Experimento II - Óptica ondulatória - Análise de imagens

Objetivos do experimento

- Investigar a natureza ondulatória da luz através do estudo da difração e interferência
- Estudar a difração de objetos bi-dimensionais
- Estudar a difração como uma transformada de Fourier
- Construir um computador óptico

O que é um computador óptico?

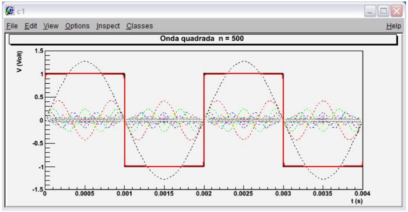
- Computador óptico é um dispositivo que permite a manipulação de uma imagem de maneira “analógica”, controlada, sem a necessidade de efetuar cálculos complicados
- Esse dispositivo pode e vai ser construído e estudado no laboratório: o desafio do experimento é entender os princípios de funcionamento e aplicá-los em alguns casos

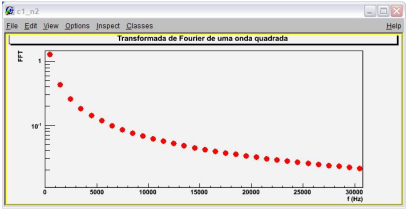
Transformada de Fourier unidimensional

- No caso unidimensional, a TF de uma função é:

$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-j\omega t} dt$$

- O gráfico de TF mostra a amplitude (y) para cada frequência que compõe o sinal unidimensional





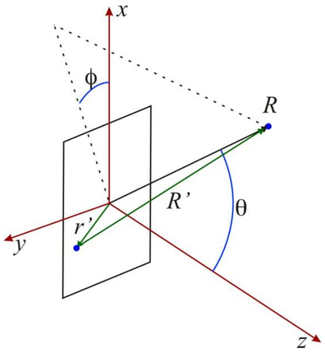
Generalizando a difração de Fraunhofer

- Atividade 1 do experimento II
- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dxdy$$

- Com:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{cases} k_x = k\mathrm{sen}\theta\cos\phi \\ k_y = k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi \end{cases}$$



Séries de Fourier

- Joseph Fourier, paper submetido em 1807
  - Referees: Lagrange, Laplace, Malus e Legendre
  - Funções trigonométricas podem ser combinadas de tal forma a representar qualquer função matemática

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n [a_n \cos(nx) + b_n \mathrm{sen}(nx)]$$

  - As constantes a_n e b_n podem ser obtidas a partir de

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad \text{e} \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \mathrm{sen}(nx) dx$$

Séries de Fourier

- Hoje em dia, usamos formalismos mais abrangentes

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n \left[a_n \cos(nx) + b_n \mathrm{sen}(nx)\right]$$

- Substituindo a fórmula de Euler $e^{jx} = \cos x + j \mathrm{sen} x$

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$$

- com

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-jnx} dx$$

Séries de Fourier

- Hoje em dia, usamos formalismos mais abrangentes

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n \left[a_n \cos(nx) + b_n \mathrm{sen}(nx)\right]$$

- Substituindo a fórmula de Euler $e^{jx} = \cos x + j \mathrm{sen} x$

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$$

- com

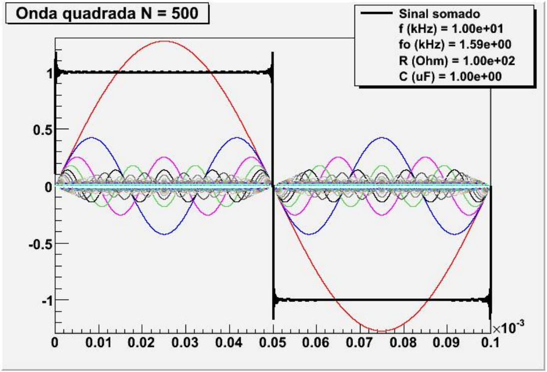
$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-jnx} dx$$

- As constantes a_n e b_n da expressão tradicional podem ser obtidas como:

$$a_n = c_n + c_{-n} \quad \text{e} \quad b_n = j(c_n - c_{-n}) \quad \text{com} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Exemplo: onda quadrada

$$V(t) = V_0 \left[\frac{4}{\pi} \mathrm{sen}(\omega t) + \frac{4}{3\pi} \mathrm{sen}(3\omega t) + \frac{4}{5\pi} \mathrm{sen}(5\omega t) + \cdots \right]$$



Séries de Fourier em 2D

- Transformada de fourier em 2D

$$f(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x,y) e^{-j(nx+my)} dxdy$$

Séries de Fourier em 2D

- Transformada de fourier em 2D

$$f(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x,y) e^{-j(nx+my)} dxdy$$

- Vamos comparar com a difração

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x,y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dxdy$$

Séries de Fourier em 2D

- Transformada de fourier em 2D

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-j(nx+my)} dxdy$$

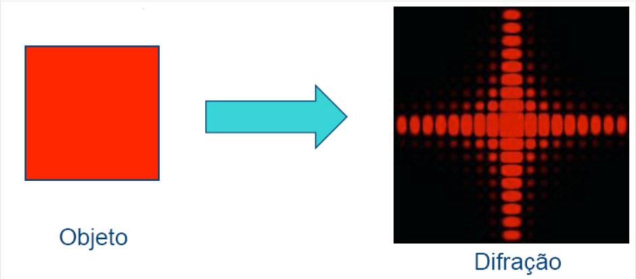
- Vamos comparar com a difração

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dxdy$$

Difração e transformada de Fourier

- A figura de difração está relacionada à TF do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x,y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dxdy$$



Frequências espaciais

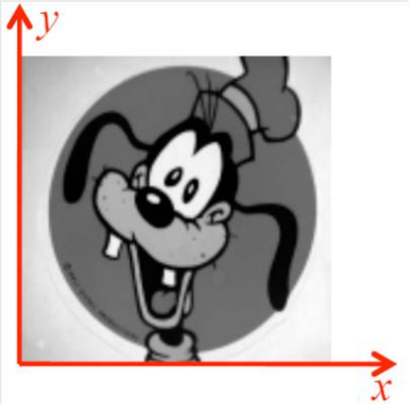
- A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às intensidades para cada frequência espacial

$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow E(R_x, R_y) \rightarrow E(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \begin{cases} k_x = k\mathrm{sen}\theta\cos\phi \\ k_y = k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi \end{cases}$$

Transformada de Fourier de uma imagem

- Seja uma imagem bidimensional qualquer. Para simplificar, vamos pensar em uma imagem monocromática
- Podemos representar qualquer ponto na imagem por uma intensidade luminosa $I(x, y)$

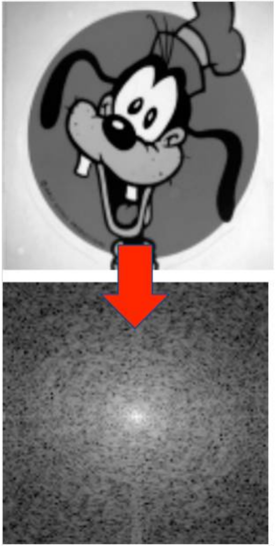


Transformada de Fourier de uma imagem

- No caso bidimensional, basta decompor em duas frequências, uma para cada dimensão da imagem

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} I(x, y) \mathrm{e}^{-j(nx+my)} dx\, dy$$

- Neste caso, ao invés de fazer um gráfico unidimensional, a transformada de Fourier corresponde a um gráfico bidimensional cujo valor no 3º eixo corresponde a c_{nm}.

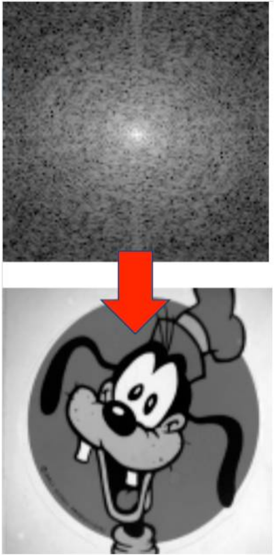


Transformada de Fourier inversa

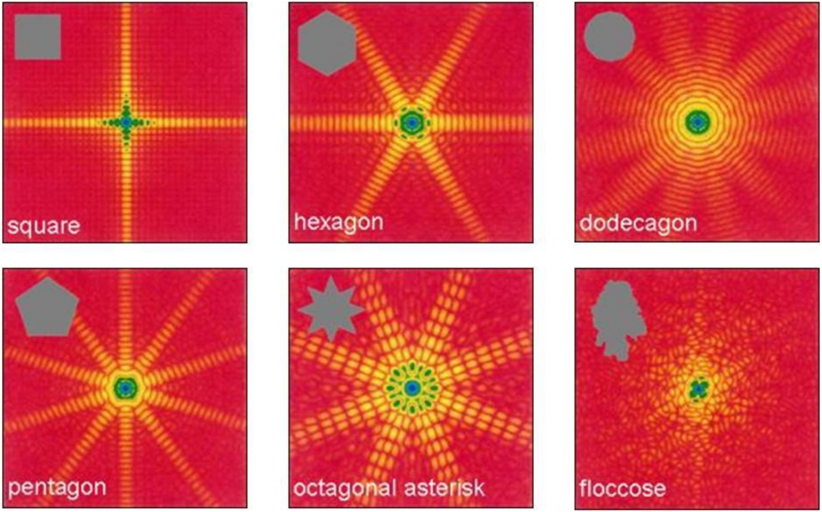
- Se conhecemos c_{nm}, podemos recuperar a informação de intensidade espacial através de

$$I(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} \mathrm{e}^{j(nx+my)}$$

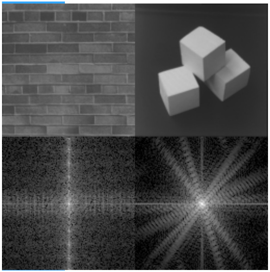
- Isto é chamado transformada de Fourier inversa e nada mais é que a transformada da transformada de Fourier (mas note o sinal trocado na exponencial)

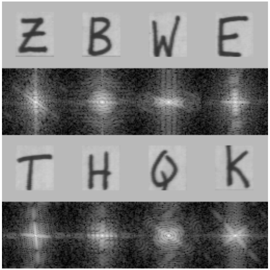


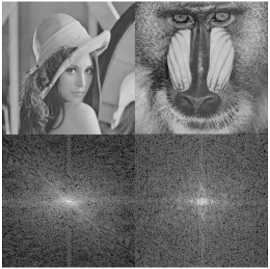
Difração em orifícios = Transformada de Fourier do orifício



Mais algumas transformadas de Fourier



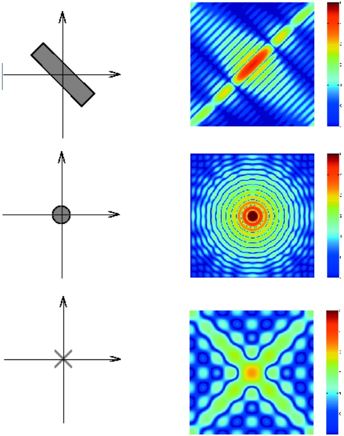




Imagens do site: http://www.cs.unm.edu/∼brayer/vision/fourier.html

Padrões possuem estruturas evidentes

- Em uma foto, em geral, há padrões bem definidos que aparecem de forma clara na TF
- Dependendo da imagem, é mais fácil remover o padrão da TF do que da própria foto

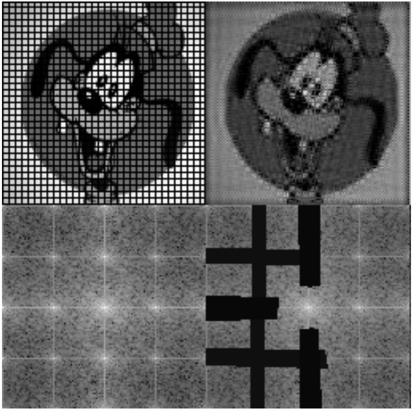


Uso de transformadas de Fourier como método de edição de imagens

- Em algumas circunstâncias, o uso da TF pode ser bastante útil na edição de imagens
- Por exemplo:
  - Remoção de ruídos e artefatos
    - Quando estes possuem frequência muito bem definida, sendo bem localizada na TF
  - Remoção de padrões
    - Por exemplo, uma cerca pode ter um padrão de frequências bem definido
  - Filtros de efeitos especiais
    - A remoção de algumas frequências pode criar efeitos interessantes

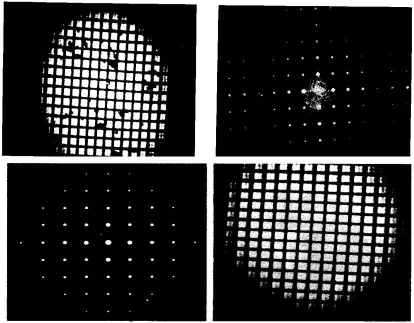
Alguns exemplos

- Filtro para fazer contorno
  - Removem-se as baixas frequências
- Aumento de contraste
  - Ampliam-se as altas frequências, que amplificam as bordas
- Remoção de sombras
  - A sombra possui estrutura muito característica em frequência
- Outros métodos
  - Por exemplo, remoção de uma estrutura espúria



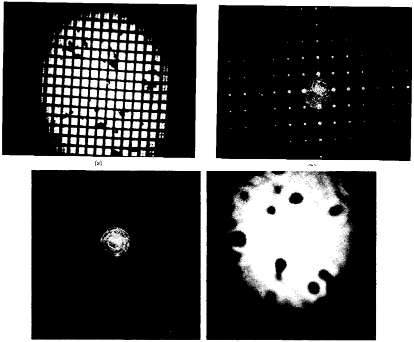
Um outro exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a grade



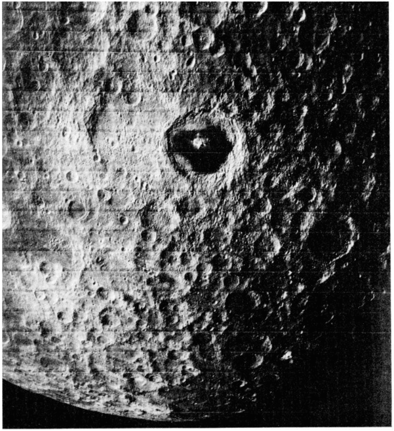
Um outro exemplo: impurezas em uma grade

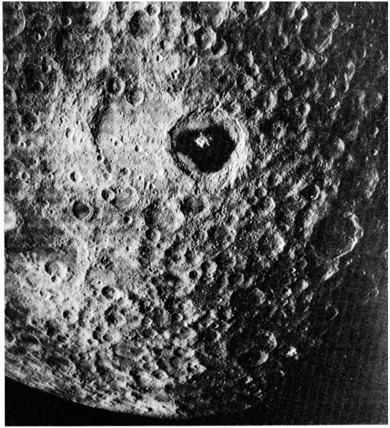
- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a sujeira



Aperfeiçoamento de imagens

Foto da lua antes e depois de filtragem





Atividades do experimento

- Utilizar o programa ImageJ para o processamento das imagens
  - Obter a transformada de Fourier dos objetos propostos, e, através dela, determinar as dimensões dos mesmos
  - Usando filtros apropriados na transformada de Fourier, processar a imagem de alguns objetos com a finalidade de obter os efeitos desejados nas imagens finais.

Atividades do experimento

Para cada atividade deve ser apresentado

- A imagem inicial
- A transformada de Fourier da imagem
- Nos casos quantitativos
  - Indicar os pontos que foram utilizados para determinar as dimensões pedidas e como foi feita a análise
- No caso de filtragem de imagens
  - A imagem do filtro e porque esse filtro será adequado para o que se quer
  - A imagem depois do filtro
- Comente os resultados
- Será levada em conta a qualidade das imagens filtradas, quando for o caso.