PSI3262 – Fundamentos de Circuitos Eletrônicos Digitais e Analógicos

Solução da Lista 2: Geradores Vinculados e Análise Nodal

Geradores Vinculados

1 –
2ª Lei de Kirchhoff:
$v_1 = 12 + 3i_x$
$v_1 = v_2 + 5i_x$
Lei de Ohm:
$v_2 = 10i_x$
$\rightarrow 12 + 3i_x = 15i_x \rightarrow i_x = 1A$
$v_1 = 15V \; e \; v_2 = 10V$

Potências:
-resistores: 10Ω: $p = v_2 . i_x = 10W$
3Ω: $p = v_1^2/3 = 75W$

-geradores independentes:
e_{g1}: $p = -12i_1$
$i_1 = i_2 + i_3 = \frac{v_1}{3} + (i_x + 4v_1) \rightarrow i_1 = \frac{15}{3} + 1 + 60 = 66A$
e_{g1}: $p = -12.66 = -792W$
e_{g2}: $p = -12.4v_1 = -720W$

-geradores vinculados:
$p = -3i_x . i_1 = -3.66 = -198W$
$p = 5i_x . i_3 = 5(i_x + 4v_1) = 305W$
$p = 4v_1(12 + v_2) = 1320W$

Total: $10 + 75 - 792 - 720 - 198 + 305 + 1320 = 0W$

2 –
a) Temos que: $v_s = R_4 . i_4$ 1
Mas $i_4 = -\alpha i_x - i_3$ 2 (1ª L.K.)
Como $v_s = R_3 . i_3 = R_4 . i_4 \rightarrow i_3 = \frac{R_4 . i_4}{R_3}$ 3
Sendo $v_e = R_1 . i_x + R_2 . i_x \rightarrow i_x = \frac{v_e}{R_1 + R_2}$ 4

Substituindo 2, 3 e 4 em 1:

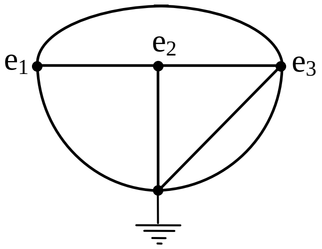
$$v_s = \frac{\frac{-R_4 \alpha v_e}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{R_4}{R_3}} = -\frac{\alpha R_3 R_4 v_e}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \rightarrow \frac{v_s}{v_e} = -\frac{\alpha R_3 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

b)

$$v_s = -\frac{\alpha R^2}{2R . 2R} = -\frac{\alpha}{4} = 10 \rightarrow \alpha = -40$$

Análise Nodal

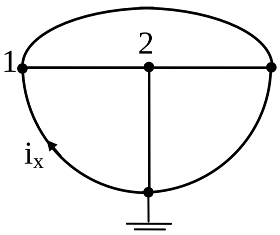
1 – Por análise nodal:



$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 9 & -3 \\ -1 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema: $e_1 = 8{,}33$ V
Potência fornecida = $10e_1$ = 83,3 W.

2 –

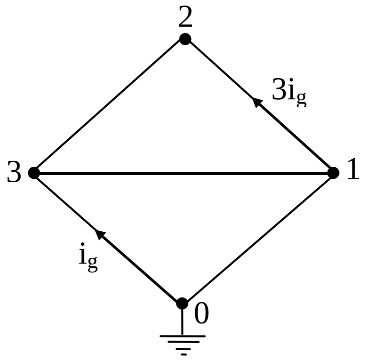


$e_1 = 10$ V
$e_3 = -20\,i_x$

$1^{\underline{a}}$ L. K. Nó 1 $\rightarrow$ $0{,}133e_1 - 0{,}1e_2 - 0{,}033e_3 - i_x = 0$
$1^{\underline{a}}$ L. K. Nó 2 $\rightarrow$ $-0{,}1e_1 + 0{,}175e_2 - 0{,}05e_3 = 0$

Substituindo-se as relações acima (e_1 e e_3) nas equações da $1^{\underline{a}}$ L. K., obtêm-se 2 equações com 2 incógnitas: e_2 e i_x , com solução: $e_2 = 24 \text{ V} = v_0$
$i_x = -3{,}2$ A

3 –



$e_3 = 25$ V

$$\begin{bmatrix} 1/60 + 1/10 & 0 \\ 0 & 1/20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/10).25 - 3i_g \\ (1/20).25 + 3i_g \end{bmatrix}$$

Mas $i_g = e_1/60$ ($1^{\underline{a}}$ L. K. - nó 0)
O sistema fica:

$$\begin{bmatrix} 4/60 + 1/10 & 0 \\ -3/60 & 1/20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}5 \\ 1{,}25 \end{bmatrix}$$

Resolvendo: $\begin{cases} e_1 = 15 \text{ V} \\ e_2 = 40 \text{ V} \end{cases}$

Potência fornecida pelo gerador de 25 V:

$$P = 25.i_g = \frac{25.e_1}{60} = 6{,}25\ \text{W}$$

4 – a) A equação matricial de análise nodal do circuito é

$$\begin{bmatrix} 1{,}9116 & -0{,}9091 & -0{,}5 \\ -0{,}9091 & 2{,}9091 & -1 \\ -0{,}5 & -1 & 51{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 300 \end{bmatrix}$$

b) Para obter a precisão desejada, é preciso resolver com pelo menos 6 casas decimais:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}951066 \\ 2{,}954203 \\ 5{,}911257 \end{bmatrix} \rightarrow i_d = \frac{2{,}951066 - 2{,}954203}{1{,}1} = -\ 0{,}002852\ \text{mA}$$

5 – a) Por comparação: $G_1 = 5$ S ; $G_1 + G_2 + 2 = 8 \rightarrow G_2 = 6 - G_1 = 1$ S

$0{,}5E = 6 \rightarrow E = 12$ V

b) Equações nodais em função de β:

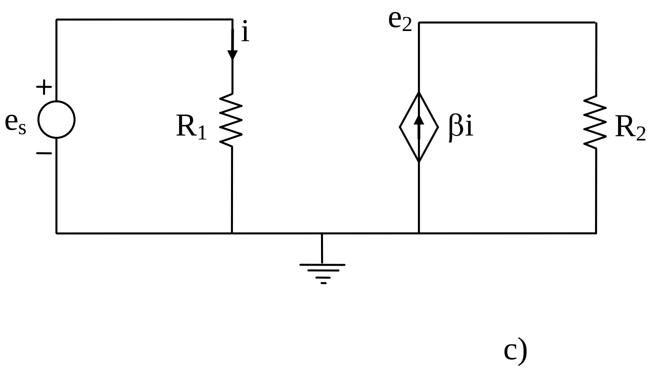
$$\begin{bmatrix} 10{,}5 & -3 & -5 \\ -3 & 5 & -2 \\ -5 & -2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -\beta.2\,e_1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow G_n = \begin{bmatrix} 10{,}5 & -3 & -5 \\ -3+2\beta & 5 & -2 \\ -5 & -2 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\beta + 2\beta = 17 \rightarrow \beta = 10$$

c) $$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = G_n^{-1} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{68\beta + 121} \begin{bmatrix} 36 & 34 & 31 \\ 34 - 16\beta & 59 & 16 - 10\beta \\ 31 - 4\beta & 36 & 87 + 12\beta \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow e_1 = \frac{216}{68\beta + 121}$$

6 – a)

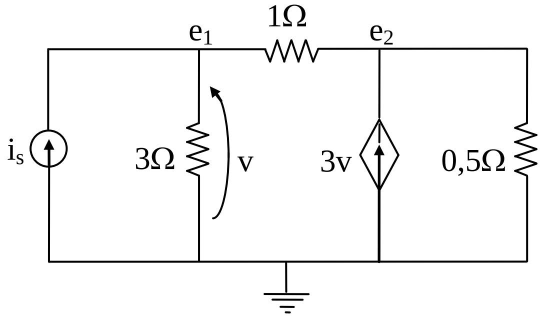


$e_2 = \beta i\, R_2$

$i = e_s / R_1$

$$e_2 = \beta\,\frac{R_2}{R_1}\,e_s$$

b)



c)