

# Tópico 5 - Matrizes - Aula de exercícios 2

quarta-feira, 30 de junho de 2021

**Exercício 1.** O número de soluções do sistema de equações

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \cdot 10 \\ 2x + 2y - 2z = 2 \cdot 5 \\ 5x + 5y - 5z = 7 \cdot 2 \end{cases}$$

é:

- (a) 0    (b) 1    (c) 2    (d) 3    (e) infinito

$$\begin{cases} \cancel{10x + 10y - 10z = 10} \\ 10x + 10y - 10z = 10 \\ 10x + 10y - 10z = 14 \\ 0 = -4 \end{cases}$$

↯

**Exercício 2.** Classifique e resolva os seguintes sistemas lineares:

a. 
$$\begin{cases} 2x - y = -7 \\ -3x + 4y = 13 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -1 & -7 \\ -3 & 4 & 13 \\ 1 & 2 & -1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\begin{cases} x + 2y = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = -3 \Rightarrow \text{compatível e determinado} \\ \Rightarrow S = \{(-3, 1)\}$$

c. 
$$\begin{cases} 2a - b - c = -4 \\ a + b - 2c = 1 \end{cases}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & -4 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right]$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c + 2 \\ c = c \end{cases} \Rightarrow S = \{(c-1, c+2, c), c \in \mathbb{R}\}$$

comp. e indeterminado    SPI

f. 
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 16 \\ x + 2y = 8 \\ 5x - 4y = 17 \end{cases}$$

sistema incamp.     $S = \emptyset$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 16 & 16 \\ 1 & 2 & 8 & 8 \\ 5 & -4 & 17 & 17 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \Rightarrow \begin{array}{l} x - y = 3 \\ y = 2 \\ 3y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{3} \end{array}$$

**Exercício 3.** Uma caixa contendo moedas de 1, 5 e 10 centavos tem 13 moedas totalizando 83 centavos. Quantas moedas de cada tipo há na caixa?

$$\begin{array}{l} x \text{ } \$ 1 \\ y \text{ } \$ 5 \\ z \text{ } \$ 10 \end{array} \quad \begin{cases} x + y + z = 13 \\ 1 \cdot x + 5 \cdot y + 10 \cdot z = 83 \end{cases} \quad \text{EXERCÍCIO.}$$

**Exercício 6.** Para que valores de  $m$  o sistema

$$\begin{cases} x + y + mz = 2 \\ 3x + 4y + 2z = m \\ 2x + 3y + z = 1 \end{cases}$$

admite solução?

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & 2 \\ 3 & 4 & 2 & m \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & 2 \\ 0 & 1 & 2-3m & m-6 \\ 0 & 1 & 1-2m & -3 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & 2 \\ 0 & 1 & 2-3m & m-6 \\ 0 & 0 & 1-m & m-3 \end{array} \right]$$

$$1-m=0 \Rightarrow m=1 \Rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{array} \right] \Rightarrow \begin{array}{l} m=1 \rightarrow \text{SI} \\ m \neq 1 \rightarrow \text{SPD} \end{array}$$

**Exercício 13.** Que condições  $a$  e  $b$  devem satisfazer para que o sistema abaixo satisfaça a Regra de Cramer?

$$\begin{cases} ax + by = 0 \\ a^2x + b^2y = 0 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow ab^2 - a^2b \neq 0 \Rightarrow ab(b-a) \neq 0$$

$$\Rightarrow ab \neq 0 \quad \text{e} \quad b-a \neq 0$$

$$a \neq b$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & b \\ 0 & b^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a & 0 \\ a^2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & b \\ 0 & b^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a & 0 \\ a^2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$x = \frac{D_1}{D} = \frac{0}{ab(b-a)} = 0$$

$$y = \frac{D_2}{D} = \frac{0}{ab(b-a)} = 0$$

$$\Rightarrow S = \{(0,0)\}$$

**Exercício 14.** Uma companhia produz projetos de *web*, desenvolve *software* e presta serviços de rede. Considere a companhia como uma economia aberta descrita pela tabela dada, onde o insumo é em unidades monetárias (\$) para \$1,00 de produto.

		Insumo requerido para produzir \$1		
		Projeto de web	Software	Rede
Fornecedor	Projeto de Web	\$ 0,40	\$ 0,20	\$ 0,45
	Software	\$ 0,30	\$ 0,35	\$ 0,30
	Rede	\$ 0,15	\$ 0,10	\$ 0,20

$$a) \quad C = \begin{bmatrix} 0,40 & 0,20 & 0,45 \\ 0,30 & 0,35 & 0,30 \\ 0,15 & 0,10 & 0,20 \end{bmatrix}$$

$$b) \quad d = \begin{bmatrix} 5400 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(a) Encontre a matriz de consumo para essa economia.

(b) Suponha que os consumidores (o setor aberto) tenham uma demanda no valor de \$5.400 de projetos de web, \$2.700 de *software* e \$900 de serviços de rede. Use redução por linhas para encontrar um vetor de produção que atenda exatamente essa demanda.

$$(I - C) \cdot x = d \Rightarrow \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,40 & 0,20 & 0,45 \\ 0,30 & 0,35 & 0,30 \\ 0,15 & 0,10 & 0,20 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5400 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,60 & -0,20 & -0,45 \\ -0,30 & 0,75 & -0,30 \\ -0,15 & -0,10 & 0,80 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5400 \\ 2700 \\ 900 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0,60 & -0,20 & -0,45 & 5400 \\ -0,60 & -0,40 & 3,20 & 3600 \\ \hline 0 & -0,60 & 2,75 & 9000 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} -0,15 & -0,10 & 0,80 & 900 \\ 0 & 0,95 & -1,90 & 900 \\ 0 & -0,60 & 2,75 & 9000 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -0,15 & -0,10 & 0,80 & 900 \\ 0 & 1 & -2 & 947,37 \\ 0 & -1 & 4,58\bar{3} & 15000 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} -0,15 & -0,10 & 0,80 & 900 \\ 0 & 1 & -2 & 947,37 \\ 0 & 0 & 2,58\bar{3} & 15947,37 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} & x_3 = 6173,18 \\ \rightarrow & x_2 - 2x_3 = 947,37 \Rightarrow x_2 = 13293,72 \\ & -0,15x_1 - 0,10x_2 + 0,80x_3 = 900 \\ & x_1 = 18064,12 \end{aligned}$$

Links úteis para estudar:

[www.matrixcalc.org/pt](http://www.matrixcalc.org/pt)

[www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com)