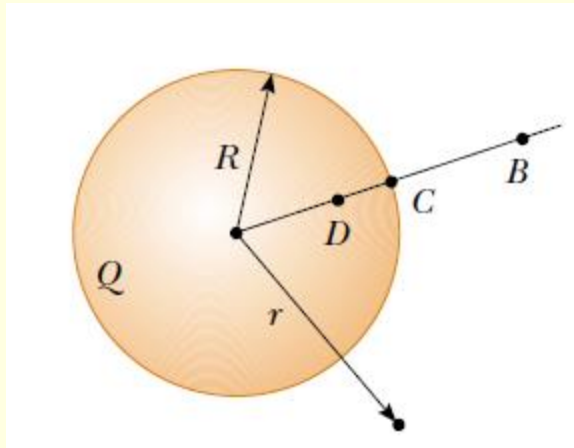




Exemplo 1- Esfera condutora carregada.

Uma esfera condutora maciça, sem buracos,, possui um raio R e uma carga total q . Determine o potencial em todos os pontos, no interior e exterior da esfera.



Para $r > R$

$$V_B - V_\infty = \int_B^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_B^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr$$

$$V_B - V_\infty = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_r^\infty$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Para $r = R$

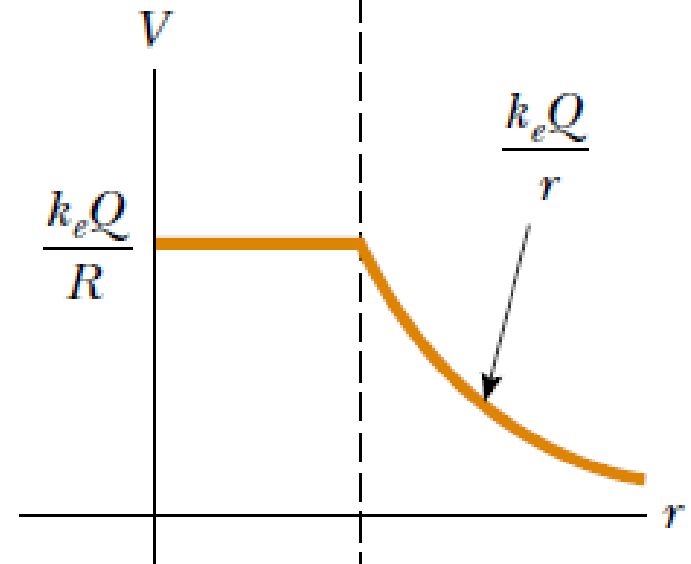
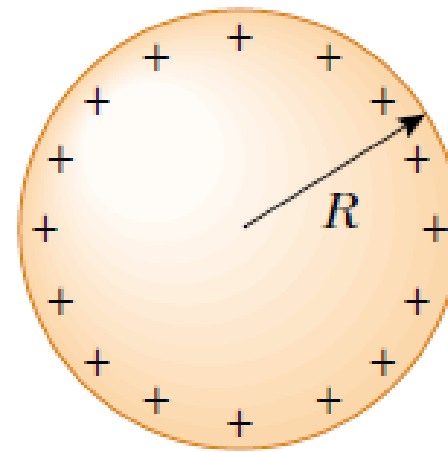
$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$$

Para $r < R$

$$V_D - V_C = \int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Como $E=0$ dentro do condutor

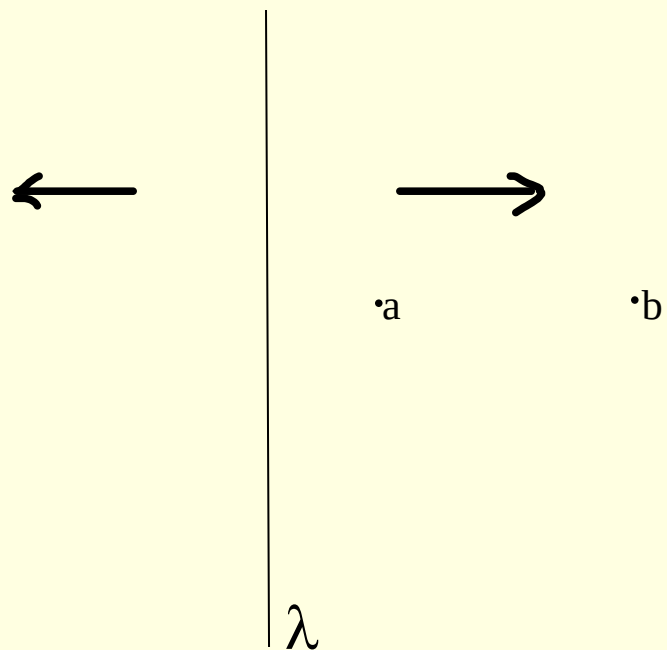
$$V_D = V_C$$





Exemplo 2- Fio infinito carregado

Calcule o potencial a uma distância r de um fio carregado muito longo de densidade linear de carga λ .



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Clique para adicionar texto

Calculando a diferença de potencial entre os pontos a e b

$$V_a - V_b = \int_{r_a}^{r_b} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} E_r dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} r^{-1} dr$$

$$V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

Perceba que eu não posso definir o potencial em zero no infinito e nem em $r=0$ pois a diferença de potencial tende a infinito nestes dois casos.

Posso definir o potencial zero em a , distando R do fio.

$$0 - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{R}$$

$$V_b = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{R}$$

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{r}$$

Exemplo 3- Fio finito de carga

Um fio de comprimento l ao longo do eixo x tem uma carga total Q e uma densidade linear de carga uniforme $\lambda=Q/l$. Encontre o potencial elétrico em um ponto P localizado sobre o eixo y a uma distância a da origem.

Neste caso, não conhecemos o campo elétrico, mas podemos calcular o potencial através de:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

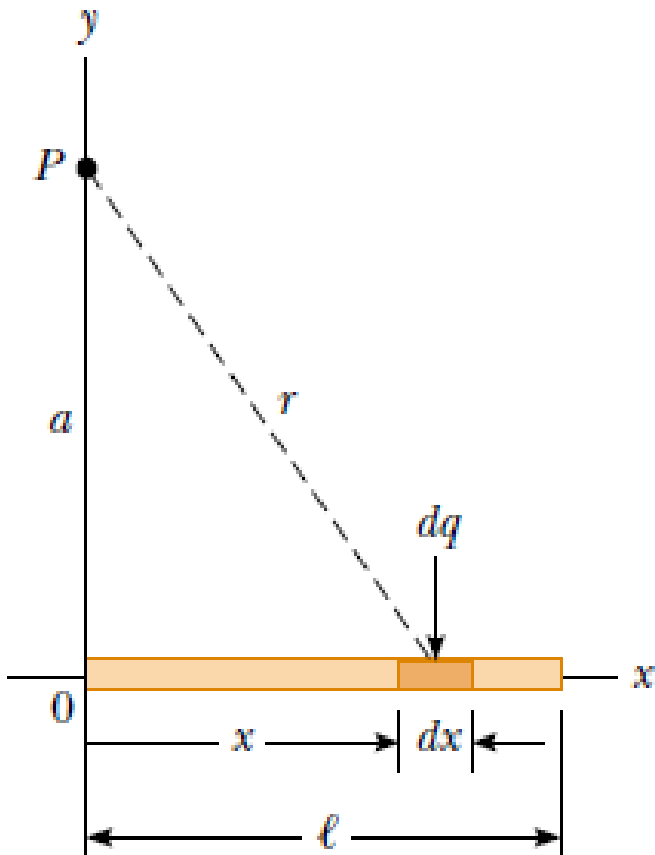
$$dq = \lambda dx$$

$$r = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

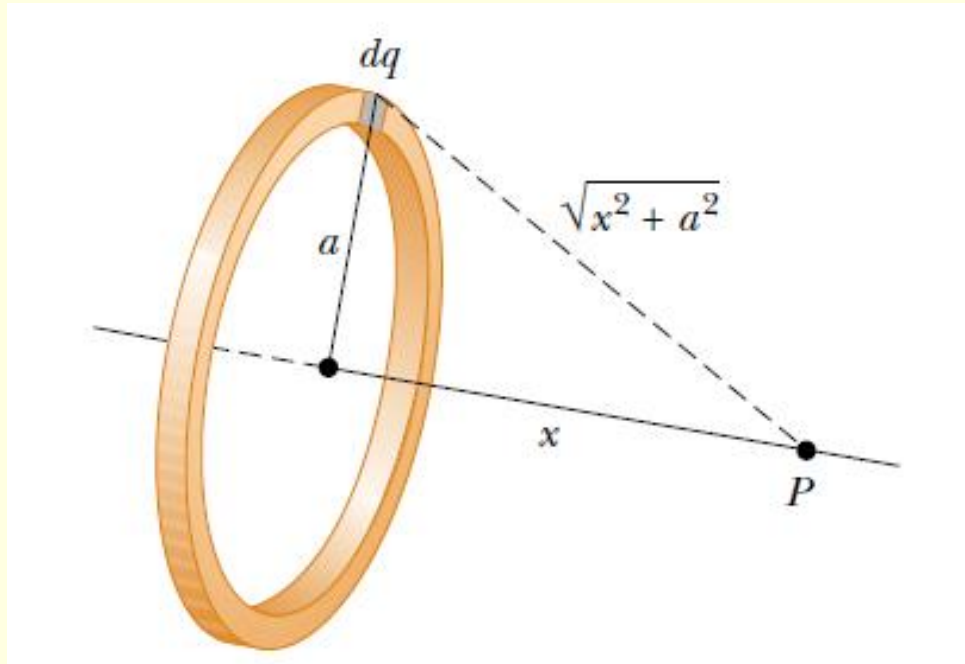
$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 l} \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a^2} \right) \Big|_0^l$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 l} \ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a} \right)$$



Exemplo 4- Anel carregado

Uma carga elétrica Q está distribuída uniformemente em torno de um anel fino de raio a . Calcule o potencial em um ponto P situado sobre o eixo do anel a uma distância x do centro do anel.



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

$$r = \sqrt{a^2 + x^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\lambda a d\theta}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

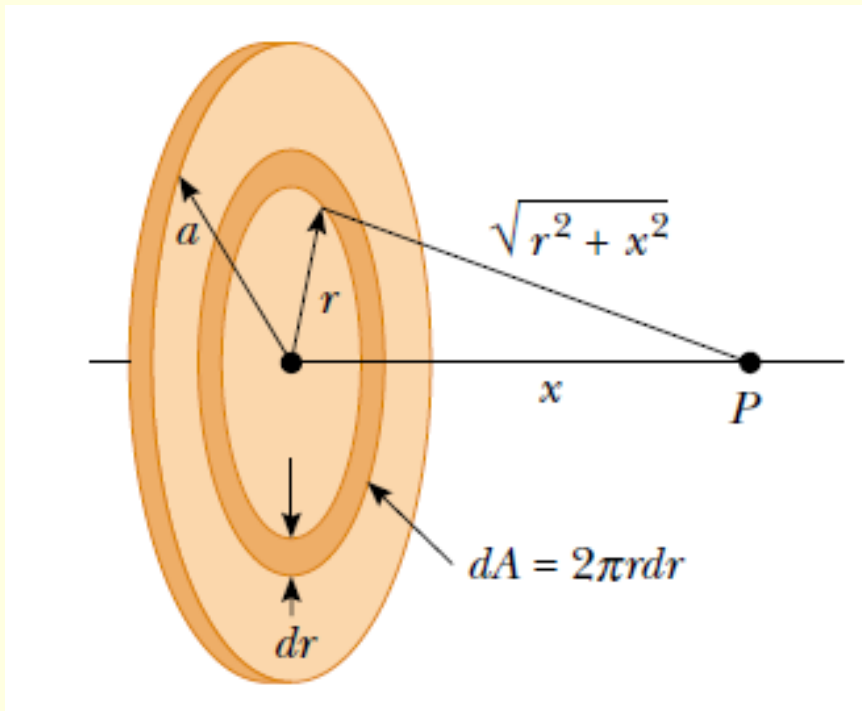
$$V = \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + x^2}} \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$V = \frac{Qa2\pi}{4\pi\epsilon_0 2\pi a \sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + x^2}}$$

Exemplo 5- Disco carregado

Uma carga elétrica Q está distribuída uniformemente em torno de um anel fino de raio a . (a) Calcule o potencial em um ponto P situado sobre o eixo do anel a uma distância x do centro do anel, conforme mostra a figura. (b) A amplitude deste campo elétrico neste ponto.



(a)

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$V = \int_0^a dV = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \int_0^a \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$V = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \left(2\sqrt{r^2 + x^2} \right) \Big|_0^a$$

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\left(x^2 + a^2 \right)^{\frac{1}{2}} - x \right]$$

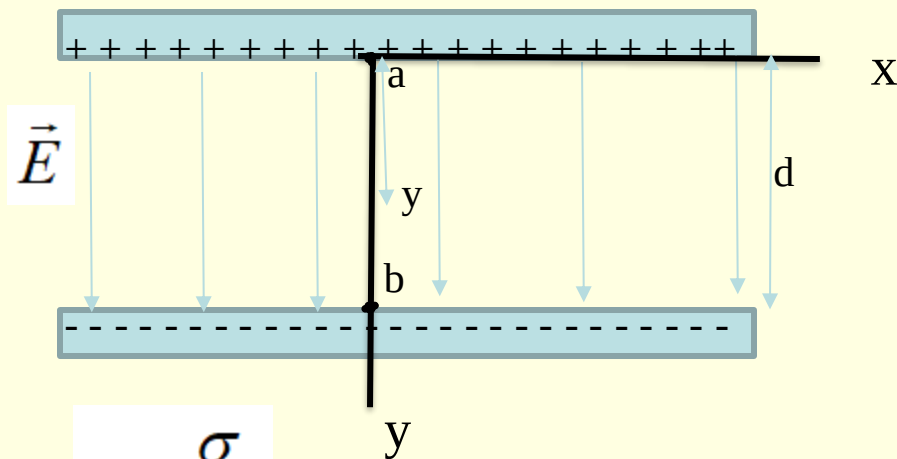
(b)
$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\left(x^2 + a^2 \right)^{\frac{1}{2}} - x \right]$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{2} \left(x^2 + a^2 \right)^{-1/2} 2x - 1 \right]$$

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{\left(x^2 + a^2 \right)^{1/2}} \right]$$

Exemplo 6- Placas paralelas carregadas com cargas opostas

Determine o potencial em qualquer altura y entre placas condutoras paralelas carregadas com cargas opostas



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$V_a - V_b = \int_a^b E \vec{j} \cdot d\vec{y} \vec{j} = E \int_a^b dy = Ed$$

$$V_a - V_y = Ey$$

$$V_y = V_a - Ey$$

Escolhendo $V_{d/2} = 0$

$$V_{d/2} = V_a - \frac{Ed}{2} = 0$$

$$V_a = \frac{Ed}{2}$$

$$V_y = \frac{Ed}{2} - Ey$$

$$V_y = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{d}{2} - y \right) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (d - 2y)$$

Exemplo 7- Duas esferas condutores distantes ligadas por fio

Duas esferas condutoras de raio r_1 e r_2 são separadas por uma distância muito maior do que os raios das esferas. As esferas são conectadas por um fio condutor. As cargas nas esferas em equilíbrio eletrostático são q_1 e q_2 e elas estão uniformemente carregadas. Encontre a razão entre as magnitudes dos campos elétrico nas superfícies das esferas.

Como as esferas estão muito distantes uma da outra e ligadas por fio:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2}$$

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2}$$

ou

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

Como uma esfera está distante da outra:

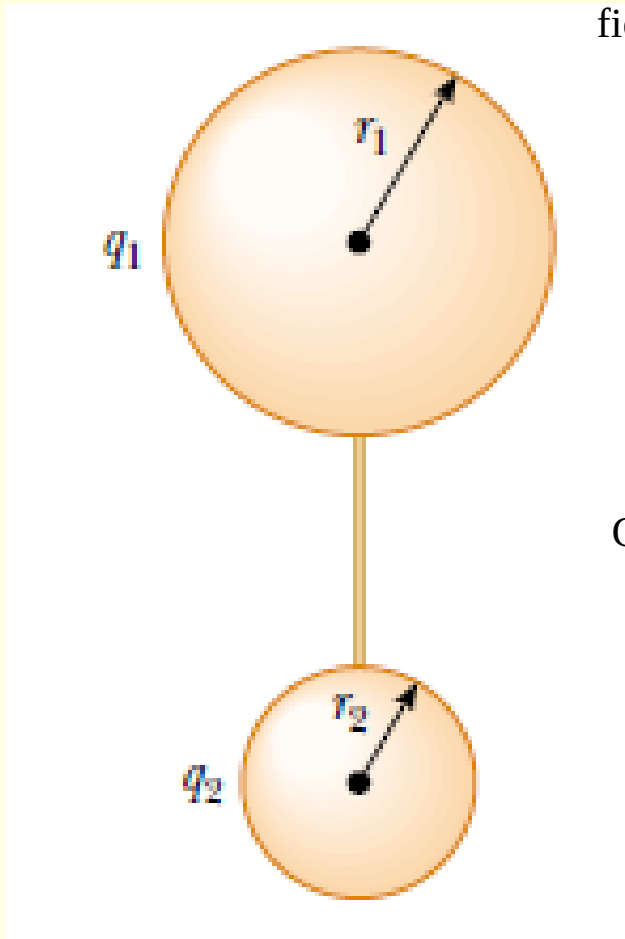
$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2}$$

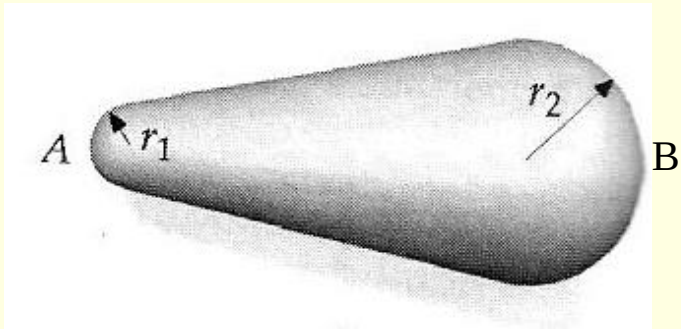
$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{q_2} \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$E_1 r_1 = E_2 r_2$$

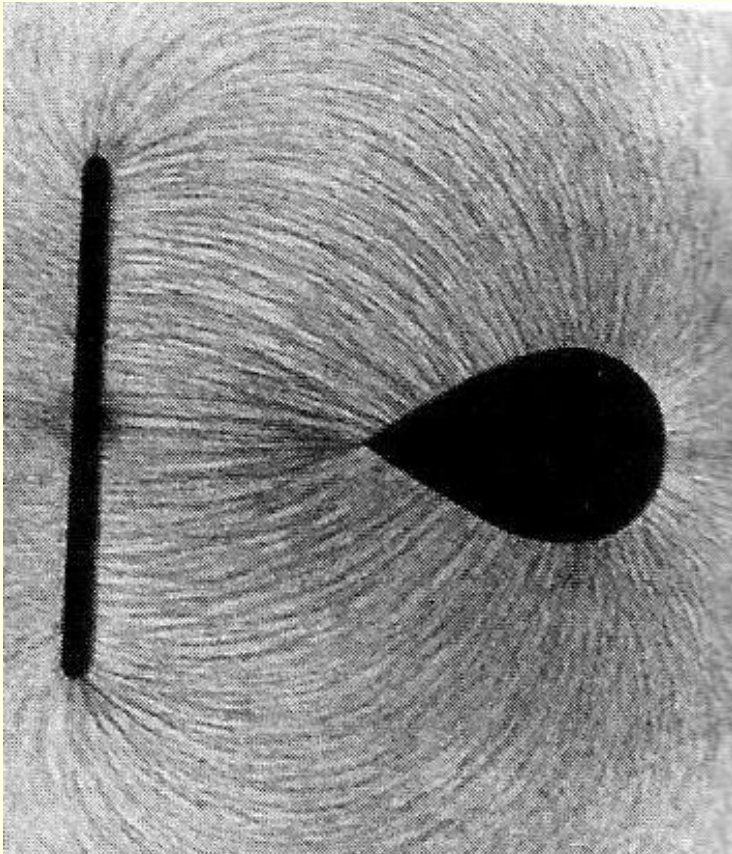
Esfera com menor raio tem maior campo elétrico na superfície





A carga neste condutor anesférico se distribui de modo que o campo elétrico é mais intenso no ponto A (raio de curvatura pequeno) do que no B

Chapa e condutor anesférico carregadas com cargas iguais e de sinais opostos. As linhas de campo São traçadas por pequenos fragmentos de fibras suspensos em óleo



Descarga corona

O limite máximo do campo elétrico na superfície de um condutor no ar é $E_m = 3 \times 10^6 \text{ V/m}$ (rigidez dielétrica do ar), já que o ar torna-se ionizado e pode conduzir corrente através da descarga de corona. Para um condutor esférico de raio r , o potencial máximo é $V = rE_m$.

