



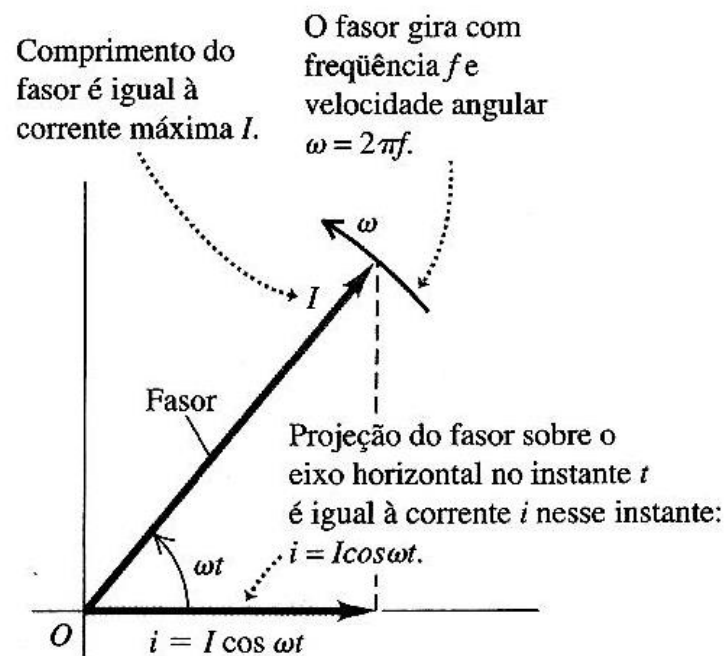
Corrente alternada



$$v = V \cos \omega t$$

$$i = I \cos \omega t$$

Diagramas de fasores

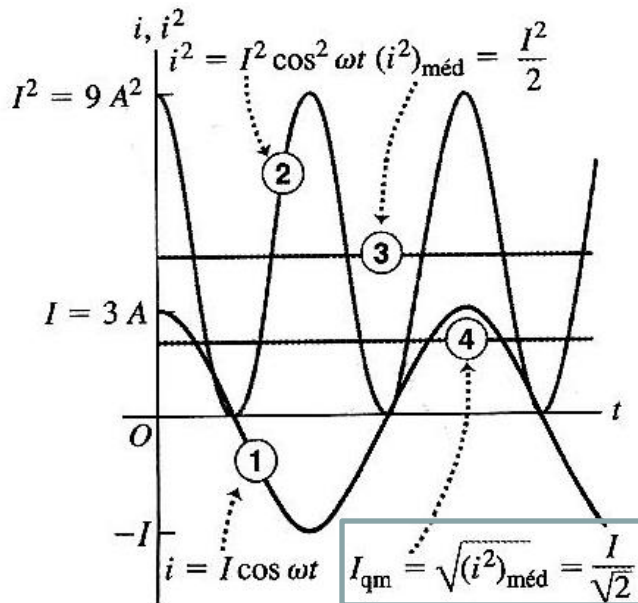




Valor quadrático médio

Significado do valor quadrático médio de uma grandeza senoidal (neste caso, corrente ca com $I = 3 \text{ A}$)

- ① Desenhe o gráfico da corrente i versus o tempo.
- ② Faça a raiz quadrada da corrente instantânea i .
- ③ Calcule o valor *médio* de i^2 .
- ④ Calcule a raiz quadrada dessa média.



$$I_{\text{qm}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{qm}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$



IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

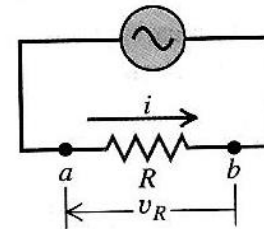
Uma corrente, $i = I \cos(\omega t)$ passa em um resistor R

$$v_R = iR = (IR) \cos \omega t$$

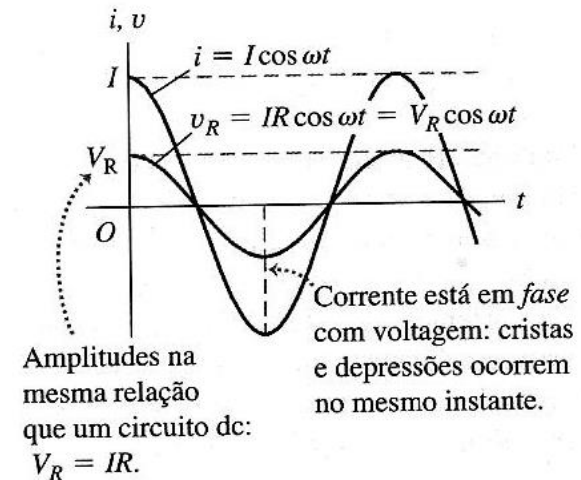
$$V_R = IR$$

$$v_R = V_R \cos \omega t$$

(a) Um resistor R conectado aos terminais de uma fonte ca

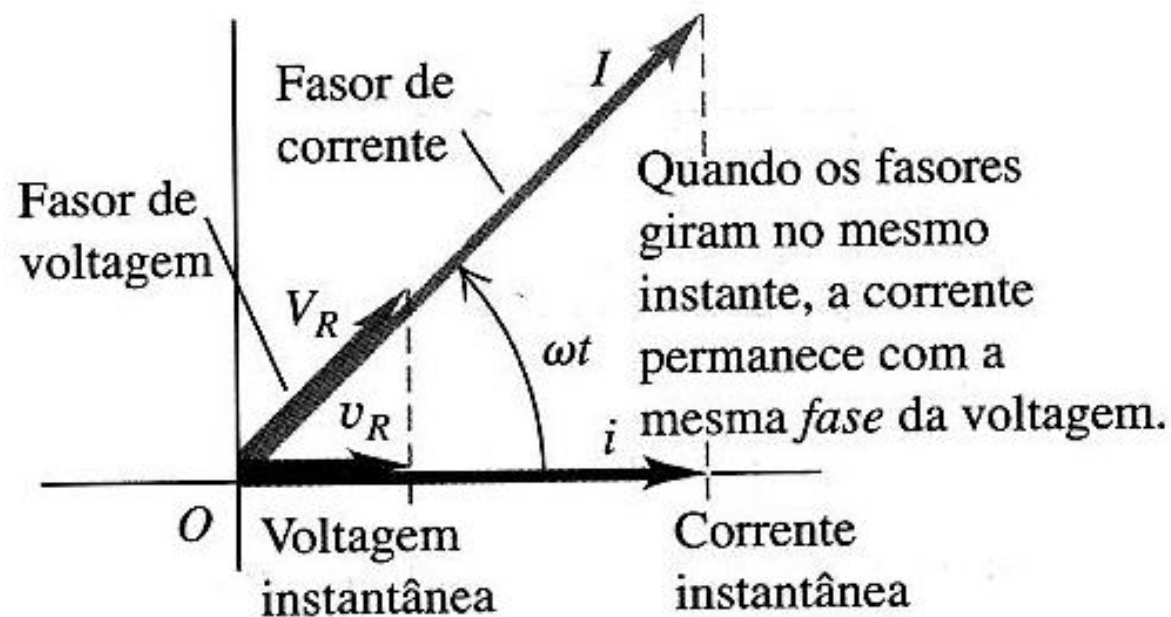


(b) Gráfico da corrente e da tensão *versus* o tempo





(c) Diagrama de fasor





Indutor em um circuito ca

$$i = I \cos \omega t$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} (I \cos \omega t) = -I \omega L \sin \omega t$$

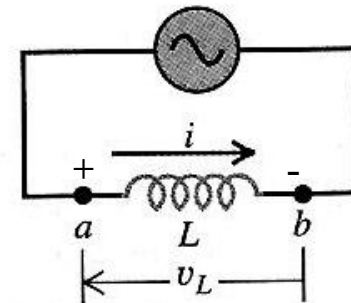
Usando que: $\cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta$

$$v_L = I \omega L \cos(\omega t + 90^\circ)$$

$$v = V \cos(\omega t + \phi)$$

chamamos FI de **ângulo de fase**, pois ele fornece a fase da *voltagem* em relação à *corrente*. No caso de um resistor puro, $\phi = 0$, e, para um indutor puro, $\phi = 90^\circ$.

(a) Circuito com fonte ca e indutor





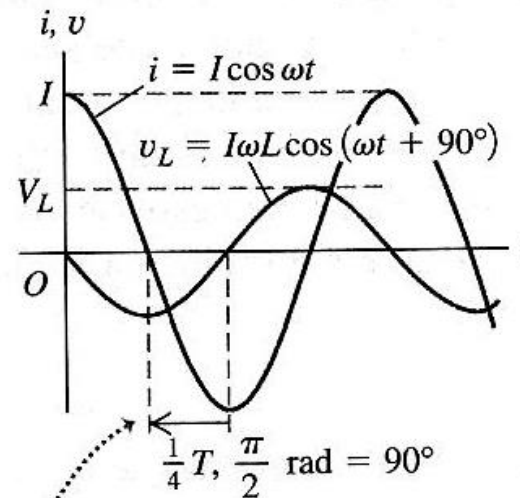
$$V_L = I\omega L$$

$$X_L = \omega L$$

(reatância indutiva)

$$V_L = IX_L$$

(b) Gráficos de corrente e tensão *versus* tempo

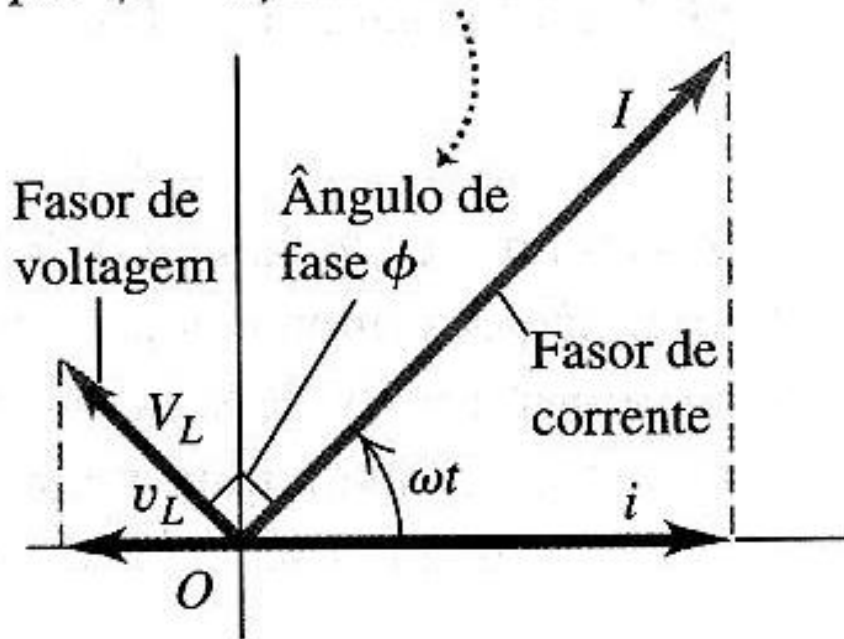


A curva da tensão está *adiantada* em relação à curva da corrente por um quarto de ciclo (correspondendo a $\phi = \pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$).



(c) Diagrama de fasor

O fasor da voltagem está *adiantado* em relação ao fasor da corrente por $\phi = \pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$.





O significado da reatância indutiva

Quando uma voltagem oscilante com uma dada amplitude de voltagem V_L é aplicada através dos terminais de um indutor, a corrente resultante terá uma amplitude menor I para valores mais elevados de X_L . Uma vez que X_L é proporcional à frequência, uma voltagem com alta frequência aplicada ao indutor produz uma corrente pequena, enquanto uma voltagem de baixa frequência com a mesma amplitude produz uma corrente mais elevada. Os indutores são usados em algumas aplicações em circuitos, tais como fontes de alimentação e filtros de rádio, que servem para bloquear frequências elevadas enquanto permitem a passagem de frequências mais baixas ou corrente contínua. Um circuito que emprega um indutor para esse objetivo denomina-se *filtro passa-baixos* (veja o Problema 31.50).



Capacitor em um circuito ca

$$i = \frac{dq}{dt} = I \cos \omega t$$

$$q = \frac{I}{\omega} \sin \omega t$$

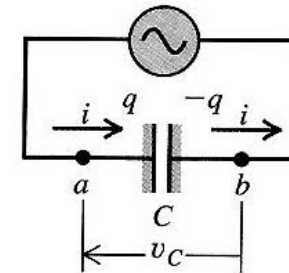
$$q = C v_C$$

$$v_C = \frac{I}{\omega C} \sin \omega t$$

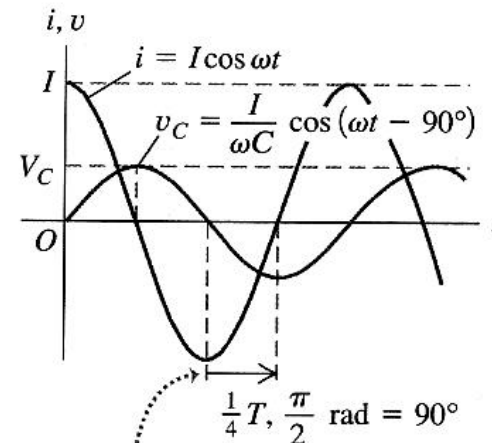
Usando que: $\cos(\theta - 90^\circ) = \sin \theta$

$$v_C = \frac{I}{\omega C} \cos(\omega t - 90^\circ)$$

(a) Um circuito com fonte ca e capacitor



(b) Gráficos da corrente e da tensão em função do tempo



A curva da tensão está retardada em relação à curva da corrente em um quarto do ciclo, o que corresponde a $\phi = \pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$.



$$V_C = \frac{I}{\omega C}$$

Para colocarmos essa expressão sob forma semelhante à da Equação (31.7) para um resistor, $V_R = IR$, definimos uma grandeza X_C , chamada de **reatância capacitiva** do capacitor, pela relação

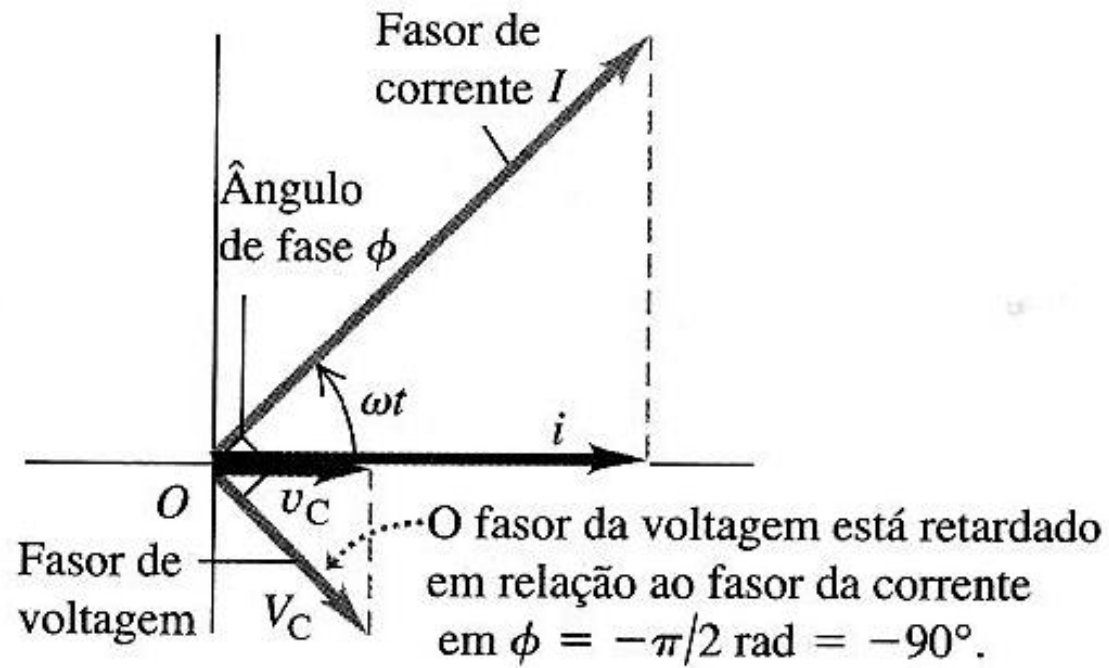
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

(reatância capacitiva)

$$V_C = IX_C$$



(c) Diagrama de fasor.



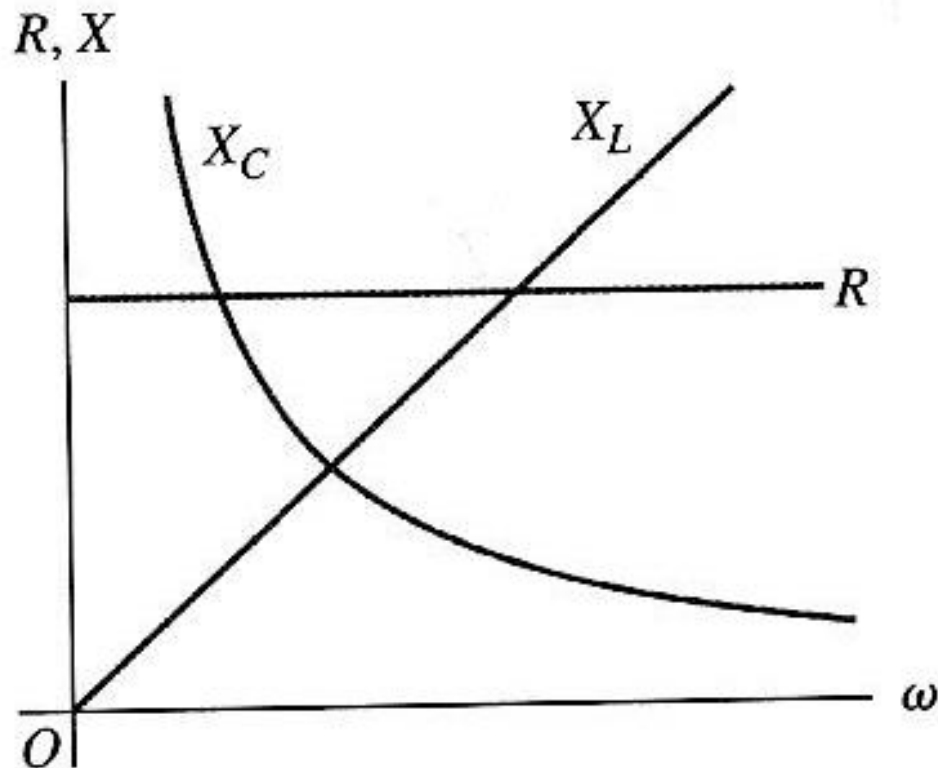


O significado da reatância capacitiva

A reatância capacitiva de um capacitor é inversamente proporcional a ω e a C ; quanto maior for a capacitância e maior a frequência, *menor* será a reatância capacitiva X_C . Os capacitores tendem a permitir a passagem de uma corrente com frequência elevada e bloquear correntes com baixa frequência ou uma corrente contínua, comportamento exatamente oposto ao de um indutor. Um dispositivo que deixa passar preferencialmente sinais com frequências elevadas denomina-se *filtro passa-altos* (veja o Problema 31.49).



Comportamento das reatâncias com ω





IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

$$V_R = IR$$

$$V_L = IX_L$$

$$V_C = IX_C$$

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2}$$

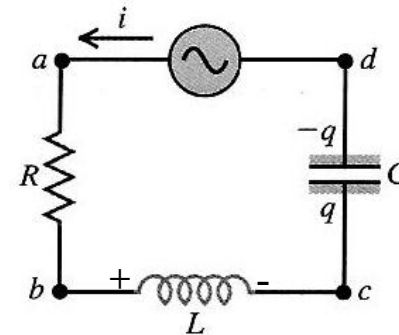
$$V = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

(impedância de um circuito R - L - C em série)

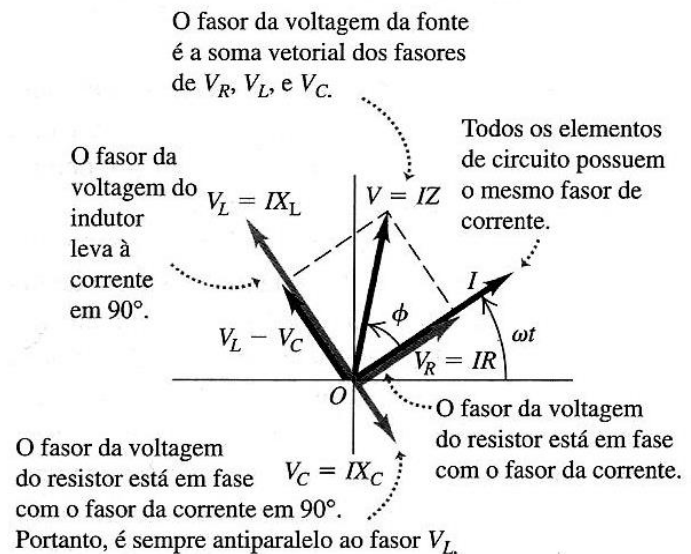
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + [\omega L - (1/\omega C)]^2}$$

(a) Um circuito R - L - C



(b) Diagrama de fatores para $X_L > X_C$





IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

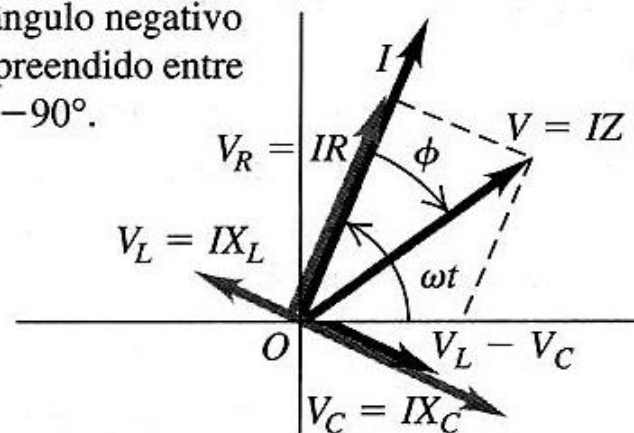
$$\operatorname{tg} \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{I(X_L - X_C)}{IR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

$$v = V \cos(\omega t + \phi)$$

(c) Diagrama de fasores para $X_L < X_C$

$X_L < X_C$, o fasor da voltagem está atrasado em relação ao fasor da corrente, $X < 0$, e ϕ é um ângulo negativo compreendido entre 0° e -90° .



Elemento do circuito	Relações entre amplitudes	Grandeza do circuito	Fase de v
Resistor	$V_R = IR$	R	Em fase com i
Indutor	$V_L = IX_L$	$X_L = \omega L$	Adiantada 90° em relação a i
Capacitor	$V_C = IX_C$	$X_C = 1/\omega C$	Atrasada 90° em relação a i



$$V = IZ$$

$$\frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{I}{\sqrt{2}}Z$$

$$V_{\text{qm}} = I_{\text{qm}}Z$$

Potência em um resistor

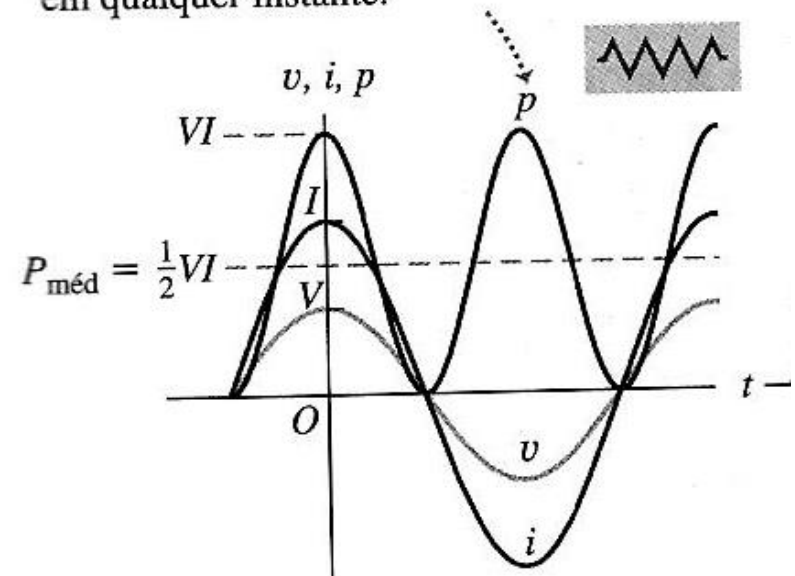
$$p = vi$$

$$P_{\text{méd}} = \frac{1}{2}VI$$

Uma expressão equivalente é

$$P_{\text{méd}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} = V_{\text{qm}} I_{\text{qm}}$$

Para um resistor, $p = vi$ é sempre positivo, porque v e i são positivos ou são negativos em qualquer instante.





Porém, como $V_{\text{qm}} = I_{\text{qm}}R$, podemos também expressar $P_{\text{méd}}$ mediante qualquer uma das seguintes relações:

$$P_{\text{méd}} = I_{\text{qm}}^2 R = \frac{V_{\text{qm}}^2}{R} = V_{\text{qm}} I_{\text{qm}}$$



Potência em um indutor

$$p = vi$$

$$p = -I\omega L \sin(\omega t) I \cos(\omega t)$$

Usando que: $\cos(\omega t) \sin(\omega t) = \frac{1}{2} \sin(2\omega t)$

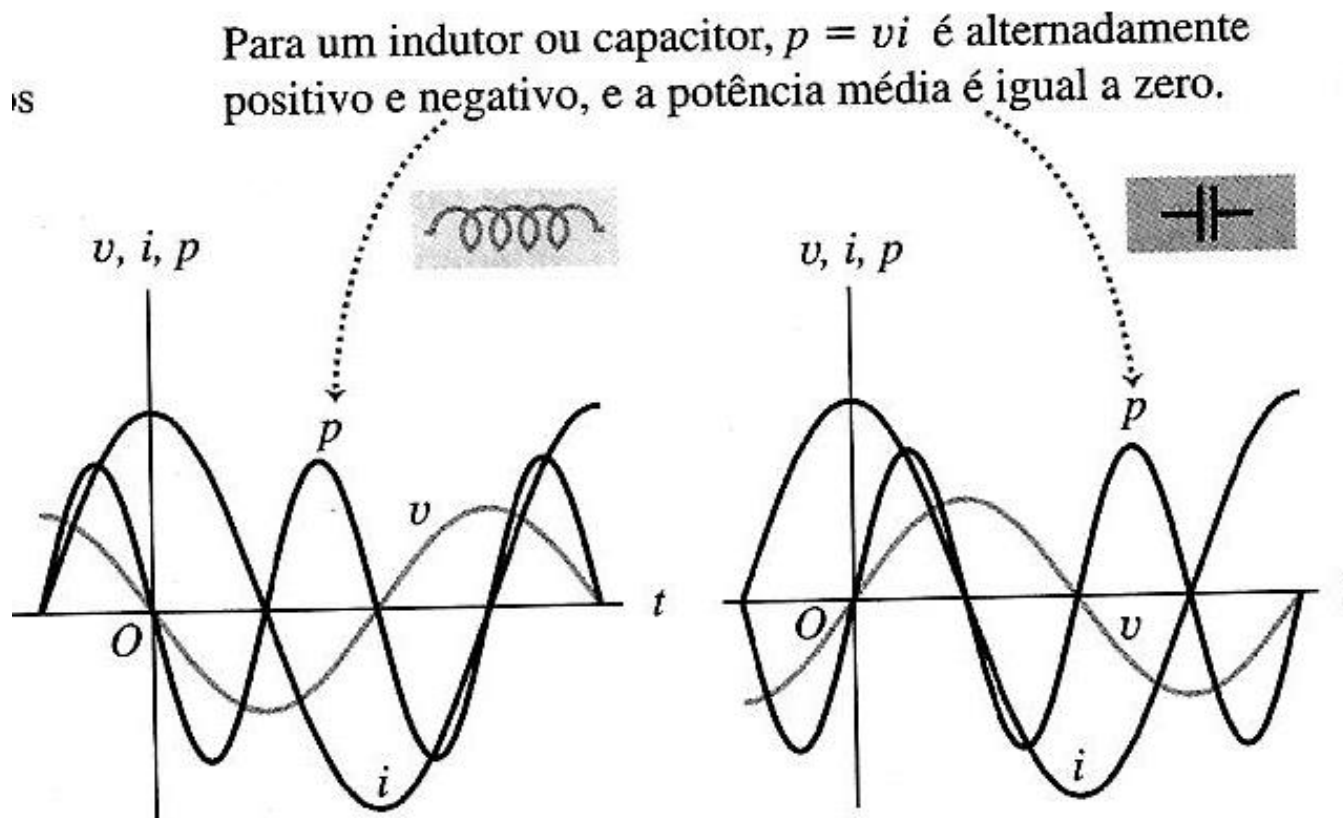
$$P_{\text{méd}} = 0$$

Potência em um capacitor

$$P_{\text{méd}} = 0$$



IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I





Potência em um circuito ca genérico

$$p = vi = [V \cos(\omega t + \phi)][I \cos \omega t]$$

$$p = [V (\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi)][I \cos \omega t]$$

$$= VI \cos \phi \cos^2 \omega t - VI \sin \phi \cos \omega t \sin \omega t$$

$$P_{\text{méd}} = \frac{1}{2} VI \cos \phi = V_{\text{qm}} I_{\text{qm}} \cos \phi$$



Ressonância em circuito ca

$$I_{qm} = \frac{V_{qm}}{Z}$$

$$I_{qm} = \frac{V_{qm}}{\sqrt{R^2 + (X_L^2 - X_C^2)}}$$

Na ressonância, a corrente do circuito é máxima . Ocorre em $X_L = X_C$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

Ocorre quando $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

Nesta frequência, corrente em fase com a voltagem, já que: $\operatorname{tg} \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = 0$
 $\phi = 0$

Vimos que: $P_{\text{méd}} = V_{qm} I_{qm} \cos \phi$

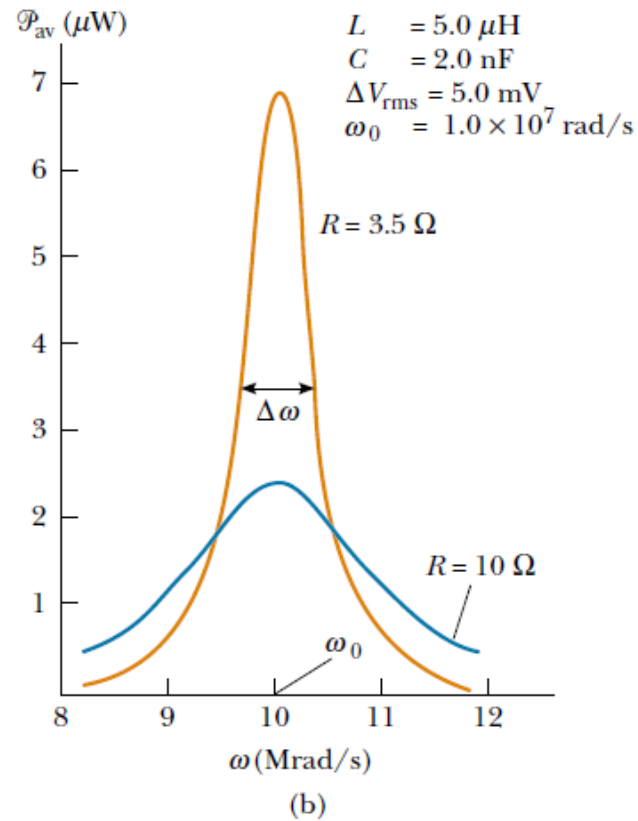
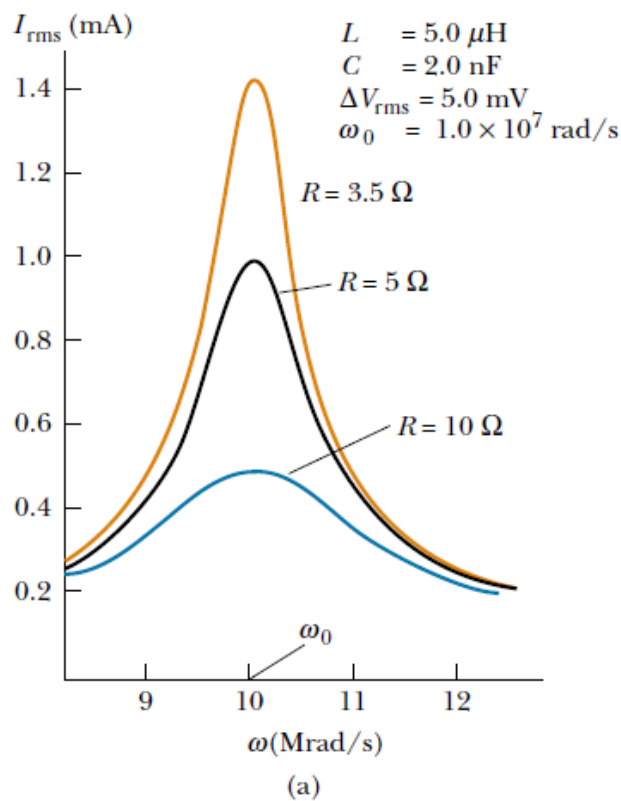
$$P_{\text{méd}} = V_{qm} \frac{V_{qm}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$P_{\text{méd}} = \frac{V_{qm}^2 R}{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

A potência máxima também ocorre quando $X_L = X_C$, isto é, $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I





Definire-se o fator de qualidade pela razão entre:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

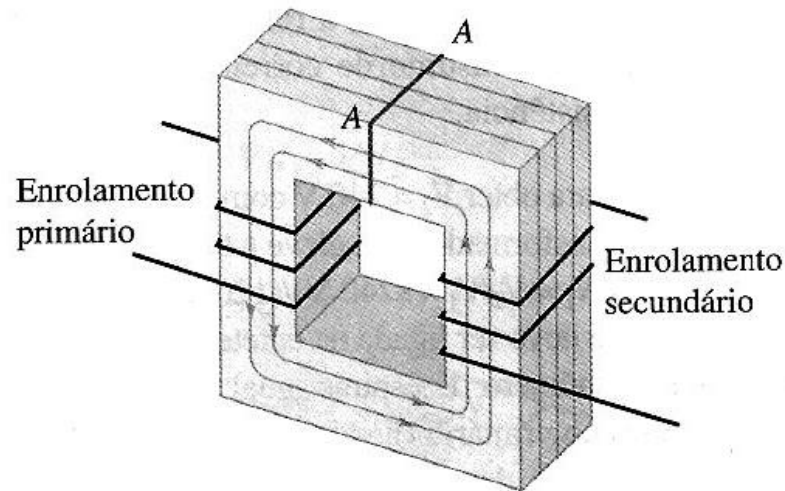
$$\Delta\omega = R/L,$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$



Transformadores

(a) Transformador esquematizado



$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$



Considerações sobre a energia para transformadores

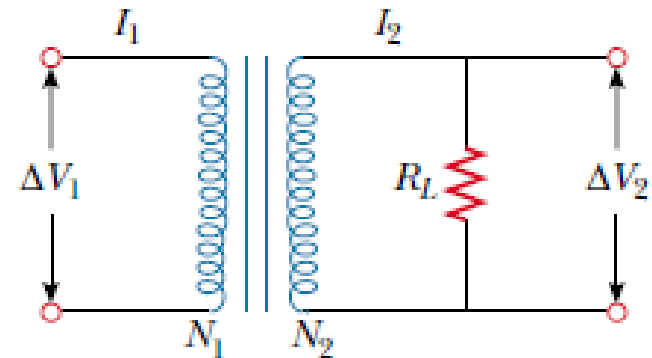
Potência do primário transferida para o secundário

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

Corrente no secundário: $I_2 = \frac{V_2}{R_L}$

Corrente no primário: $I_1 = \frac{V_1}{R_{eq}}$

$$R_{eq} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} V_2 \frac{1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2} \frac{R_L I_2}{I_1}$$



$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$R_{eq} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_L$$

O transformador também altera o valor da resistência do enrolamento primário



Vamos supor que se queira conectar um alto falante de 8 Ohms a um amplificador com de áudio de impedância de 1 kOhms. O máximo de potência transferida ocorre quando as impedância são iguais. Por isso, podemos fazer uso de um transformador adequado para o "casamento" das impedâncias.