 1 - j3$, $C = -2 + j1$

Mostre que

a) $j(A + B)(3 + 2C) = -9 - j2$	b) $(A + A^*)(B - B^*).C.C^* = -j180$
c) $\frac{A + B}{B + C} = -0,4 + j1,8$	d) $A.B/(B + C) = 1 + j5 = 5,099 \angle 78,69^\circ$

3 – Calcule:

a) $\frac{28,6 \angle 137^\circ - 6,93 \angle -23,70^\circ}{2,34 - j3,45}$	(= -8,09 - j2,40)
b) $(0,65 - j1,05)^4$	(= -1,4009 + j1,8563)
c) $(-1,4009 + j1,8563)^{1/4}$ (só a raiz principal)	(= 1,0500 + j0,6500)
d) $\cos(-3 + j0,2)$	(= -1,0099 + j0,0284)

4 – Determine, se existirem, os fasores que representam as seguintes funções:

a) $i(t) = -8\cos(10t + 240^\circ)$
b) $v(t) = 5\sin(10t + 30^\circ) - 8\cos(10t + 90^\circ)$
c) $v(t) = 10\sin 10t + 20\cos 20t$
d) $p(t) = 10\cos 20t \cdot 5\sin 20t$
e) $v(t) = 5\cos 377t + 10\cos(1585t + 30^\circ)$

5 – Determine os valores instantâneos das grandezas (com frequência angular 10 rad/seg) representadas pelos seguintes fasores:

a) $\hat{V} = 100e^{j2,5\pi}$	b) $\hat{I} = 5 \angle 82^\circ$
c) $\hat{V} = (5 + j5) \cdot 10 \cdot e^{j30^\circ}$	d) $\hat{V} = \frac{-3 - j2}{5 + j5}$

6 – Dada a função de variável complexa

$$F(s) = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6},$$

Verifique que

$$F(j1) = 0,4472 \angle -63,43^\circ$$

$$F(j2) = 0,1808 \angle -66,16^\circ$$

7 – Demonstre que o fasor representativo da soma de n cossenoides de mesma frequência (sincronizadas) é igual à soma dos fasores de cada uma das cossenoides.

8 – Verifique que se $v(t) = v_1(t) \cdot v_2(t)$ onde $v_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \theta_1)$ e $v_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \theta_2)$, então $\hat{V} \neq \hat{V}_1 \cdot \hat{V}_2$.

9 – Dado o fasor de corrente $\hat{I} = 30 - j10$ mA, com $\omega = 1$ krd/s, e considerando convenção de receptor, determinar o fasor de tensão

- num resistor de 40Ω ;
- num indutor de 30 mH;
- num capacitor de $40 \mu\text{F}$.

10 – Para cada item do Exercício 9 dessa seção, determine a tensão em cada elemento em $t = 1$ ms.

11 – O circuito da Figura 5 está ligado há muito tempo. O gerador de tensão fornece uma tensão representada pelo fasor $\hat{E}_s = 10 \angle 30^\circ$ volts, na frequência $\omega = 10$ rad/s.

Determine:

- o fasor \hat{I} representativo de $i(t)$;
- a corrente $i(t)$.

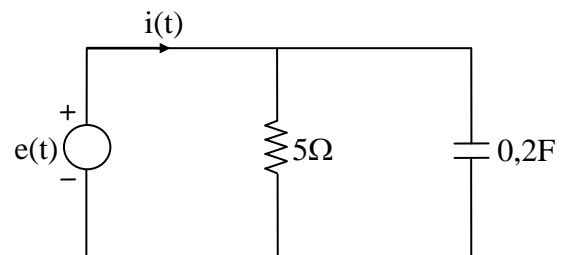


Figura 5

Regime Permanente Senoidal e Resposta em Frequência

1 – No circuito da Figura 4, operando em regime permanente senoidal, os amperímetros de ferro móvel A_1 e A_2 indicam, respectivamente 2 e 5 A eficazes. Adotando o fasor \hat{V} como referência de fase (isto é, ângulo nulo),

a) esboce o diagrama de fasores do circuito, representando claramente os fasores indicados na figura.

b) determine o fasor \hat{E}_s .

(ORSINI, Ex. Circ. Elétricos, S.Paulo, Blücher, 1978)

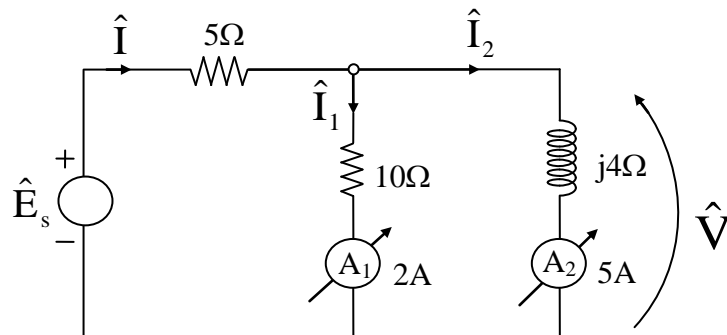
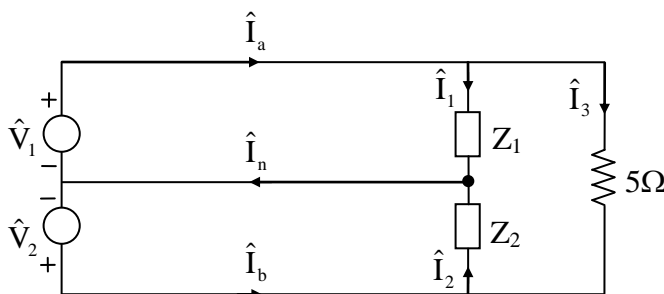


Figura 4

2 – Uma instalação residencial alimentada por uma linha 110/220 V (2 fios a e b de linha, um fio neutro n) pode ser modelada pelo circuito da Figura 5, para efeito de cálculo das correntes de linha.

a) Sabendo que $Z_1 = 4 + j3 \Omega$, $Z_2 = 4 - j3 \Omega$, construa o diagrama fasorial das tensões e correntes no circuito, com as orientações indicadas. Determine o fasor \hat{I}_n graficamente e verifique seu resultado analiticamente.

b) Usando o diagrama de fasores, determine a condição em Z_1 e Z_2 para que $\hat{I}_n = 0$.



DADOS:

$$\begin{cases} \hat{V}_1 = 110 \angle 0^\circ & \text{volts eficazes} \\ \hat{V}_2 = 110 \angle 180^\circ & \text{" "} \end{cases}$$

Figura 5

OBS.: Se $\hat{V}_1 = 110 \angle 0^\circ$ volts eficazes **então** $v_1(t) = 110\sqrt{2} \cos(\omega t)$ (V, s)

3 – Considere o circuito da Figura 6.

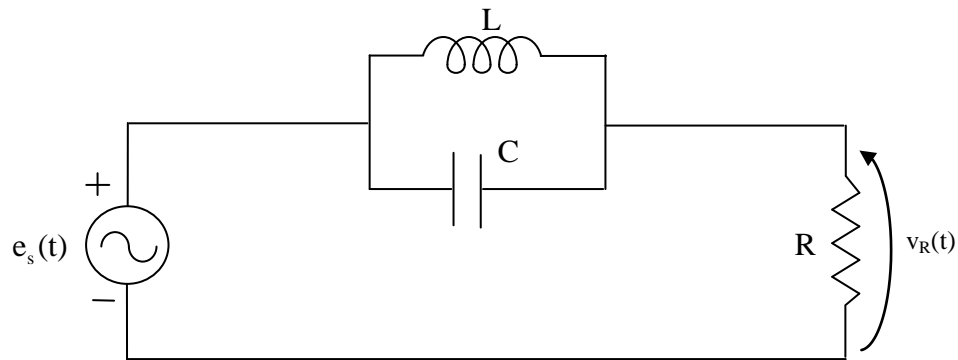


Figura 6

Pede-se:

- a) Mostre que a expressão da resposta em frequência $F(j\omega) = \frac{\hat{V}_R}{\hat{E}_s}$ é dada por

$$F(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega LG}$$

em que $G = 1/R$.

- b) Esboce o módulo da resposta em frequência $|F(j\omega)|$ em função de ω e explique para que serve esse circuito.