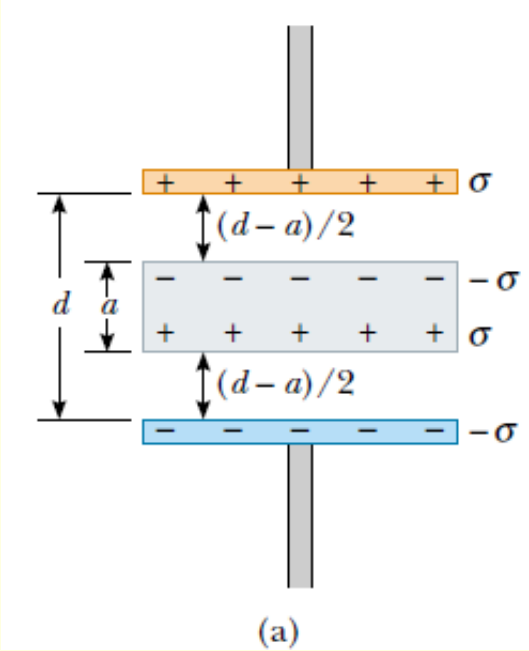
Efeito de uma placa metálica

Exercício 1- Um capacitor de placas paralelas tem área *A* e distância de separação *d*. Uma placa de mesma área e espessura *a* é inserida no meio das placas. (a) Encontre a espessura do dispositivo. (b) Mostre que a capacitância não é afetada se a placa metálica é infinitesimalmente fina.



$$C = C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

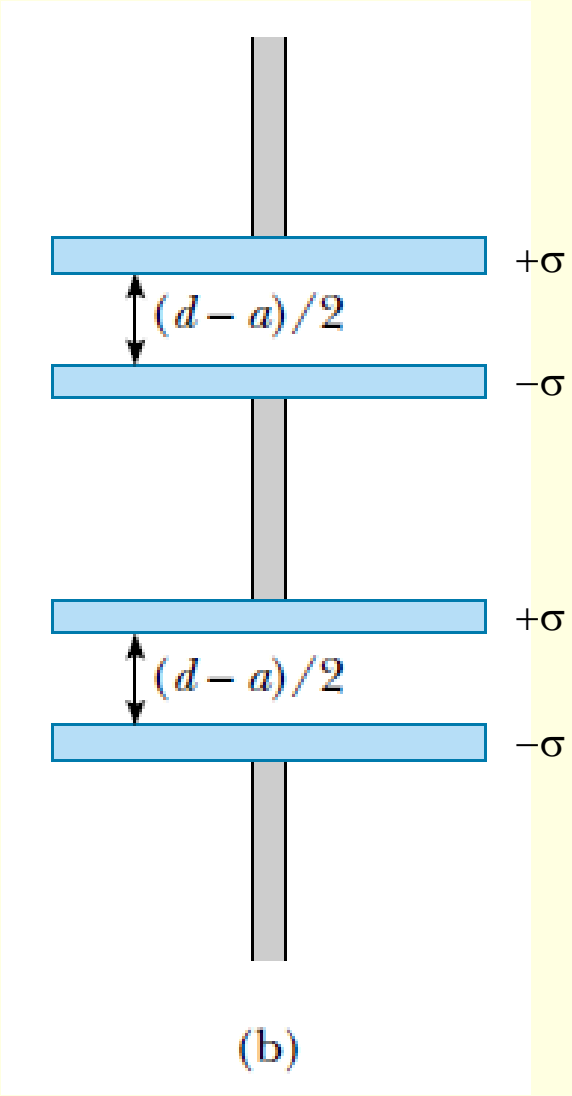
$$V = V_+ - V_- = \int_0^d \vec{E}.d\vec{l} = \frac{E(d-a)}{2} + 0.a + \frac{E(d-a)}{2} = E(d-a)$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

(a) $$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{E(d-a)} = \frac{Q\varepsilon_0 A}{Q(d-a)} = \frac{\varepsilon_0 A}{d-a}$$

(b) Se *a* tende a zero, então $$C = C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Outra maneira de resolver o problema é notar que o sistema anterior é equivalentea dois capacitores em série.

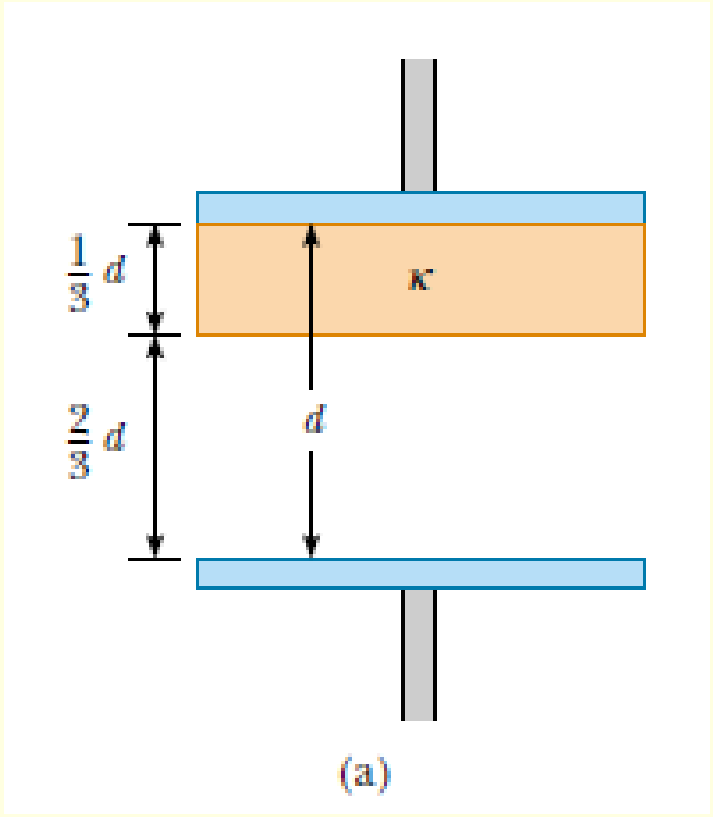


$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} = \frac{2(d-a)}{\varepsilon_0 A 2} = \frac{d-a}{\varepsilon_0 A}$$

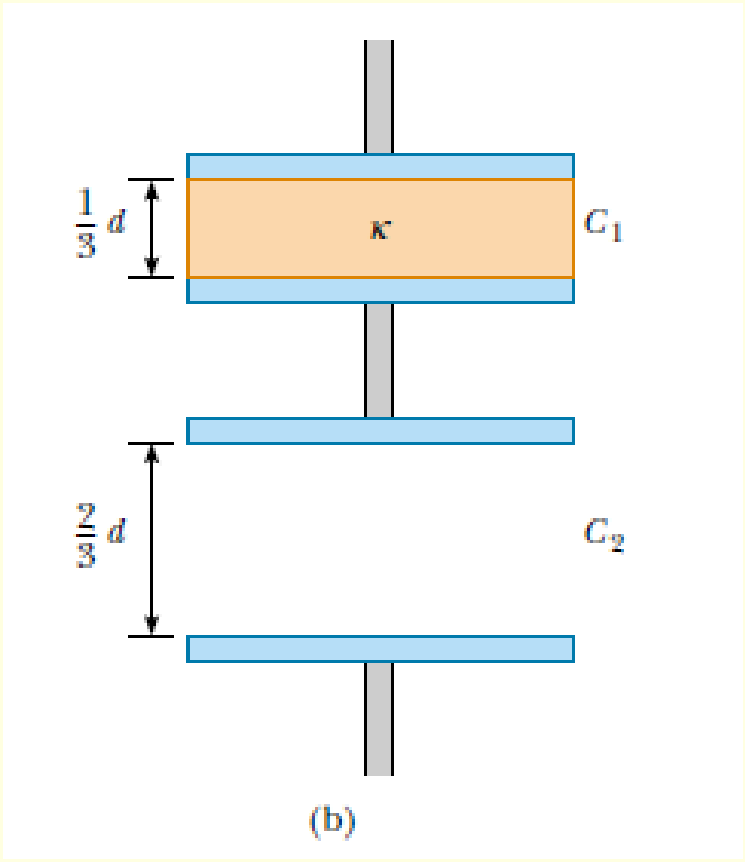
$$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{d-a}$$

Efeito de uma placa dielétrica preenchendo um terço do espaço entre as placas

Exercício 2- Um capacitor de placas paralelas tem área *A* e distância de separação *d*. Uma placa de mesma área e espessura *a* é inserida no meio das placas. (a) Encontre a espessura do dispositivo. (b) Mostre que a capacitância não é afetada se a placa metálica é infinitesimalmente fina.



Equivalente a:



$$C_1 = KC_0 = \frac{K\varepsilon_0 A}{d/3}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{2d/3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d}{3K\varepsilon_0 A} + \frac{2d}{3\varepsilon_0 A} = \frac{d + 2dK}{3K\varepsilon_0 A}$$

$$C_{eq} = \frac{3K\varepsilon_0 A}{(1+2K)d}$$

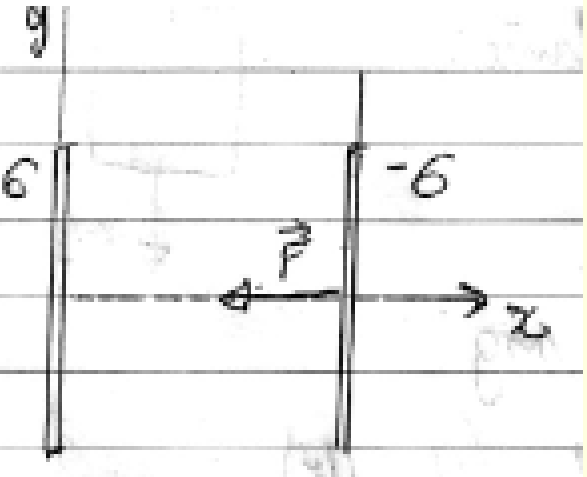
P4.4 Um capacitor de placas paralelas, cuja área é A, está carregado com carga q. Mostre que as placas se atraem com a força $F = q^2/2\epsilon_0 A$.

P4.5 Um capacitor de placas paralelas, de capacitância igual a 200 pF e placas separadas 1,00 mm, tem uma diferença de potencial de 50 V entre as placas. Calcule a força entre as placas.

P4.4) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{x}$

$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2 x}{2\varepsilon_0 A}$

$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$



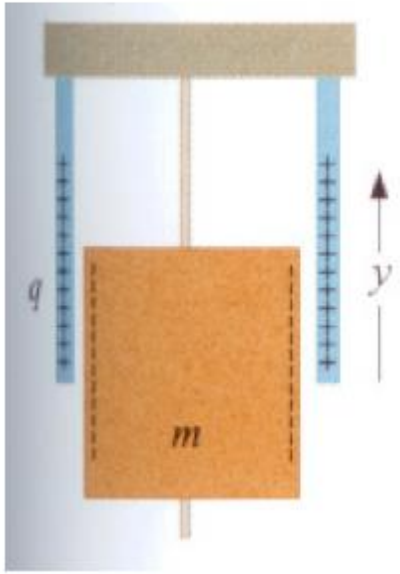
P4.8.) $F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$

$Q = CV = 200 \times 10^{-12} \times 50 = 1{,}0 \times 10^{-8}\ C$

$A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{200 \times 10^{-12} \times 1{,}0 \times 10^{-3}}{8{,}85 \times 10^{-12}} = 22{,}6 \times 10^{-3}\ m$

$F = \frac{(1{,}0 \times 10^{-8})^2}{2 \times 8{,}85 \times 10^{-12} \times 22{,}6 \times 10^{-3}} = 2{,}5 \times 10^{-4}\ N$

P4.8 A figura mostra um corte em um capacitor cilíndrico carregado com carga q. Os raios dos cilindros interno e externo são a e b, respectivamente. O cilindro interno, de massa m, pode deslizar sem atrito em um eixo isolante, de modo que sua coordenada vertical é variável. Calcule o valor de y para o qual o peso do cilindro interno é compensado pela força vertical elétrica que o outro cilindro exerce sobre ele. *Sugestão*: calcule a energia potencial U do capacitor e use o fato de que $F = -dU/dy$.



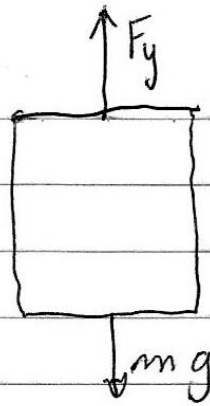
P4.8.) O comprimento do capacitor cilíndrico que efetivamente contribui para a capacitância é dado pela distância y

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 y}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

A energia do capacitor é: $U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

$$U = \frac{q^2}{2 \times 2\pi\varepsilon_0 y} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)(-)y^{-2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 y^2} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



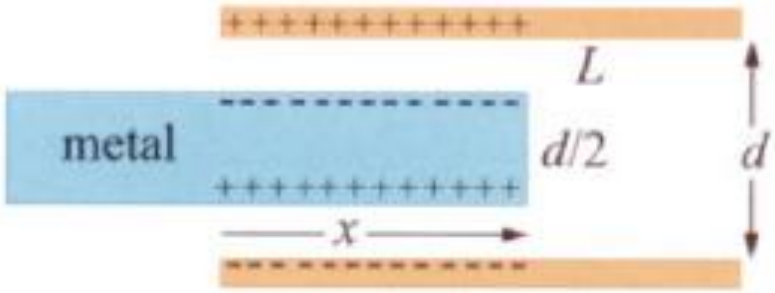
$$F_y = mg$$

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{y^2} = mg$$

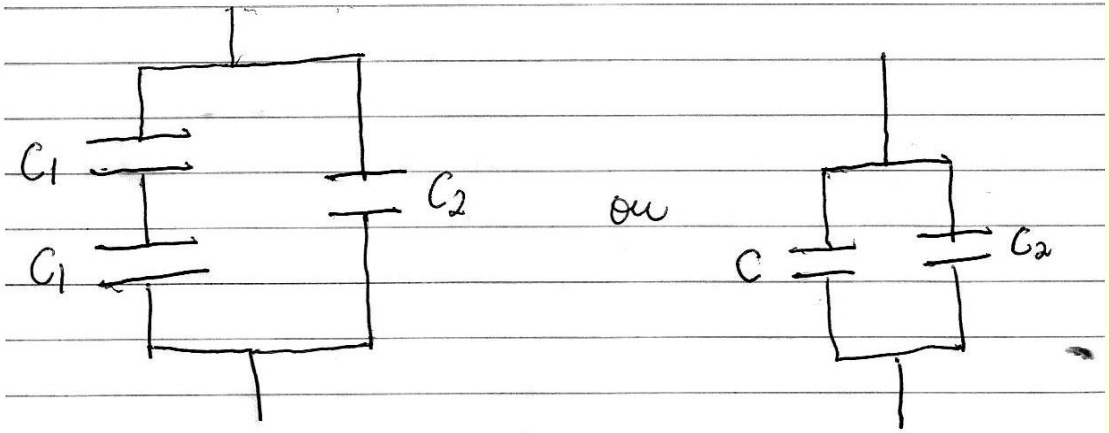
$$y^2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mg} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$y = \left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mg} \ln\left(\frac{b}{a}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

P4.13 Na figura, as faces grandes tanto das placas do capacitor como do bloco metálico que se insere entre as placas são quadradas, com lado L. Certos vínculos permitem que o bloco metálico deslize livremente na horizontal, mantendo-se sempre equidistante das placas. Calcule a capacitância para (A) $x = 0$, (B) $x = L/2$ e (C) $x = L$. *Sugestão*: trate o sistema como uma combinação de capacitores.



O sistema é equivalente a:



onde $C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 A_1}{d_1} = \dfrac{\varepsilon_0 L x}{d/4} = \dfrac{4\varepsilon_0 L x}{d}$

$C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 A_2}{d_2} = \dfrac{\varepsilon_0 L (L-x)}{d}$

Os dois capacitores C_1 à esquerda estão em série e são equivalentes ao capacitor C

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} = \frac{2}{C_1} = \frac{2d}{4\varepsilon_0 L x} = \frac{d}{2\varepsilon_0 L x}$$

$$C = \frac{2\varepsilon_0 L x}{d}$$

Os capacitores C e C_2 na figura a direita estão em paralelo

$$C_{eq} = C + C_2 = \frac{2\varepsilon_0 L x}{d} + \frac{\varepsilon_0 L (L-x)}{d}$$

$$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 L}{d}(2x + L - x) = \frac{\varepsilon_0 L}{d}(x + L)$$

(a) $x = 0$

$$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 L^2}{d} = C_0$$

(b) $x = \frac{L}{2}$

$$C_{eq} = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon_0 L^2}{d} = \frac{3}{2} C_0$$

(c) $x = L$

$$C_{eq} = \frac{2\varepsilon_0 L^2}{d} = 2C_0$$