MATÉRIA

DATA 7.25

7.10 - ESCOLHA DAS FUNÇÕES DE PONDERAÇÃO

- Escolha não é trivial, em geral
  - Ver condições de existência da solução no Apêndice E
  - Matrizes A, B, C, D geradas "automaticamente"
  - Várias iterações + ajuste fino no final

- SUGESTÕES

- Polos sobre o eixo imaginário

Não são permitidos polos no eixo imaginário!

- $\|\cdot\|_\infty \rightarrow$ funções estáveis

- Condição não satisfeita:

"Todos os polos instáveis da planta generalizada devem ser estabilizáveis e detectáveis por meio da saída (y_2)".

É impossível, obviamente, porque y_{1a}, y_{1b} e y_{1c} não são realimentados.

- Condição envolvendo W_1 e W_3

$$\frac{1}{|W_1(j\omega)|} + \frac{1}{|W_3(j\omega)|} > 1 \qquad (\omega \in \mathbb{R})$$

- Condição envolvendo W_2

W_2 deve ser própria ou estritamente própria

- Condição envolvendo W_1, W_2, W_3 e G

i) Condição de existência (Apêndice E):

$$\underset{(1\times 3)}{D_{12}^T} \left[\underset{(3\times n)}{C_1} \,\vdots\, \underset{(3\times 1)}{D_{12}} \right] = \left[\underset{(1\times n)}{0} \,\vdots\, \underset{(1\times 1)}{I} \right]$$

SISO : $I \rightarrow 1$

Ou seja:

$$D_{12}^T D_{12} = 1$$

isto é, a soma dos quadrados dos 3 elementos do vetor D_{12} deve ser igual a 1 e, portanto, não pode ocorrer de os 3 elementos serem todos nulos.

ii) Da equação 7.47:

$$y_1(t) = C_1 x(t) + D_{12} u_2(t),$$

ou seja:

$$D_{12} = \text{transmissão direta de } u_2 \text{ para } y_1$$

iii)

$$P(s) = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c|c} W_1(s) & -W_1(s)G(s) \\ 0 & W_2(s) \\ 0 & W_3(s)G(s) \\ \hline 1 & -G(s) \end{array}\right] \begin{array}{l} \left.\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\right\} y_1(s) \\ \\ \end{array} \\ \qquad\qquad\qquad \underbrace{\qquad\qquad}_{u_2(s)} \end{array}$$

Portanto, deve haver pelo menos uma transmissão direta em

$$-W_1(s)\, G(s),$$

$$W_2(s) \quad \text{ou}$$

$$W_3(s)\, G(s),$$

ou seja, pelo menos uma destas funções de transferência deve ser própria (as três não podem ser estritamente próprias simultaneamente)

Nota

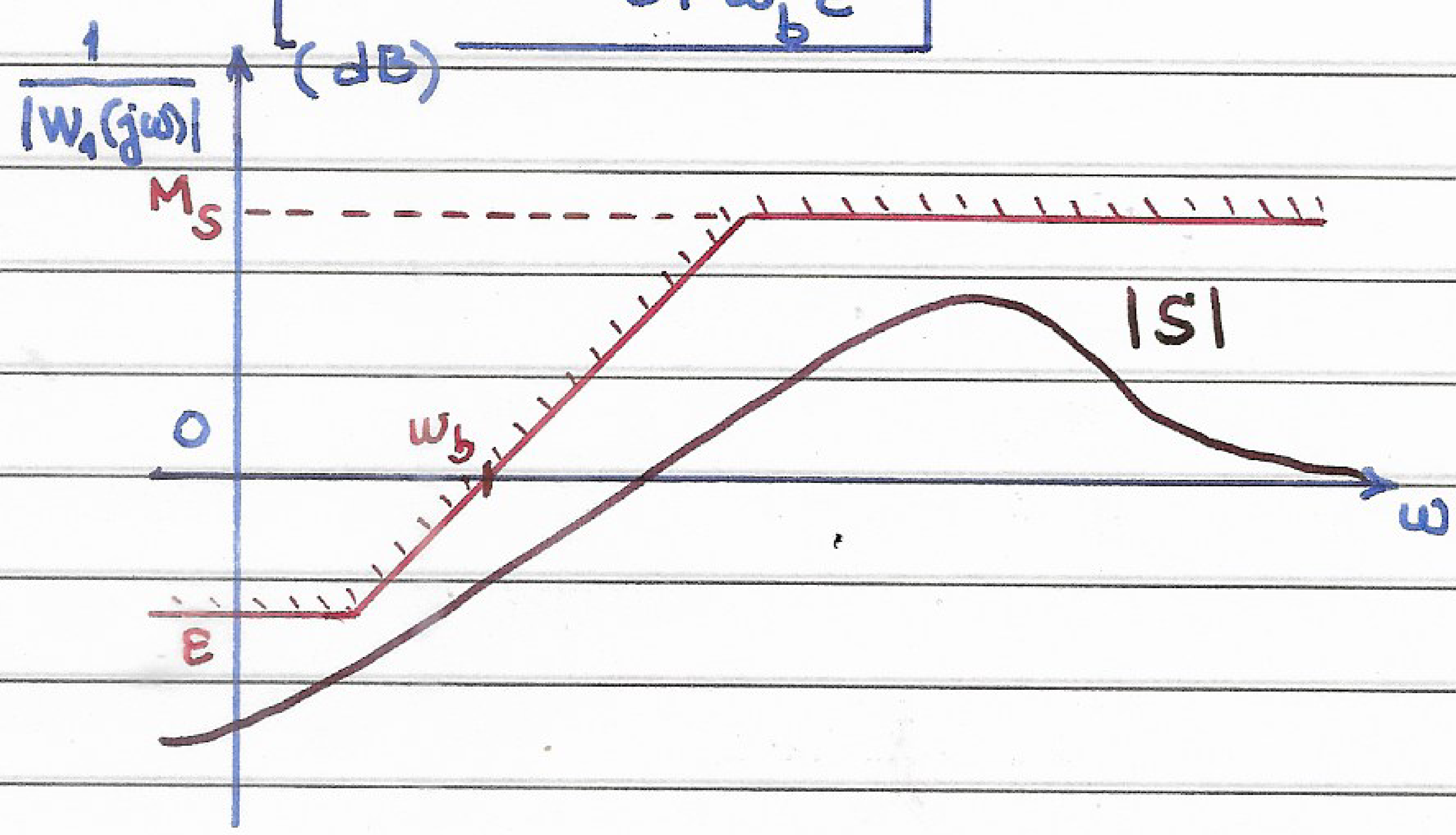
$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{2s^2+5s+1}{s^2+2s} = \frac{s+1}{s^2+2s} + 2$$

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$y(t) = C x(t) + \underset{\substack{\parallel \\ 2}}{D} u(t)$$

- Sugestão para a seleção de W_1

$$\boxed{W_1(s) = \frac{\frac{s}{M_s} + \omega_b}{s + \omega_b \varepsilon}} \qquad (\varepsilon \ll 1)$$



- Parâmetro ε

i) Associado a δ_r, δ_d e/ou $\delta F/|F|$

ii) $r(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e_{ss} = S(0)$

$$\therefore S(0) \leq \varepsilon \Rightarrow e_{ss} \leq \varepsilon$$

MATÉRIA | DATA 7.29

- **Parâmetro M_S**

M_S não deve ser "grande" porque:

i) $|S|$ "grande" $\leftrightarrow$ ressonância

ii) MG "pequena", pois

$$MG \geq \frac{M_S}{M_S - 1}$$

iii) MF "pequena", pois

$$\operatorname{sen}\left(\frac{MF}{2}\right) \geq \frac{1}{2M_S}$$

- **Parâmetro ω_b**

ω_b está associado a ω_r, ω_d e/ou ω_b do pré-filtro

NOTA

Para declividade mais acentuada na transição de baixas para altas frequências:

$$\boxed{W_1(s) = \left(\frac{\frac{s}{\sqrt[k]{M_S}} + \omega_b}{s + \omega_b \sqrt[k]{\varepsilon}}\right)^k} \qquad (k \in \mathbb{Z},\ k > 1)$$

Independente de k:

$$W_1(j\omega) \to 1/\varepsilon \quad \text{para } \omega \to 0$$

$$W_1(j\omega) \to 1/M_S \quad \text{para } \omega \to \infty$$

- Sugestão para a seleção de W_2

i) $\frac{1}{|W_2(j\omega)|}$ deve ser "pequena" para $\omega \in \Omega_n$

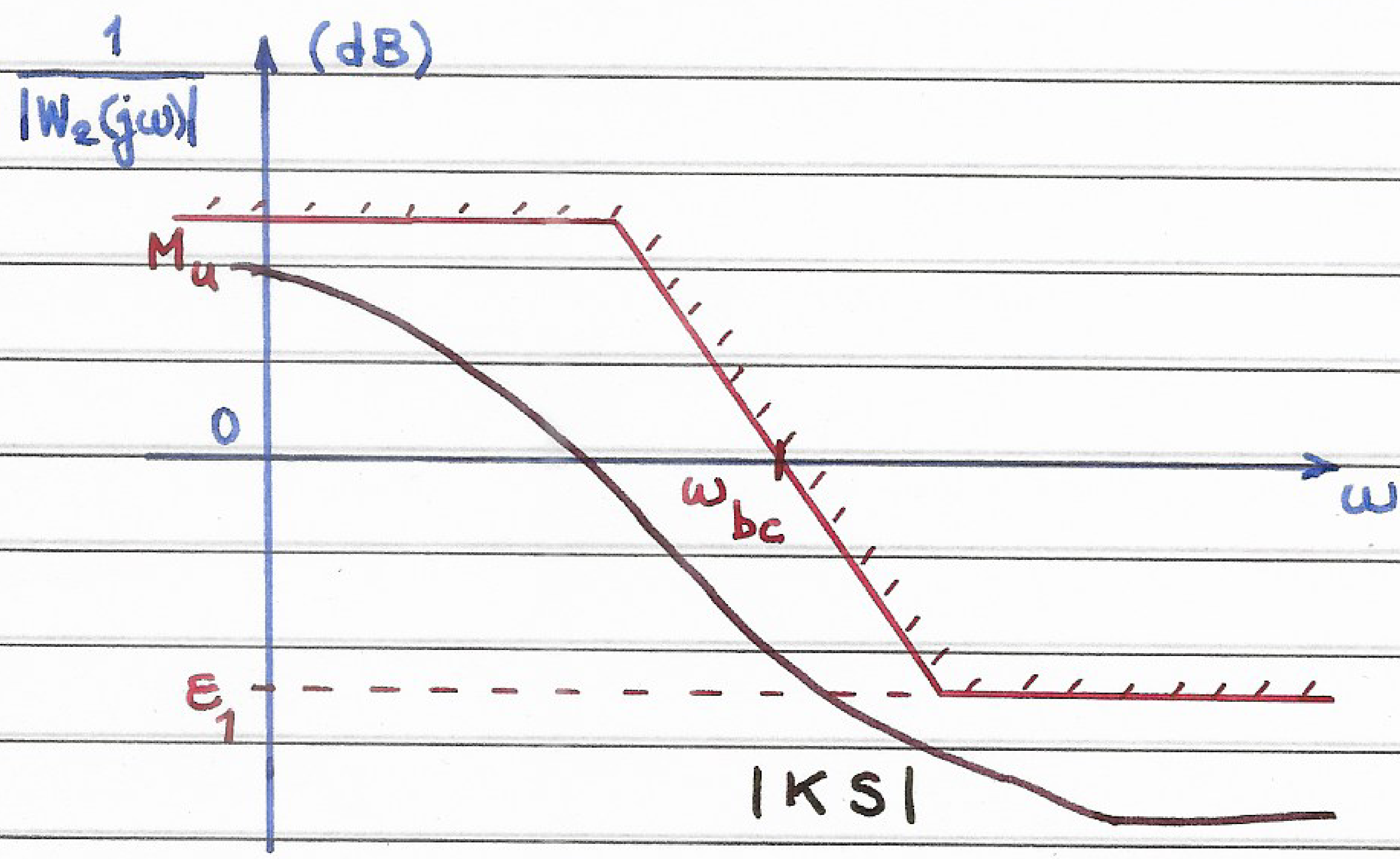
ii) $\frac{1}{|W_2(j\omega)|}$ deve ser "grande" para $\omega \notin \Omega_n$ para que não seja incluida no problema uma restrição onde não se deseja

iii) Idealmente o "roll off" de $|K(j\omega)S(j\omega)|$ deveria ser o mais acentuado possível acima da banda do controlador $\rightarrow \frac{1}{W_2(s)}$ com nº de polos > nº de zeros.

Mas isto NÃO é possível porque $W_2(s)$ NÃO pode ser imprópria.

Adotamos :

$$\boxed{W_2(s) = \frac{s + \frac{\omega_{bc}}{M_u}}{\varepsilon_1 s + \omega_{bc}}}$$



NOTA

Para declividade mais acentuada na região de transição:

$$\boxed{W_2(s) = \left(\frac{s + \frac{\omega_{bc}}{\sqrt[k]{M_u}}}{\sqrt[k]{\varepsilon_1}\, s + \omega_{bc}} \right)^k} \qquad (k \in \mathbb{Z},\ k > 1)$$

Independentemente do valor de k :

$$W_2(j\omega) \rightarrow \frac{1}{M_u} \quad \text{para } \omega \rightarrow 0$$

$$W_2(j\omega) \rightarrow \frac{1}{\varepsilon_1} \quad \text{para } \omega \rightarrow \infty$$

7.11 - EXEMPLO

• Modelo nominal

$$G(s) = \frac{400}{s^2 + 2s + 400}$$

$$\omega_n^2 = 400 \Rightarrow \omega_n = 20 \text{ rad/s}$$

$$2\xi\omega_n = 2 \Rightarrow \xi = 0{,}05$$

• Especificações + erros de modelagem $\Rightarrow W_1(s)$ e $W_3(s)$

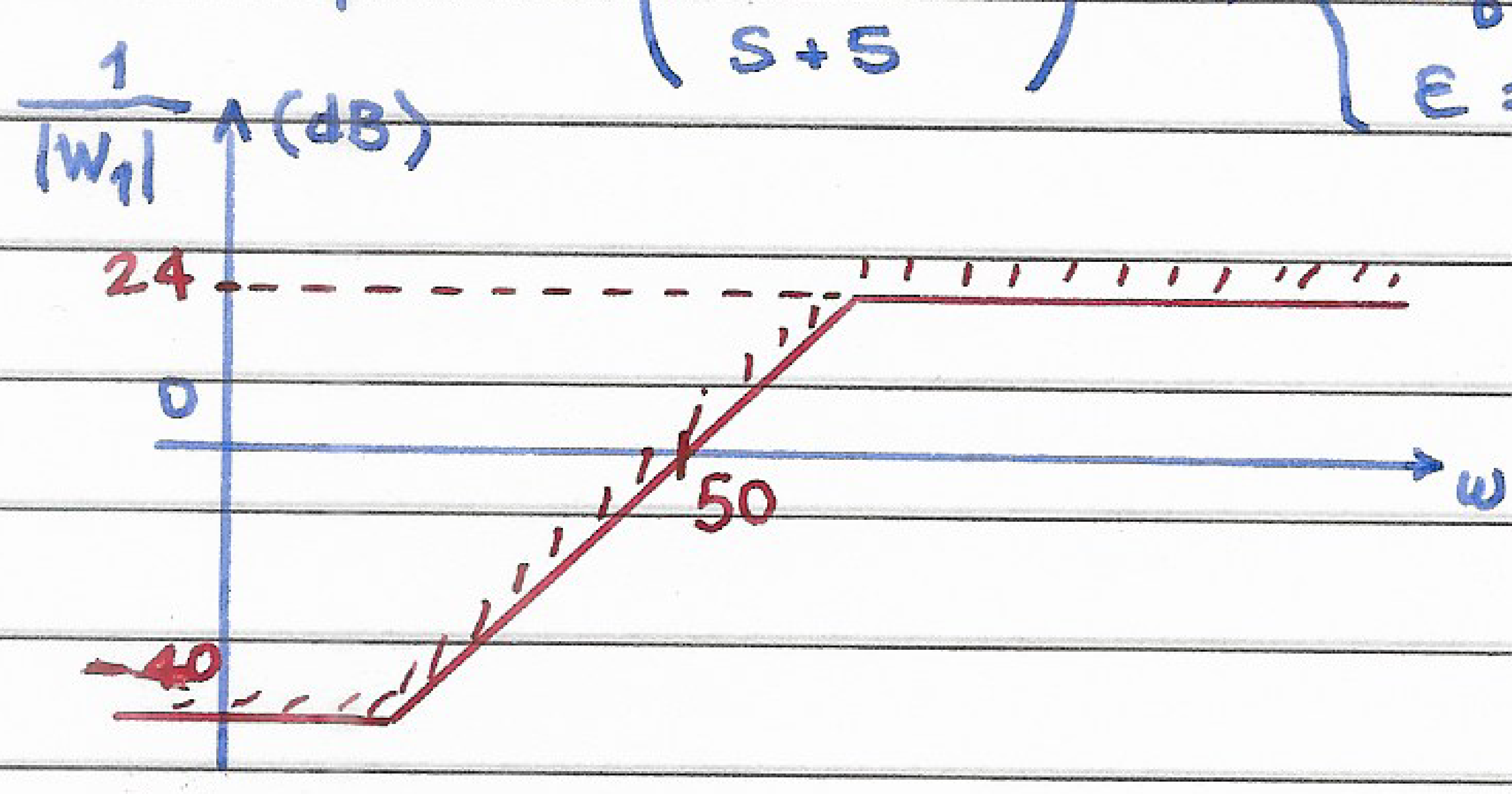
(supondo que a limitação do esforço de controle não seja relevante para o projeto)

$$W_1(s) = 100\,\frac{(0{,}005s+1)^2}{(0{,}2s+1)^2}$$

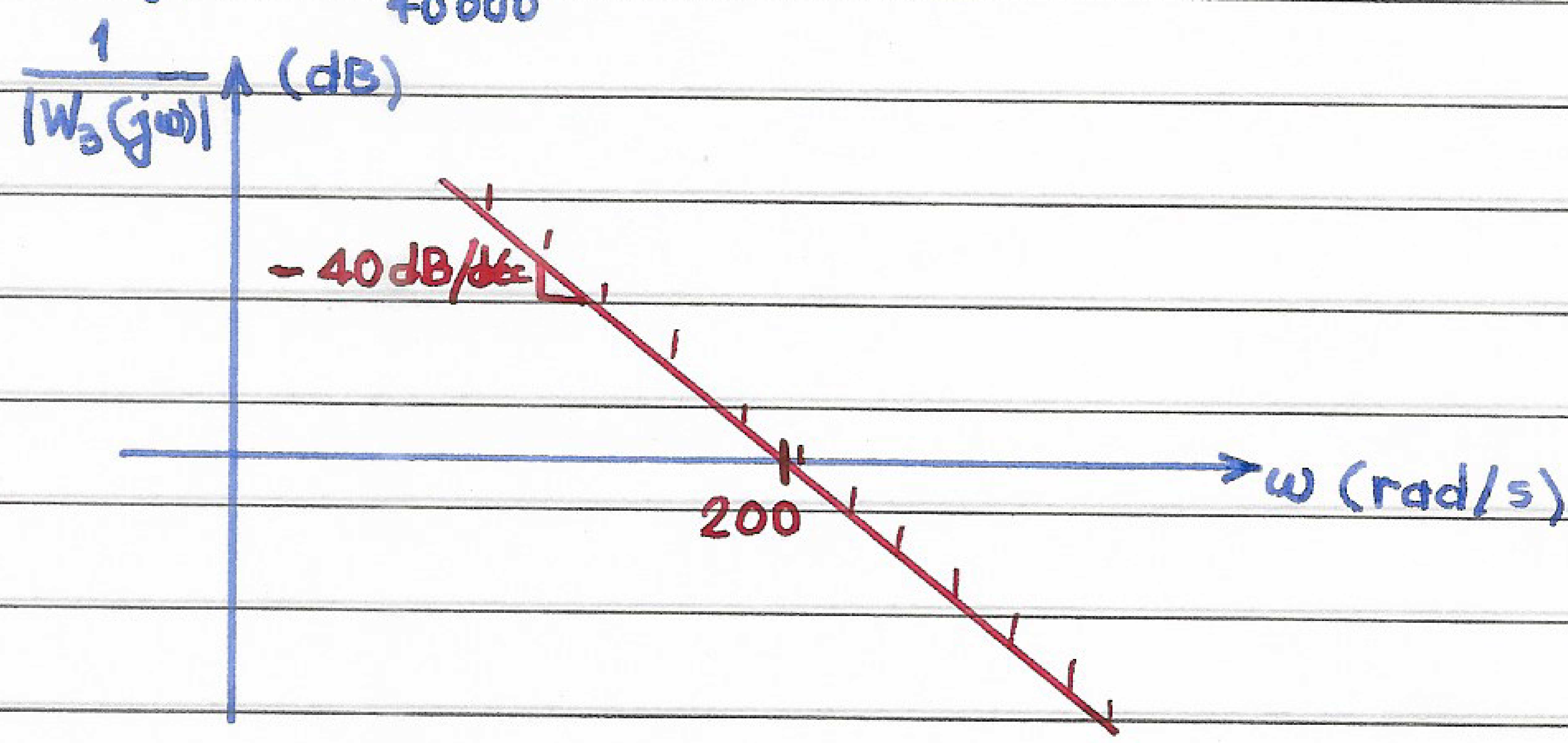
$$W_3(s) = \frac{s^2}{40000}$$

Note que:

$$W_1(s) = \left(\frac{\frac{s}{4}+50}{s+5}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} M_s = 16 \approx 24 \text{ dB} \\ \omega_b = 50 \\ \varepsilon = 0{,}01 = -40 \text{ dB} \end{cases}$$



$W_3(s) = \frac{s^2}{40000}$



- $\frac{1}{|W_1(j\omega)|} + \frac{1}{|W_3(j\omega)|} > 1 \quad (\forall \omega) \rightarrow$ ok!

- $W_1(s)\,G(s) = 100\,\frac{(0{,}005s+1)^2}{(0{,}2s+1)^2} \cdot \frac{400}{s^2+2s+400} \rightarrow$ estritamente própria

$W_3(s)\,G(s) = \frac{s^2}{40000}\,\frac{400}{s^2+2s+400} \rightarrow$ própria $\rightarrow$ ok!

- Projeto: Ver Notas de Aula (pgs. 111−113)