1. **6.12(a)** Um cilindro infinitamente longo, de raio R, tem magnetização

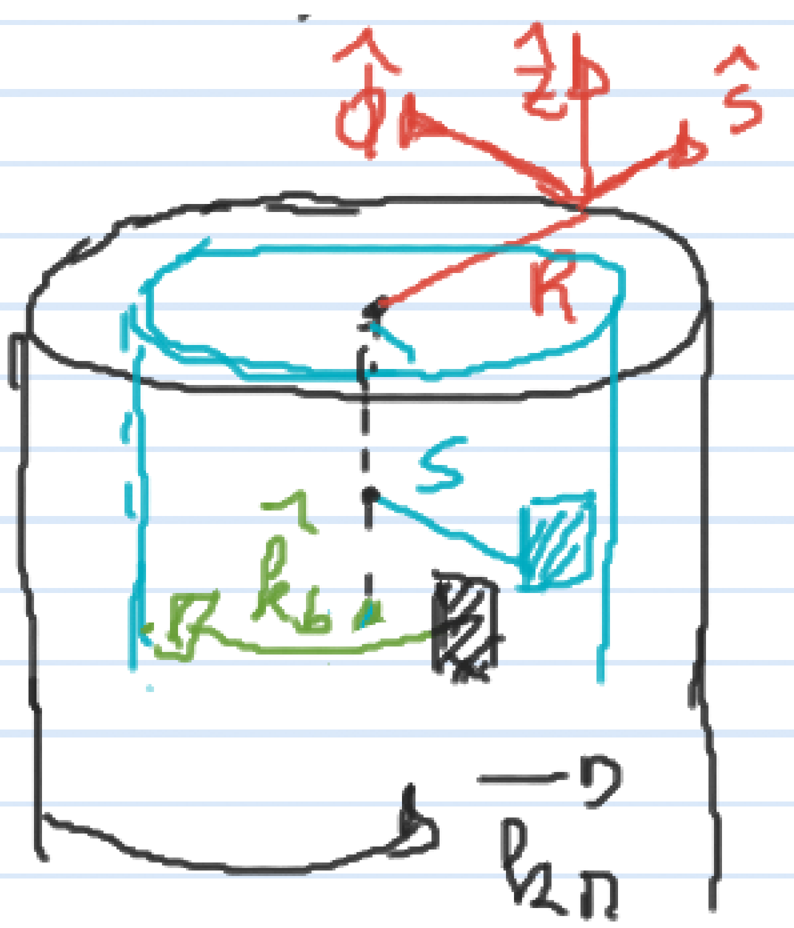
$$\vec{M} = ks\hat{z},$$

onde k é uma constante e s é a coordenada cilíndrica. Não há correntes livres. Encontre as correntes de magnetização e calcule o campo magnético que elas produzem, dentro e fora do cilindro.

$$\vec{J}_b = \vec{\nabla} \wedge \vec{M} = -k\,\hat{\phi}$$

$\hat{s}$

$\hat{\phi}\ \circlearrowleft\ \hat{z}$



$$\vec{K}_n = \vec{M} \wedge \vec{n} = ks\,\hat{z} \wedge \hat{s} = ks\,\hat{\phi} = kR\,\hat{\phi}$$

$$\vec{K}_n = kR\,\hat{\phi}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{J}_b \cdot d\vec{a} + \int \vec{K}_b \cdot d\vec{l}$$

$$B \cdot l = \int_s^R -k\,l\,ds' + \int_0^l kR\,dl'$$

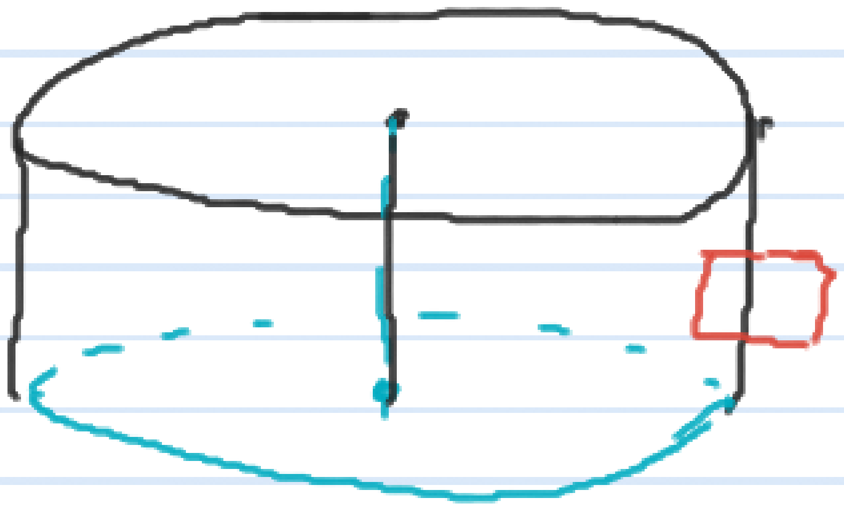
$$B\,l = \mu_0 \left\{ \left[-klR + kls \right] + kRl \right\} = +kls$$

$$B = \mu_0 k s \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \mu_0 k s\,\hat{\phi}}$$

2. **6.12(b)** Na situação da questão 1, encontre o campo $\vec{H}$ e, a partir dele e da magnetização dada, calcule o campo magnético.

Para $s < R$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{f(int)} = 0 \Rightarrow \vec{H} = \vec{0} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \vec{0}$$



$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - k s \hat{z} = \vec{0}$$

$$\vec{B} = \mu_0 k s \hat{z}$$

Para $s > R$ $\quad \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{0} = \vec{0} \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}$

$$\boxed{\vec{B} = \vec{0}}$$

3. **6.13(c)** Suponha que o campo dentro de um sólido grande feito de material magnético é $\vec{B}_0$, de forma que $\vec{H}_0 = \vec{B}_0/\mu_0 - \vec{M}$. Uma cavidade com formato de lâmina circular [Fig. 6.21(c)] é escavada no material, com superfície perpendicular à magnetização. Encontre o campo magnético no centro da cavidade, em função de $\vec{B}_0$ e $\vec{M}$. *Sugestão: abrir uma cavidade equivale a superpor um objeto com mesmo formato, mas magnetização oposta.*

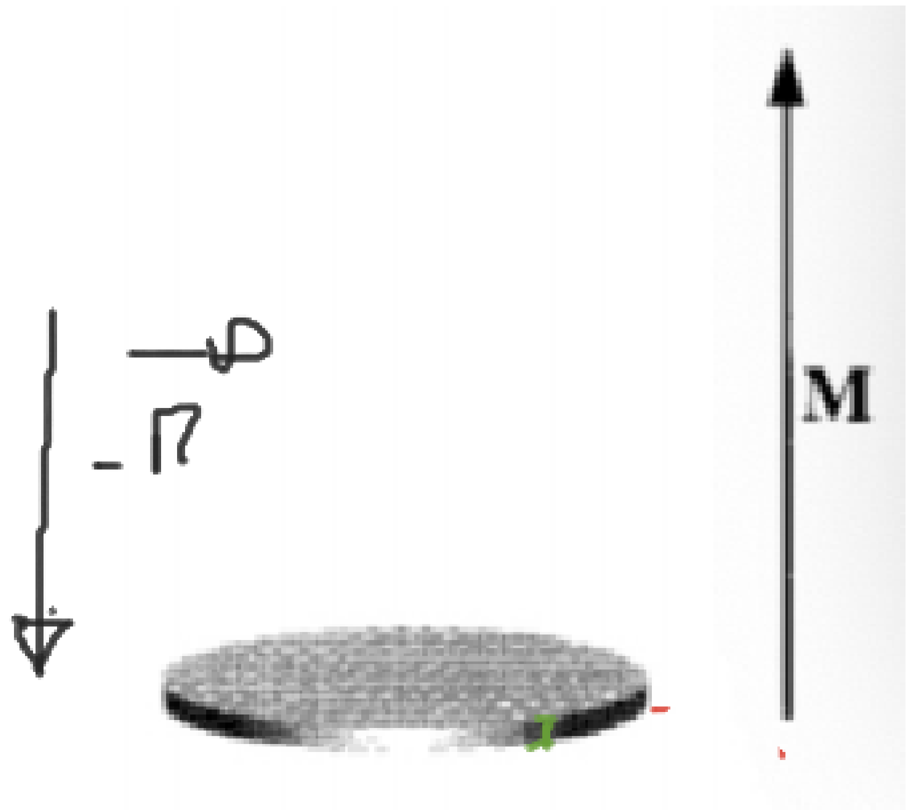
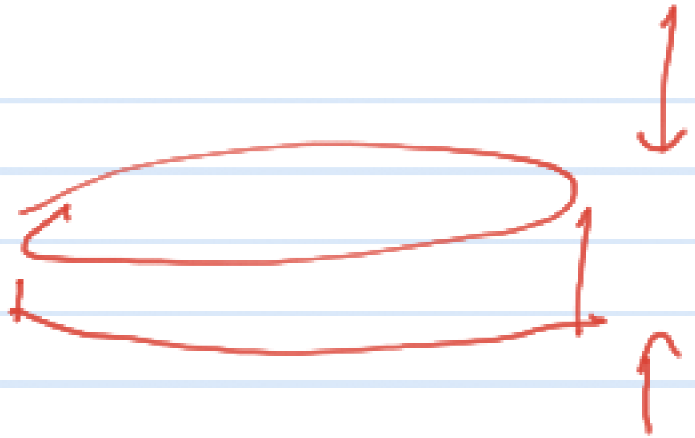


Figura 1: 6.21c

$$\vec H_0 = \vec B_0 - \vec M \Rightarrow \vec H_0 + \vec M = \frac{\vec B_0}{\mu_0}$$

$$K_m = \vec M \wedge \bar n$$

$$\Rightarrow B_{cav} = B_i = \vec B_0 \Rightarrow \boxed{\vec B_{cav} = \vec B_0}$$



$$\vec H_{cav} = \frac{1}{\mu_0}\vec B_0 \Rightarrow \vec H_{cav} = \vec H_0 + \vec M$$

$$\vec H_{cav} = \vec H_0 + \vec M$$

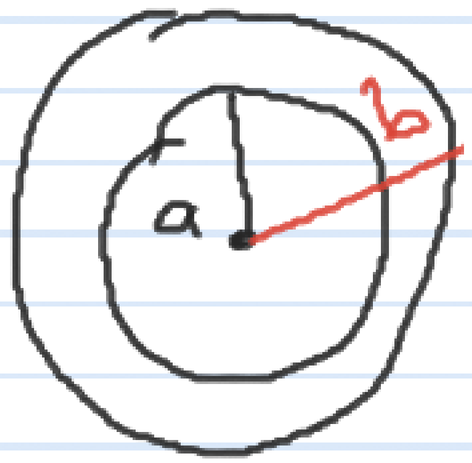
a pequeno

$I = K_m \cdot a$

Vai ser pequeno

Vou desconsiderar.

5. **7.4** Suponha que a condutividade do material que separa duas cascas cilíndricas concêntricas condutoras muito longas, de raios a e b $(a < b)$, é $\sigma(s) = k/s$, onde k é uma constante. Encontre a resistência do conjunto no regime estacionário. *Sugestão: No regime estacionário, $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$, ainda que $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ não seja zero. Assim, a corrente que passa por uma casca cilíndrica imaginária, de raio s, entre as duas cascas condutoras, é independente de s.*



a e b

$(a < b)$

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{a} = J(s)\, 2\pi s L \Rightarrow J(s) = \frac{I}{2\pi s L}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow E = \frac{J}{\sigma} \Rightarrow E = \frac{I}{2\pi \underbrace{s \sigma}_{} L} = \frac{I}{2\pi K L}$$

$$V = -\int \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\int_b^a \frac{I}{2\pi K L} ds$$

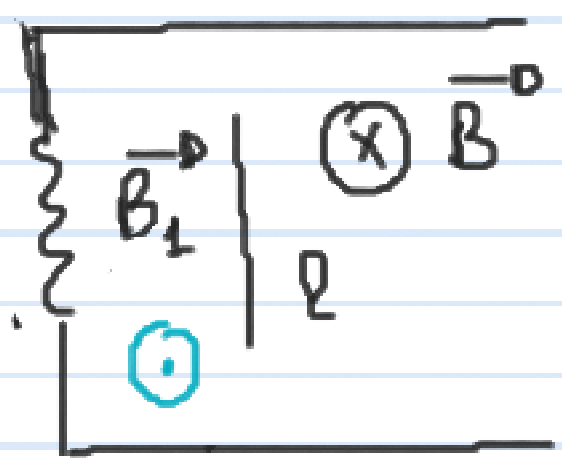
$$V = -\int \frac{I}{2\pi K L} \times ds = -\frac{I}{2\pi K L} \left[s \right]_b^a = \frac{-I}{2\pi k L} (a - b)$$

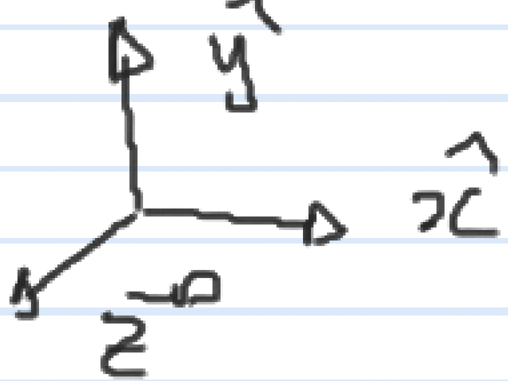
$$V = RI \Rightarrow \boxed{R = \frac{b-a}{2\pi k L}}$$

6. 7.7 Uma barra metálica de massa m escorrega sem atrito sobre dois trilhos condutores separados por distância ℓ, como mostra a Fig. 7.16. Um resistor liga os dois trilhos. O conjunto está imerso num campo magnético $\vec{B}$, que entra na tela.

(a) Se a barra corre para a direita com velocidade v, qual é a corrente no resistor? Identifique o sentido.

(b) Qual é a força magnética na barra? Identifique a direção e o sentido.





a) $\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi}{dt} = RI$;

$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{a}$

$-\dfrac{d\Phi}{dt} = -B\ell\dfrac{dx}{dt} = -B\ell v = RI \Rightarrow I = \dfrac{B\ell v}{R}$

b) Força de Lorentz

$\vec{F} = |I| \, d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = |I| \left(\ell \hat{y} \wedge B(-\hat{z}) \right) = -|I| \ell B \hat{x}$

$\vec{F} = -|I| \ell B \hat{x}$

c) $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{B^2 l^2 v}{R} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{v} = -\frac{B^2 l^2}{mR}\,dt$

$$V(t) = V_0 \exp -\frac{B^2 l^2}{mR} t$$

$$V(t) = V_0 \exp -\frac{B^2 l^2}{mR} t$$

d) A energia cinetica

$$P = \frac{dw}{dt} = I^2 R \quad ; \quad P = \varepsilon I \Rightarrow \varepsilon = RI$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{B^2 l^2 V^2}{R^{\cancel{2}}} \times \cancel{R} \Rightarrow \frac{dw}{dt} = \frac{B^2 l^2 V^2}{R} = \frac{B^2 l^2 V_0^2}{R} e^{-\frac{2B^2 l^2}{mR} t}$$

$$\alpha = \frac{B^2 l^2}{mR} \Rightarrow \frac{dw}{dt} = m\alpha V_0^2 e^{-2\alpha t}$$

$$w = \int_0^\infty \alpha m V_0^2 e^{-2\alpha t} dt = \frac{\alpha m V_0^2}{-2\alpha}\left[e^{-2\alpha t}\right]_0^\infty = \frac{\cancel{\alpha} m V_0^2}{-2\cancel{\alpha}}(0-1)$$

$$w = \frac{mV_0^2}{2}$$

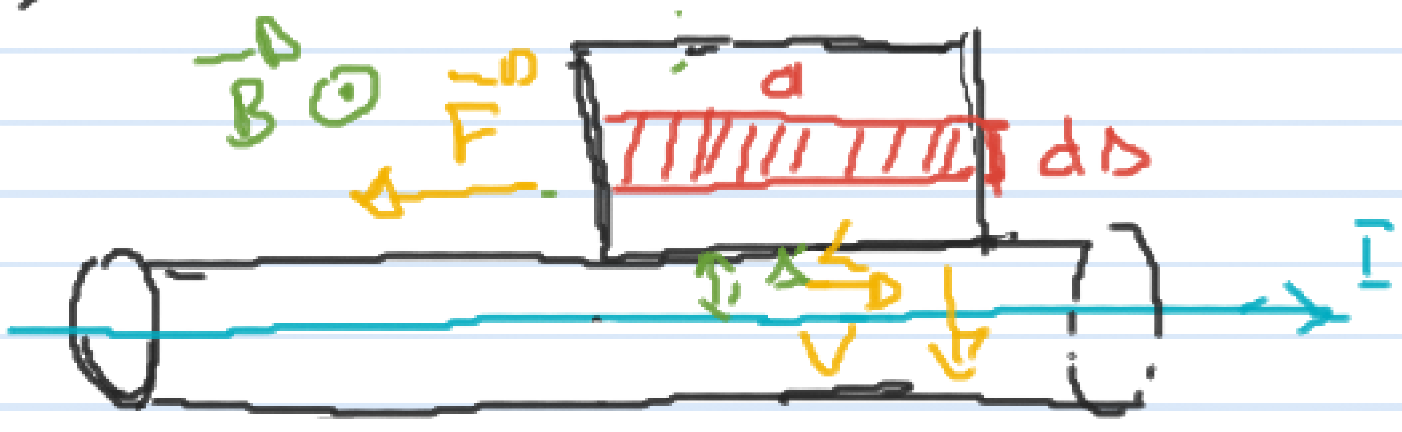
7. 7.8 Um circuito condutor quadrado, de lado a, está sobre uma mesa, perto de um fio por onde circula corrente I. Como mostra a Fig. 7.17, um dos lados do quadrado está à distância s do fio.

(a) Encontre o fluxo do campo magnético através do circuito.

(b) Se o circuito for puxado no sentido de afastamento do fio, com velocidade v, que força eletromotriz será gerada? Identifique o sentido em que circulará corrente pelo circuito.

(c) O que acontecerá se o circuito for puxado para a direita na figura, sem se afastar do fio?

a) $\Phi = ?$



$$\int \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{enc} \quad ; \quad \vec{dl} = \vec{ds}$$

$$B \times 2\pi s = \mu_0 I \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \hat{\phi}$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{dA} = B \times a\,ds \quad ; \quad \vec{dA} = a\,ds\,\hat{\phi}$$

$$\Phi = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \times a\,ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \int_s^{s+a} \frac{ds'}{s'} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{s+a}{s}\right)$$

b) $$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \frac{d}{dt}\left(\ln\left(\frac{s+a}{s}\right)\right) = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \frac{d}{dt}\left(\ln\left(1+\frac{a}{s}\right)\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\ln\left(1+\frac{a}{s}\right)\right) = \frac{-a}{s^2}\frac{ds}{dt} \times \frac{1}{1+\frac{a}{s}} = \frac{-a \times \cancel{s}}{(s+a)\, s^{\cancel{2}}} \times V$$

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\mu_0 I a^2 V}{2\pi (s+a) s}}$$

sentido de circulação do corrente : ver figura (regra de mao direct)

c) O Φ nao vai mudar $\Rightarrow \Phi = cte \Rightarrow -\frac{d\Phi}{dt} = 0$

$\Rightarrow \quad \varepsilon = 0$

8. **7.10** Um circuito quadrado, de lado a, está montado sobre um eixo vertical e é posto a rodar com velocidade angular ω, como na Fig. 7.18. Um campo magnético uniforme $\vec{B}$ aponta para a direita. Encontre a força eletromotriz em função do tempo nesse gerador de corrente alternada.

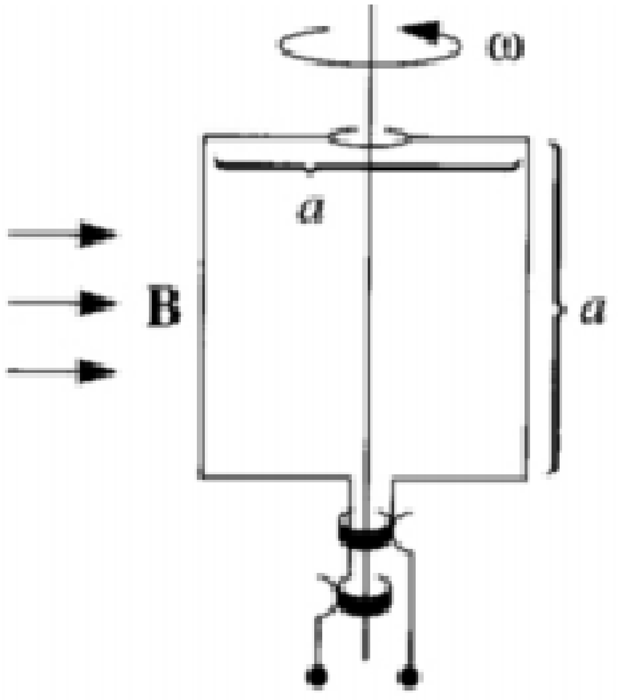


Figure 7.18

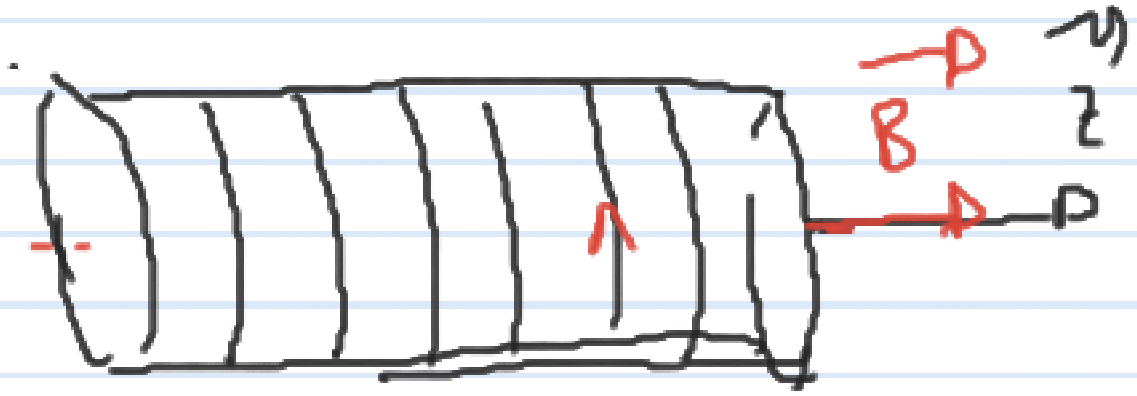
$$\mathcal{E}(t) = ?$$

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B a^2 \cos\theta \quad ; \quad \omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\Phi = B a^2 \cos \omega t \implies \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = B \omega a^2 \operatorname{sen} \omega t$$

9. **7.12** Um solenóide longo, de raio a, é alimentado por uma corrente alternada, de forma que o campo no interior da bobina é $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\hat{z}$. Um aro circular de raio $a/2$ e resistência R está posicionado no interior do solenóide, coaxialmente com ele. Encontre a corrente induzida no aro, em função do tempo.



Corrente induzida

$$\vec{B} = B_0 \cos \omega t$$

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = B\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$B(t) = B_0 \cos \omega t \left(\pi \frac{a^2}{4}\right)$$

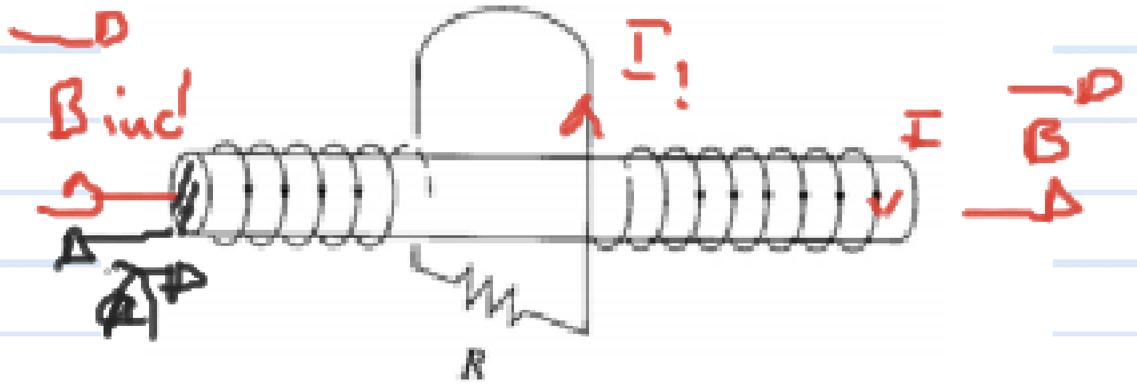
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B\omega \operatorname{sen} \omega t \left(\pi \frac{a^2}{4}\right) = -R I(t)$$

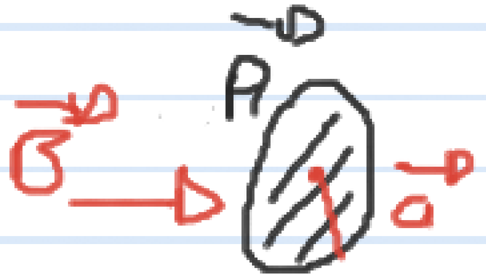
$$\varepsilon = \frac{\pi}{R} \frac{a^2}{4} B_0 \omega \operatorname{sen} \omega t$$

10. **7.17** Um solenóide longo de raio a, com n voltas por unidade de comprimento, é envolvido por um circuito condutor com resistência R, como mostra a Fig. 7.27.

(a) Se a corrente no solenóide cresce com taxa constante $k = dI/dt$, que corrente passa pelo circuito? Indique o sentido em que ela atravessa o resistor.

(b) Se a corrente I no solenóide for constante, mas o solenóide for retirado do circuito e, em seguida, inserido no sentido oposto, qual a carga total que circulará pelo circuito?





$\vec{A} = \pi a^2 \vec{n}$

a) $I = ?$ $\qquad B_{int}(\text{solenoide}) = \mu_0 n I$

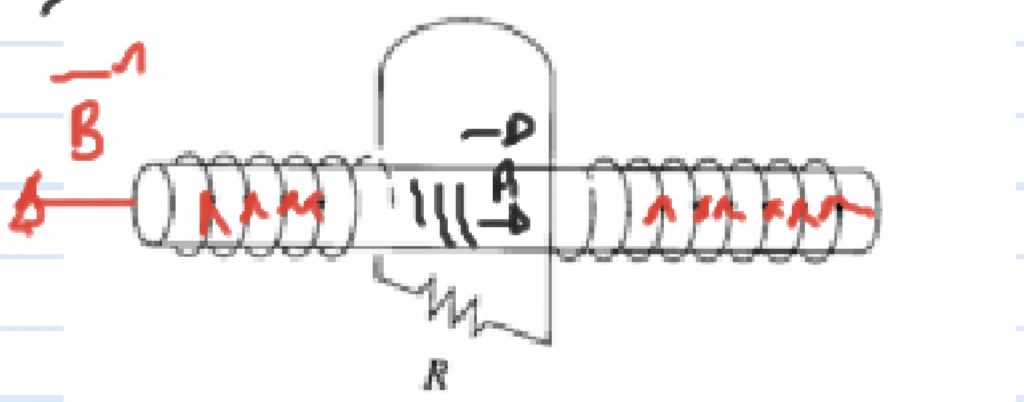
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \pi a^2 = \mu_0 n I \pi a^2$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \mu_0 \pi a^2 n \frac{dI(t)}{dt} = \mu_0 \pi a^2 K \qquad \left(K = \frac{dI}{dt}\right)$$

$$\varepsilon = U = RI \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mu_0 \pi a^2}{R} \Rightarrow i = \frac{\mu_0 \pi a^2}{R}$$

sentido de I_1 (ver a figura)

b)



$$\Phi_i = \vec{B}\cdot\vec{A} = B \cdot A \cos(\vec{B}, \vec{A})$$

$$\Phi_i = \Delta\Phi = B A \cos 0 = B A$$

$$\Phi_f = B A \cos 180 = - B A$$

$$\Delta\phi = \phi_f - \phi_i = BA(-1-1) = -2 \times \mu_0 n I \times \pi a^2$$

$$\Delta\phi = -2\mu_0 n I \pi a^2$$

$$U = RI \Rightarrow I = \frac{U}{R}$$

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt} = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow -\frac{1}{R}\Delta\phi = \Delta Q = +2\mu_0 n I \pi a^2 \times \frac{1}{R}$$

$$\Delta Q = \frac{2\mu_0 n I \pi a^2}{R}$$