

ESCOAMENTO INTERNO - AULA 06

Cálculo da perda de carga singular (perda de energia localizada)

$$h_L = f \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g} = \sum_{i=0}^N h_{d,i} + \sum_{j=0}^M h_{s,j}$$

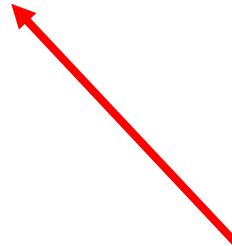
Perda de
carga total



Perda de carga
distribuída



Perda de
carga singular



ESCOAMENTO INTERNO - AULA 06

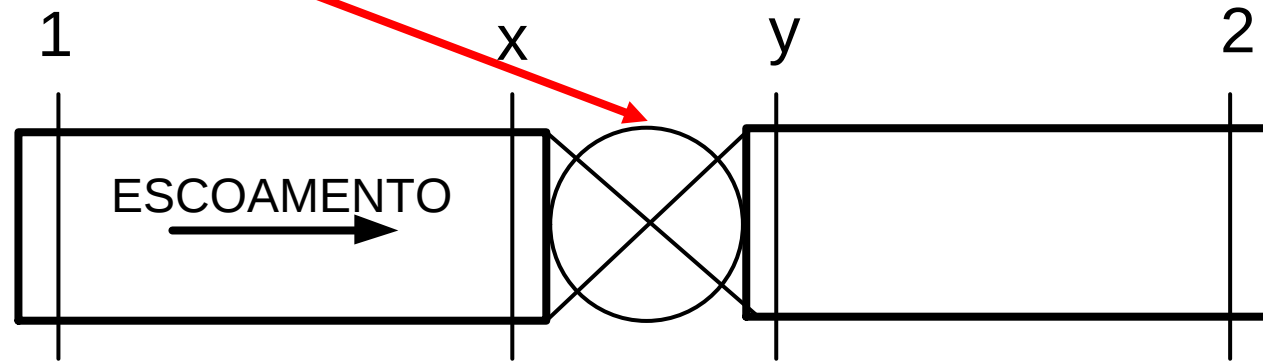
Perdas de carga singulares ou localizadas (secundárias):

- Entradas ou saídas de dutos;
- Expansões e contrações bruscas ou suaves;
- Curvas e cotovelos;
- Tês e outras conexões;
- Válvulas totalmente ou parcialmente abertas;
- Filtros;
- Medidores de vazão e/ou sondas de instrumentação, etc.



Perda de carga singular

Singularidade



$$h_s = H_x - H_y$$

Dificuldade de medir H_x e H_y (grande perturbação do escoamento)

$$h_s = (H_1 - H_2) - h_{d,1-2}$$

$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

K = coeficiente de perda de carga singular

└ $\rho, \bar{V}, D, \mu$ e geometria da singularidade

Perda de carga singular

$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad \longrightarrow \quad h_s = f \frac{L_{eq}}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad \longrightarrow \quad K = f \frac{L_{eq}}{D}$$

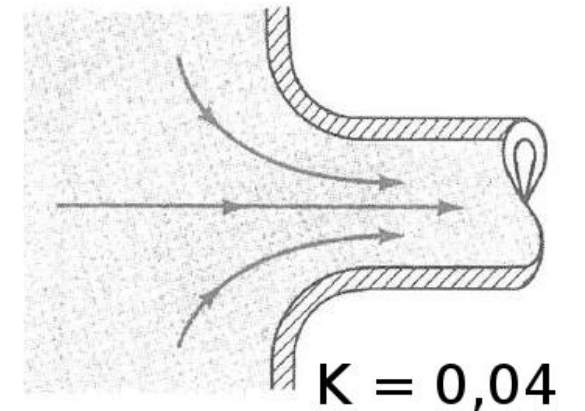
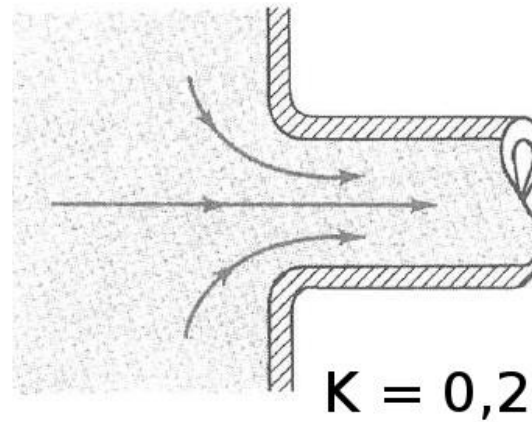
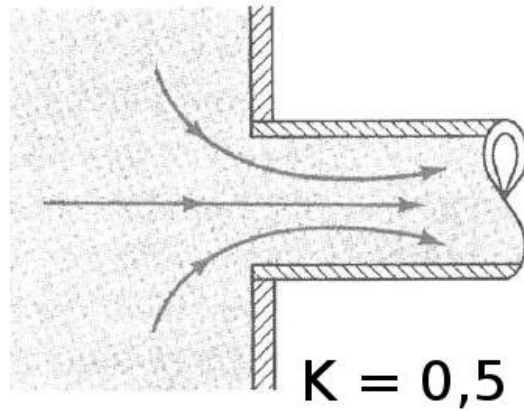
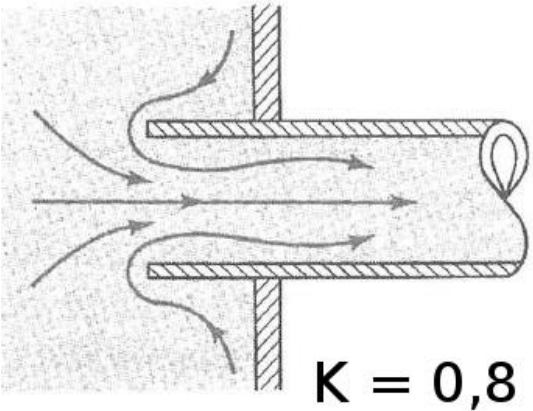
Sistema de tubulações com muitas singularidades e trechos retos com tubos com diâmetro constante

$$h_L = f \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g} = \sum_{i=0}^N h_{d,i} + \sum_{j=0}^M h_{s,j} = \frac{f}{D} \left(\sum_{i=0}^N L_j + \sum_{i=0}^N L_{eq,i} \right) \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Perda de carga singular

Exemplos de perda singular: saída de reservatórios

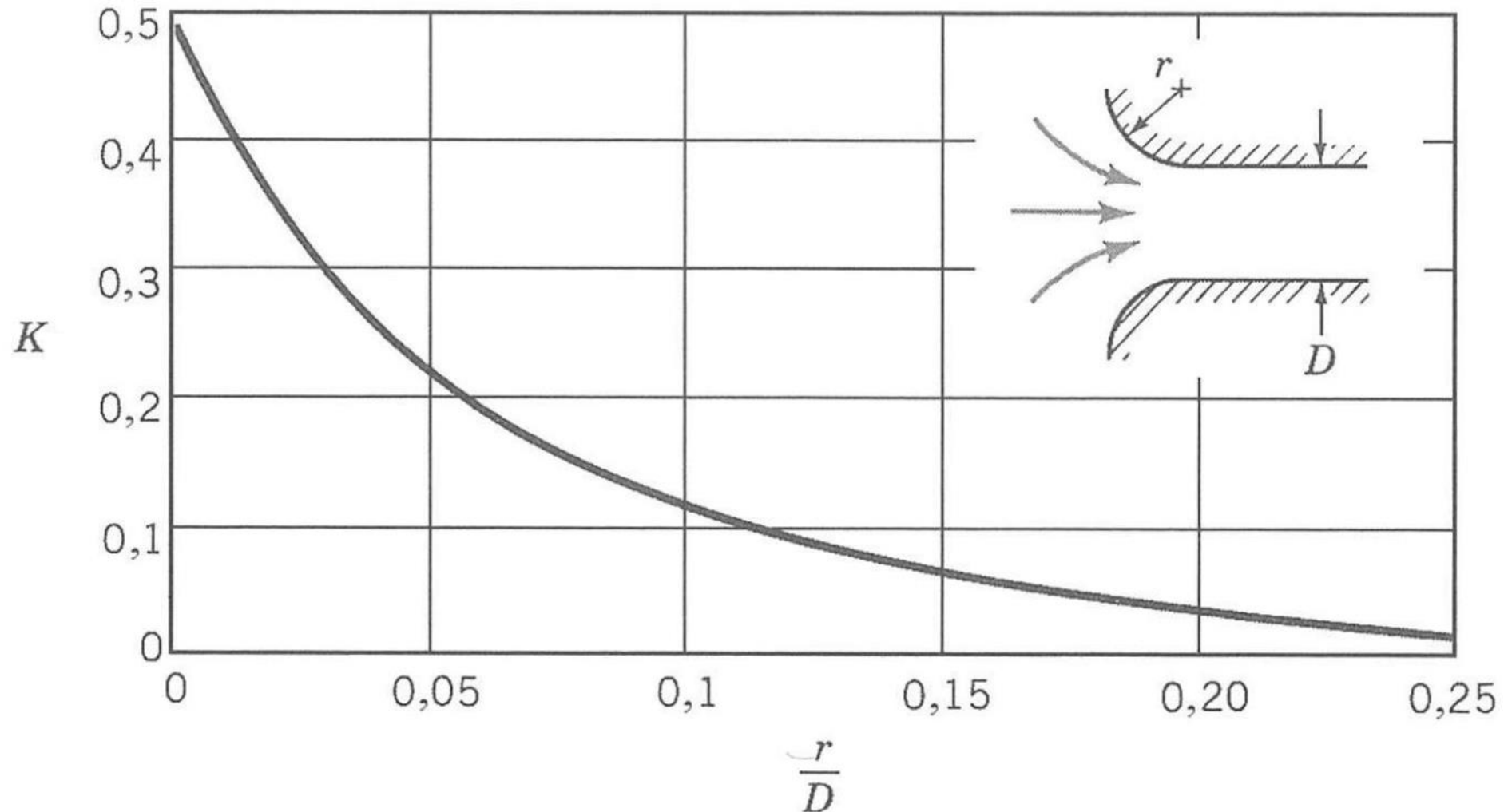
$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$



Transição mais suave: redução da perda singular

Perda de carga singular

Exemplos de perda singular: saída de reservatórios

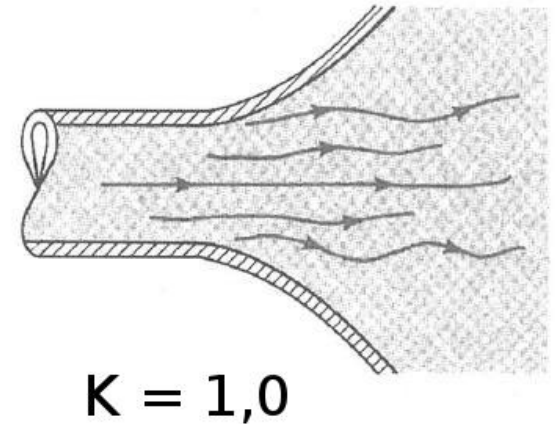
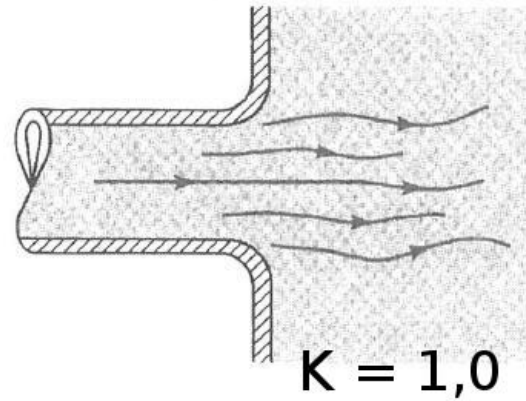
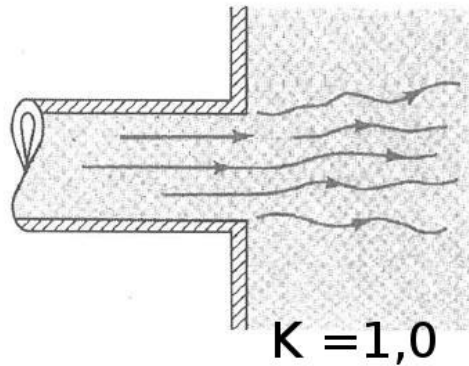
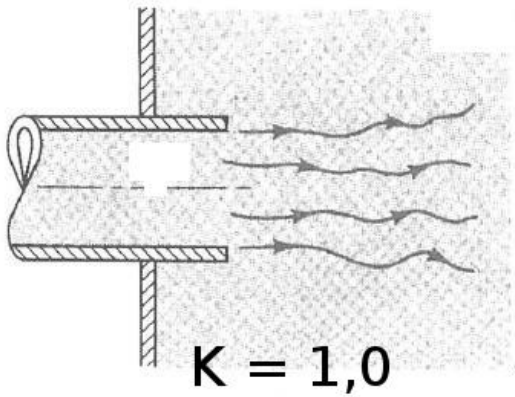


$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Perda de carga singular

Exemplos de perda singular: saída de reservatórios

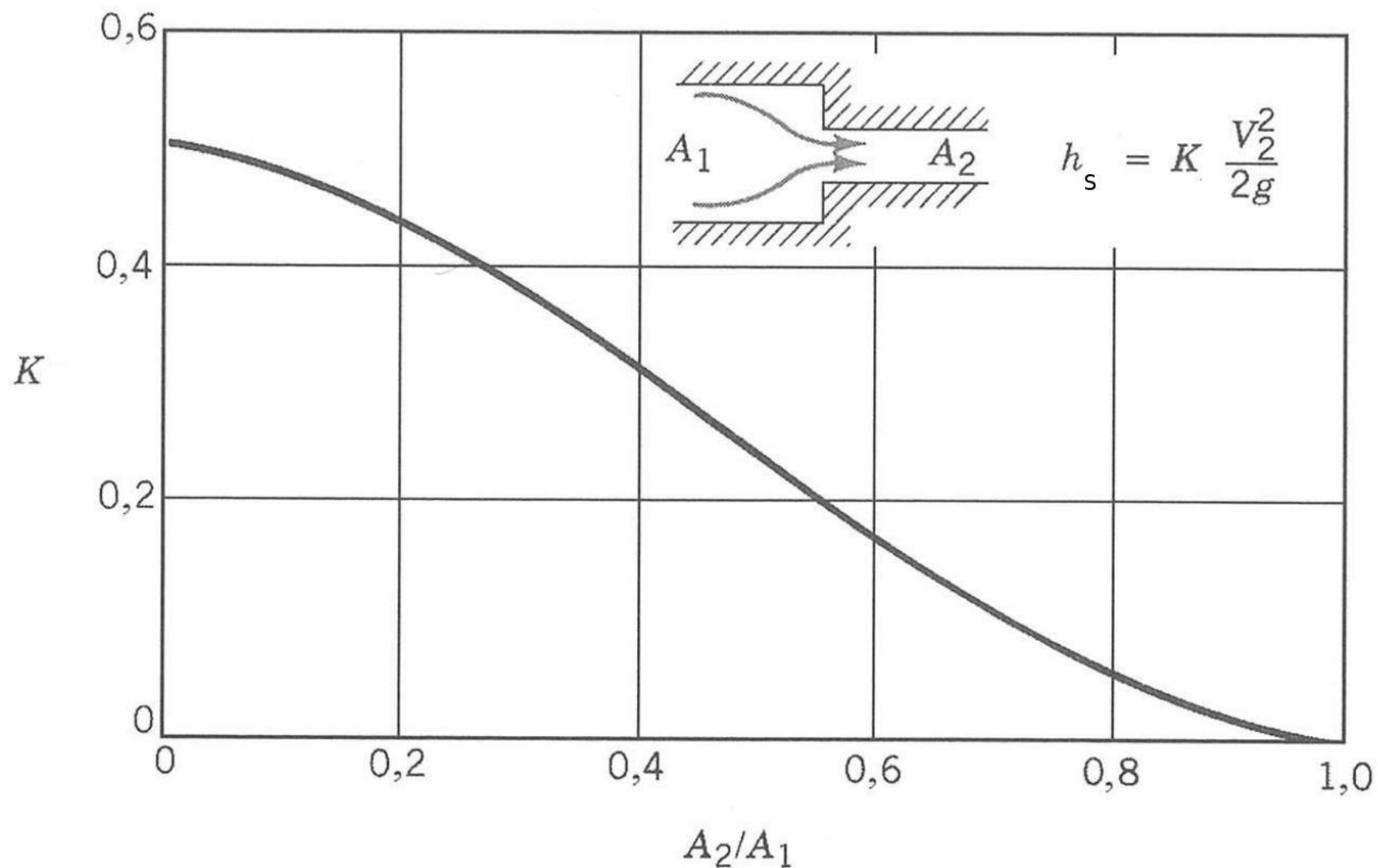
$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$



Mudança de transição: não afeta a perda de carga

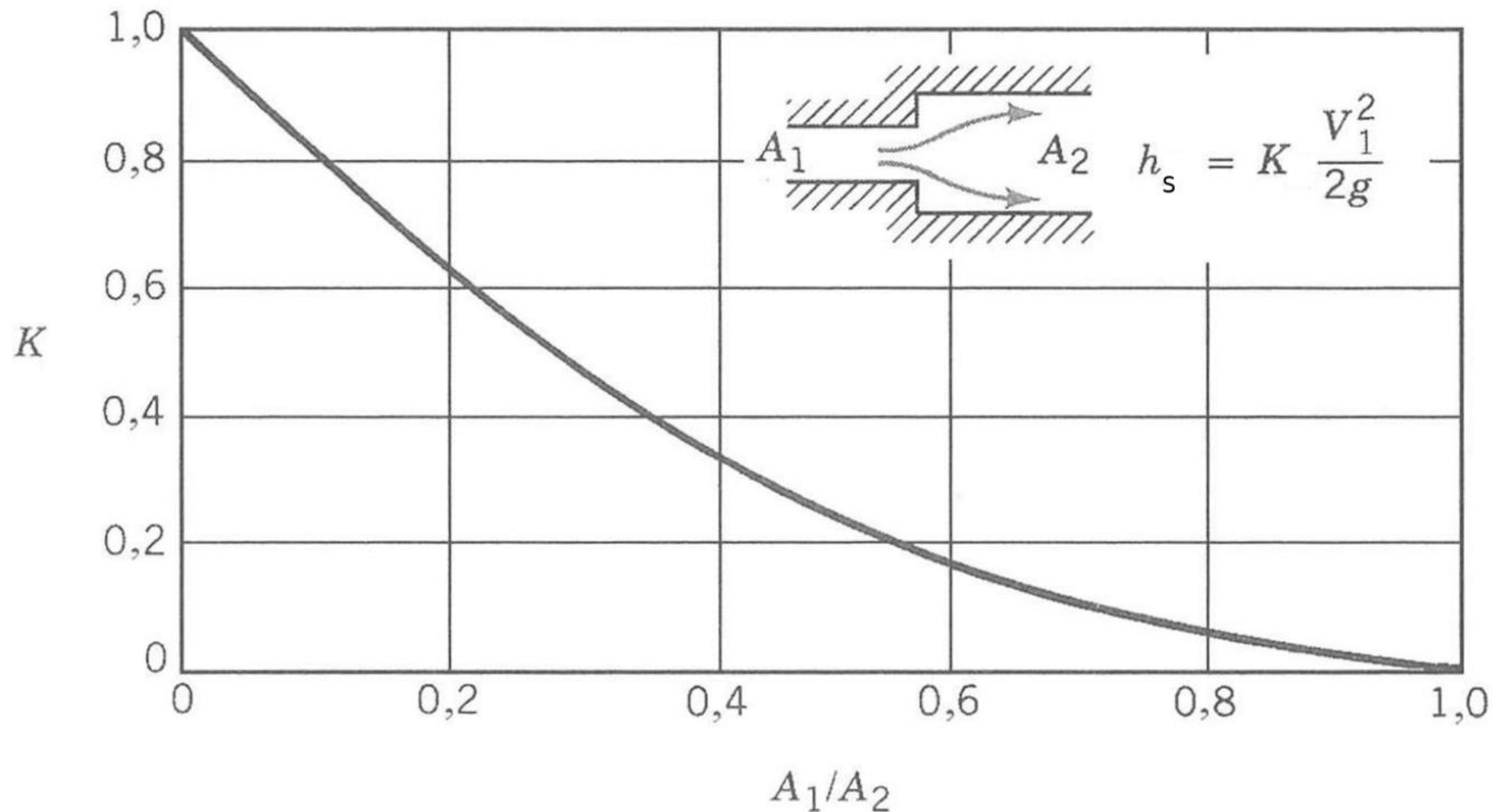
Perda de carga singular

Exemplos de perda singular: contração brusca



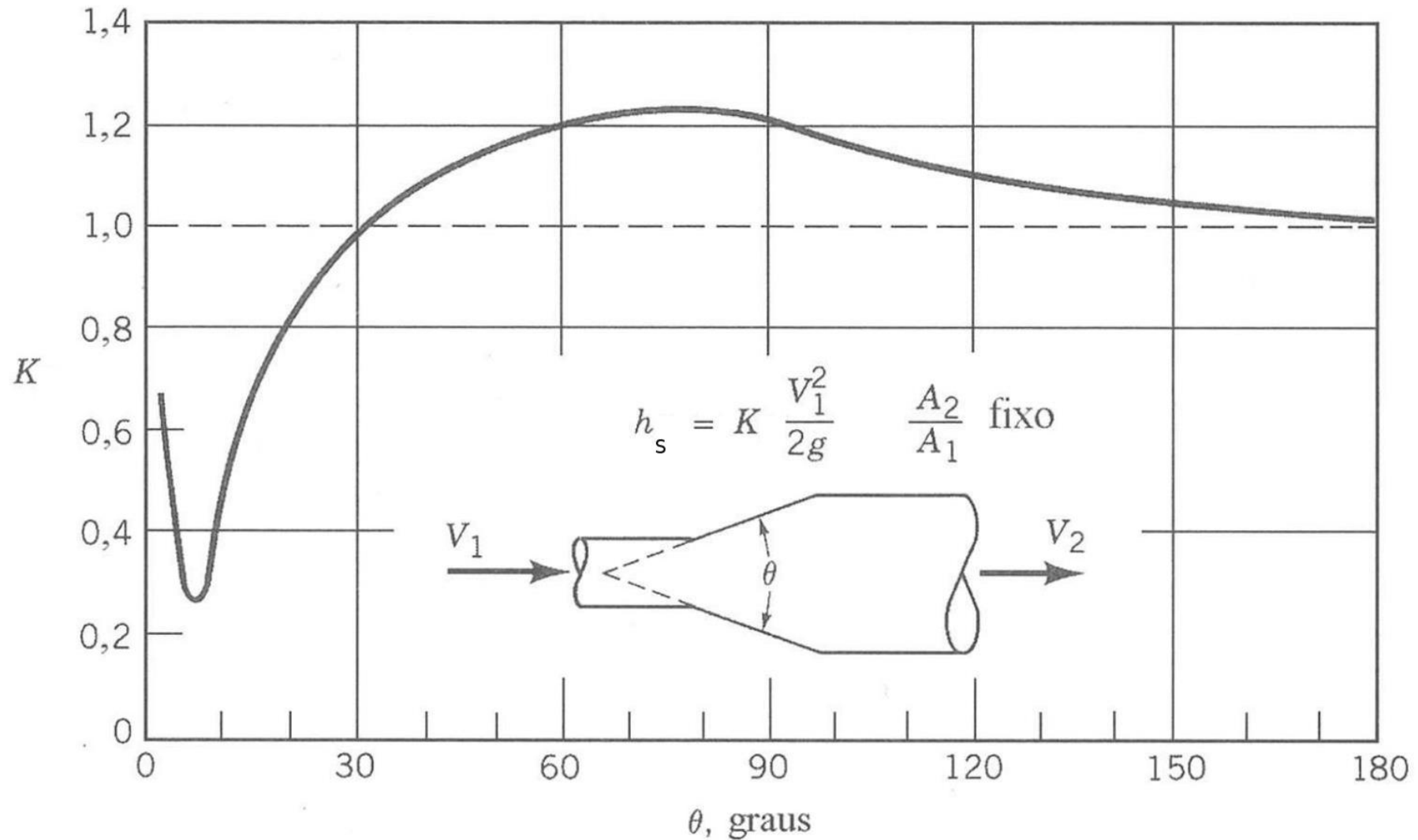
Perda de carga singular

Exemplos de perda singular: expansão brusca

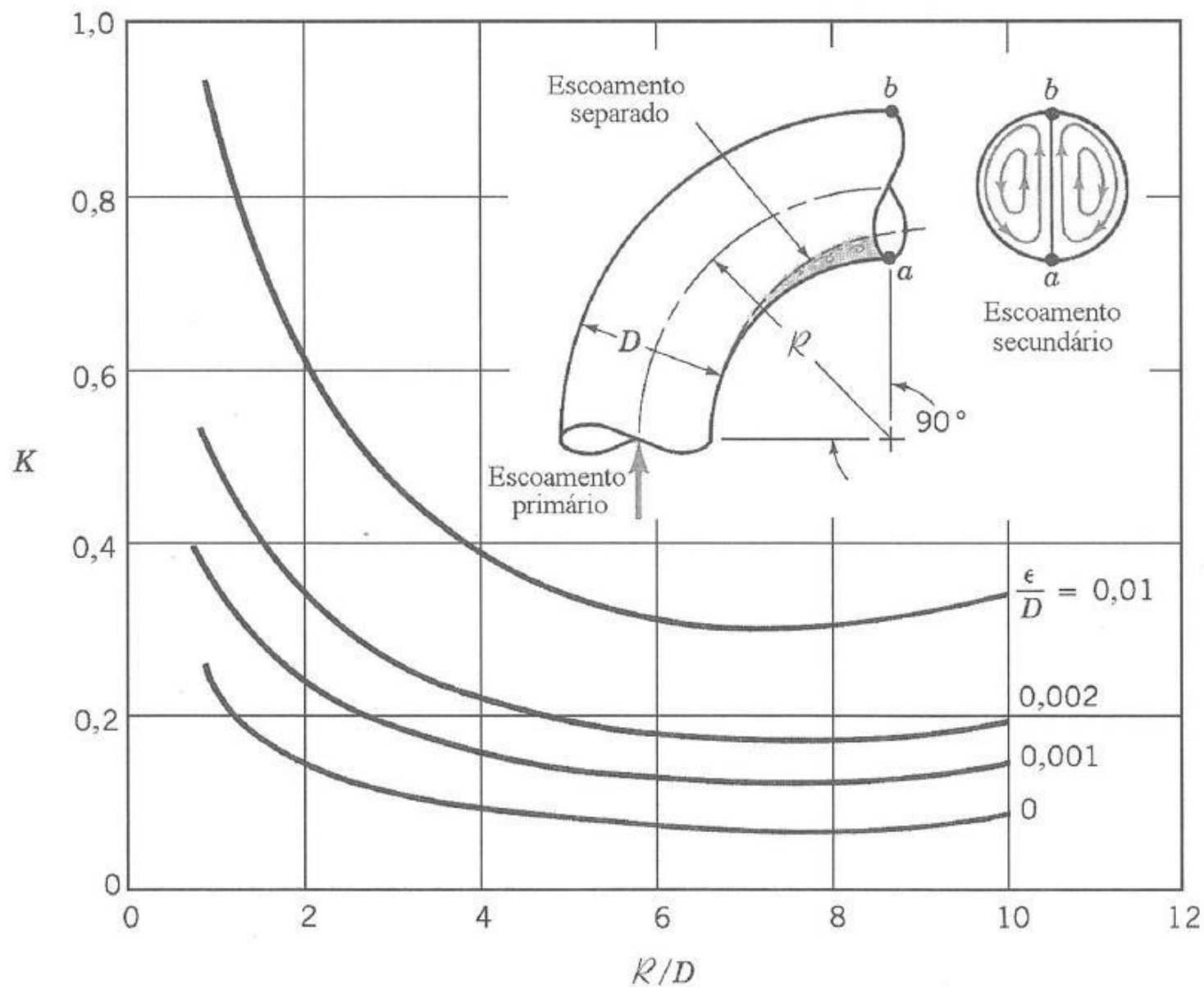


Perda de carga singular

Exemplos de perda singular: difusor

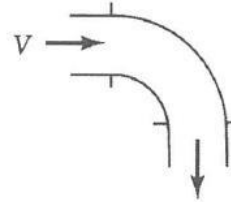
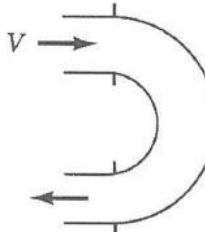
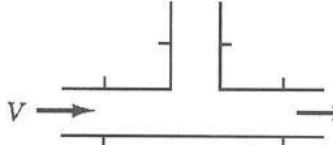


Perda de carga singular



Exemplos de perda singular:
curva de 90°

Perda de carga singular

Componente	K	
a. Curvas		
90° (raio normal), flangeada	0,3	
90° (raio normal), rosqueada	1,5	
90° (raio longo), flangeada	0,2	
90° (raio longo), rosqueada	0,7	
45° (raio longo), flangeada	0,2	
45° (raio normal)	0,4	
b. Retornos (curvas com 180°)		
flangeados	0,2	
rosqueados	1,5	
c. Tês		
Escoamento alinhado, flangeado	0,2	
Escoamento alinhado, rosqueado	0,9	
Escoamento derivado, flangeado	1,0	
Escoamento derivado, rosqueado	2,0	

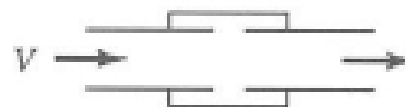
Exemplos de conexões

$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Perda de carga singular

Exemplos de conexões

Componente	K
d. União rosqueada	0,08
e. Válvulas*	
Globo, totalmente aberta	10
Gaveta, totalmente aberta	0,15
Gaveta, 1/4 fechada	0,26
Gaveta, 1/2 fechada	2,1
Gaveta, 3/4 fechada	17
Retenção, escoamento a favor	2
Retenção, escoamento contrário	∞
Esfera, totalmente aberta	0,05
Esfera, 1/3 fechada	5,5
Esfera, 2/3 fechada	210



$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Perda de carga singular

Exemplos de conexões

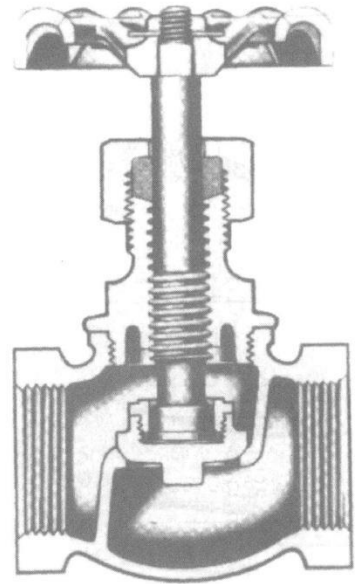


Perda de carga singular

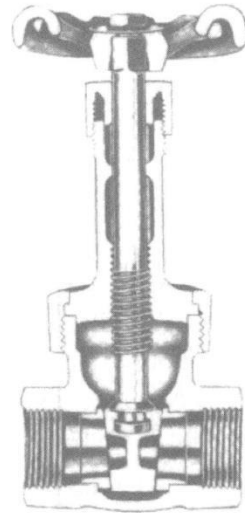
$$h_s = f \frac{L_{eq}}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

DIÂMETRO D mm pol		COTOVELO 90°	RAIO LONGO	COTOVELO 90°	RAIO MÉDIO	COTOVELO 90°	RAIO CURTO	COTOVELO 45°	CURVA 90° R/D = 1½	CURVA 90° R/D = 1	CURVA 45°	ENTRADA NORMAL	ENTRADA DE BORDA	REGISTRO DE GAVETA ABERTO	REGISTRO DE GLOBO ABERTO	REGISTRO DE ÂNGULO ABERTO	TÊ PASSAGEM DIRETA	TÊ SAÍDA DE LADO	TÊ SAÍDA BILATERAL	VÁLVULA DE PÊ E CRIVO	SAÍDA DA CANALIZ.	VÁLVULA DE RETENÇÃO TIPO LEVE	VÁLVULA DE RETENÇÃO TIPO PESADO
																							
13	1/2	0,3	0,4	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4	0,1	4,9	2,6	0,3	1,0	1,0	3,6	0,4	1,1	1,6
19	3/4	0,4	0,6	0,7	0,3	0,3	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,5	0,1	6,7	3,6	0,4	1,4	1,4	5,6	0,5	1,6	2,4
25	1	0,5	0,7	0,8	0,4	0,3	0,5	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,7	0,2	8,2	4,6	0,5	1,7	1,7	7,3	0,7	2,1	3,2
32	1 1/4	0,7	0,9	1,1	0,5	0,4	0,6	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,9	0,2	11,3	5,6	0,7	2,3	2,3	10,0	0,9	2,7	4,0
38	1 1/2	0,9	1,1	1,3	0,6	0,5	0,7	0,3	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	0,3	13,4	6,7	0,9	2,8	2,8	11,6	1,0	3,2	4,8
50	2	1,1	1,4	1,7	0,8	0,6	0,9	0,4	0,7	0,7	0,7	0,7	1,5	0,4	17,4	8,5	1,1	3,5	3,5	14,0	1,5	4,2	6,4
63	2 1/2	1,3	1,7	2,0	0,9	0,8	1,0	0,5	0,9	0,9	0,9	0,9	1,9	0,4	21,0	10,0	1,3	4,3	4,3	17,0	1,9	5,2	8,1
75	3	1,6	2,1	2,5	1,2	1,0	1,3	0,6	1,1	1,1	1,1	1,1	2,2	0,5	26,0	13,0	1,6	5,2	5,2	20,0	2,2	6,3	9,7
100	4	2,1	2,8	3,4	1,5	1,3	1,6	0,7	1,6	1,6	1,6	1,6	3,2	0,7	34,0	17,0	2,1	6,7	6,7	23,0	3,2	6,4	12,9
125	5	2,7	3,7	4,2	1,9	1,6	2,1	0,9	2,0	2,0	2,0	2,0	4,0	0,9	43,0	21,0	2,7	8,4	8,4	30,0	4,0	10,4	16,1
150	6	3,4	4,3	4,9	2,3	1,9	2,5	1,1	2,5	2,5	2,5	2,5	5,0	1,1	51,0	26,0	3,4	10,0	10,0	39,0	5,0	12,5	19,3
200	8	4,3	5,5	6,4	3,0	2,4	3,3	1,5	3,5	3,5	3,5	3,5	6,0	1,4	67,0	34,0	4,3	13,0	13,0	52,0	6,0	16,0	25,0
250	10	5,5	6,7	7,9	3,8	3,0	4,1	1,8	4,5	4,5	4,5	4,5	7,5	1,7	85,0	43,0	5,5	16,0	16,0	65,0	7,5	20,0	32,0
300	12	6,1	7,9	9,5	4,6	3,6	4,8	2,2	5,5	5,5	5,5	5,5	9,0	2,1	102,0	51,0	6,1	19,0	19,0	78,0	9,0	24,0	38,0
350	14	7,3	9,5	10,5	5,3	4,4	5,4	2,5	6,2	6,2	6,2	6,2	11,0	2,4	120,0	60,0	7,3	22,0	22,0	90,0	11,0	28,0	45,0

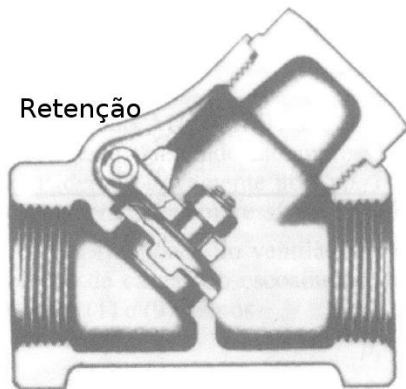
Perda de carga singular



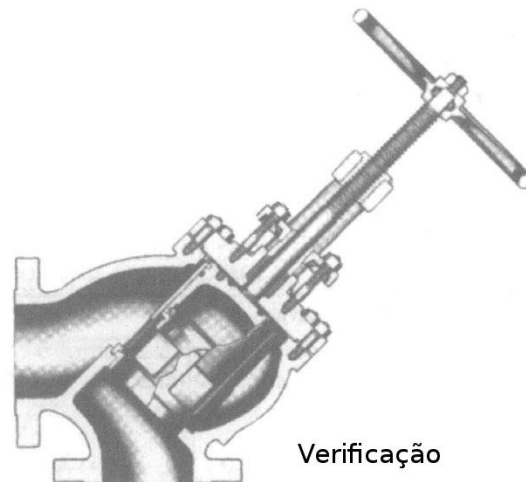
Globo



Gaveta

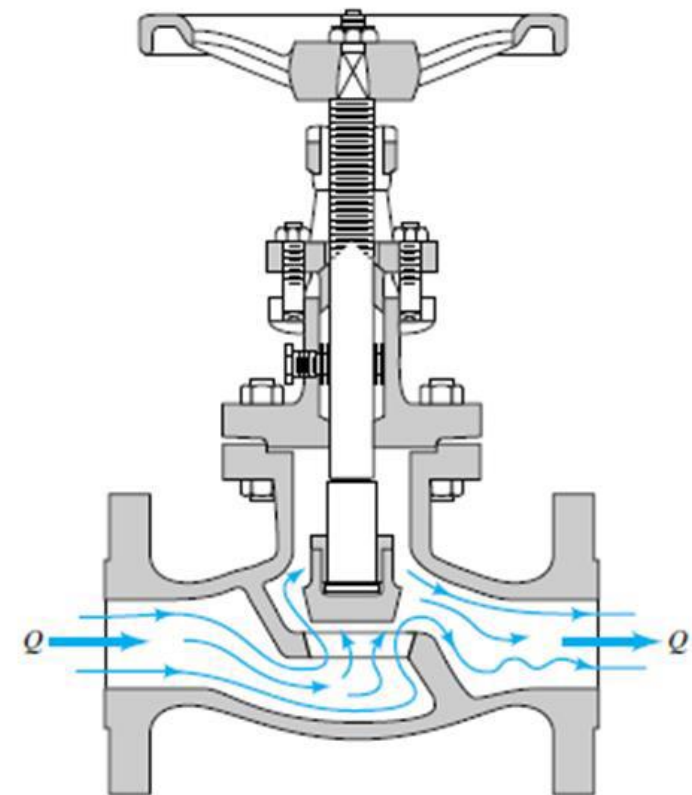


Retenção



Verificação

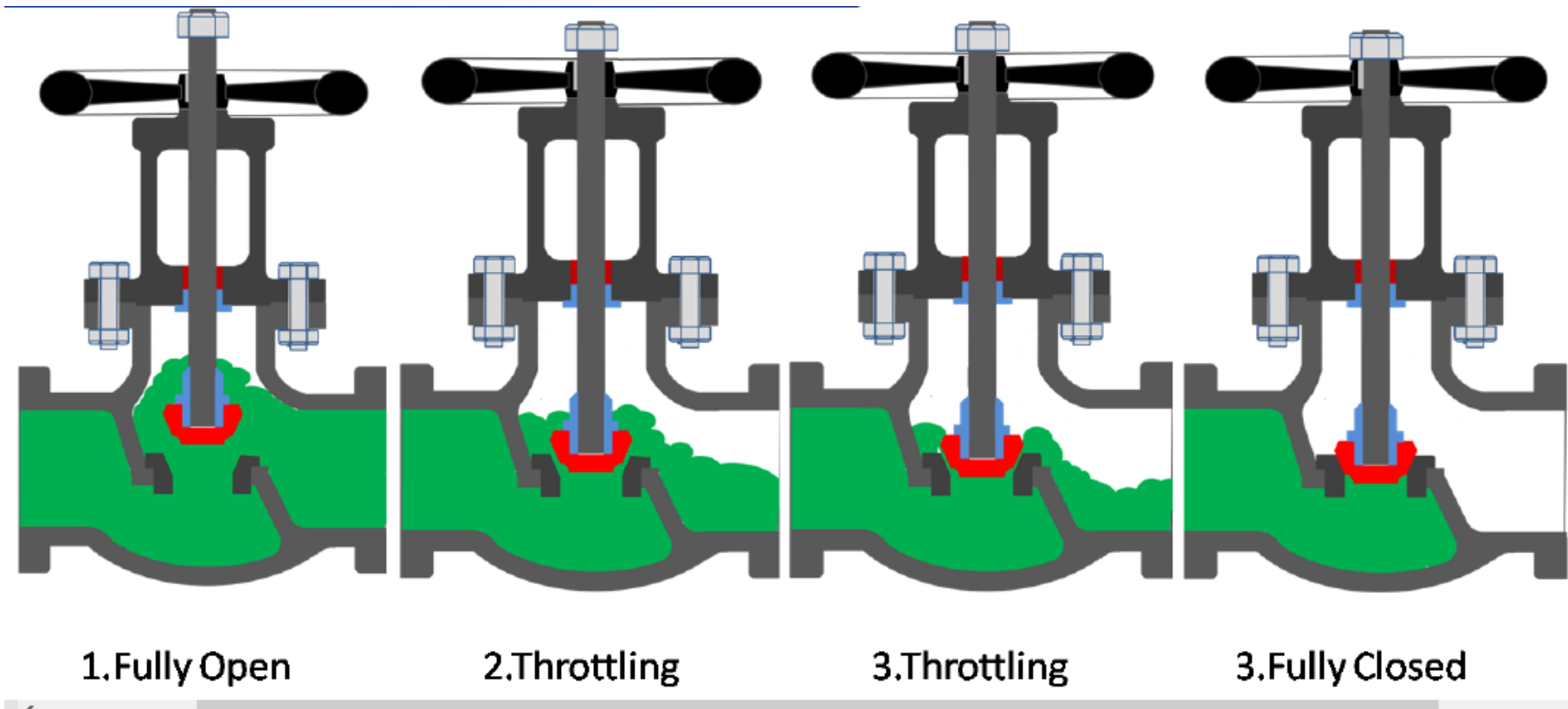
Exemplos de válvulas



Perda de carga singular

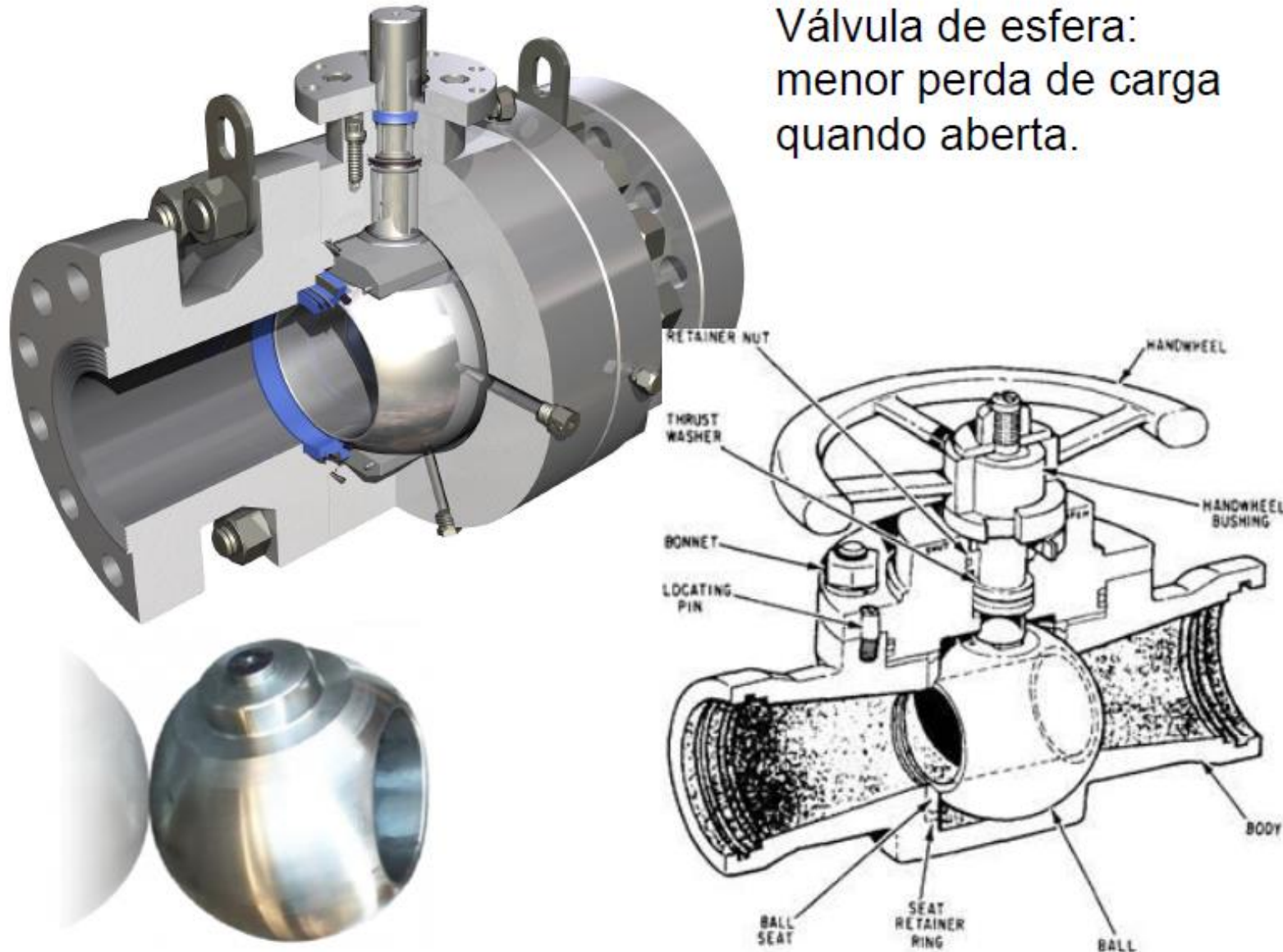


Válvula globo: grande perda de carga

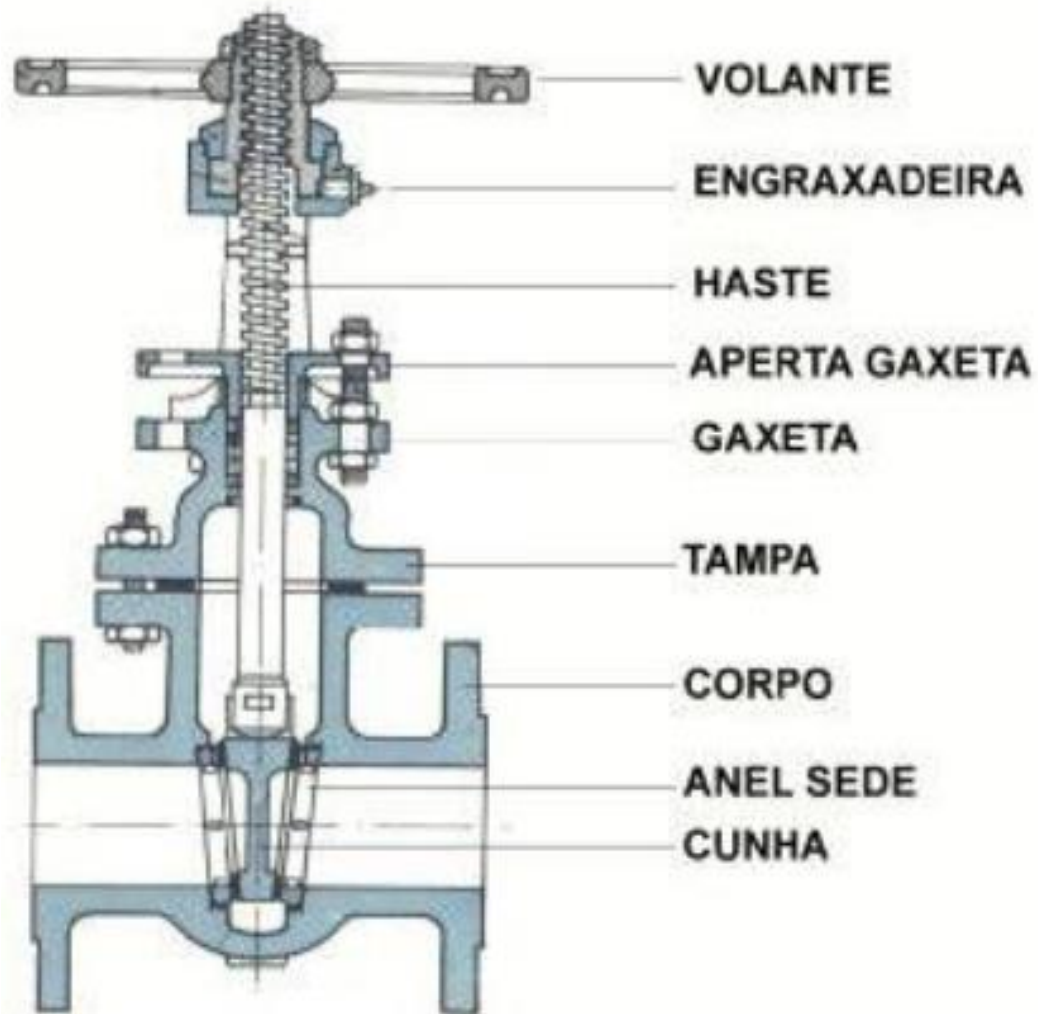


Perda de carga singular

Válvula de esfera:
menor perda de carga
quando aberta.

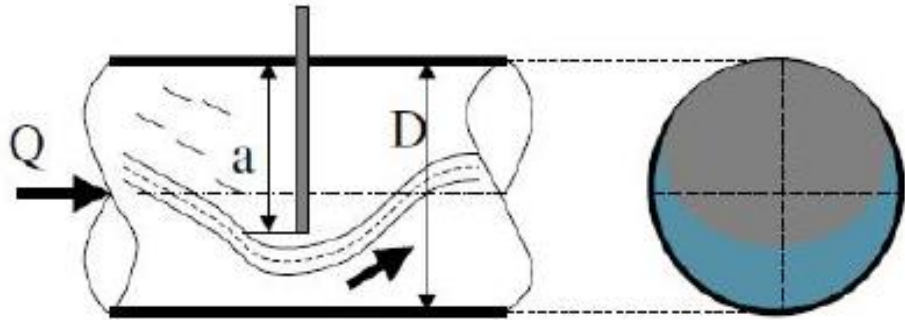


Perda de carga singular



Válvula de gaveta

Perda de carga singular



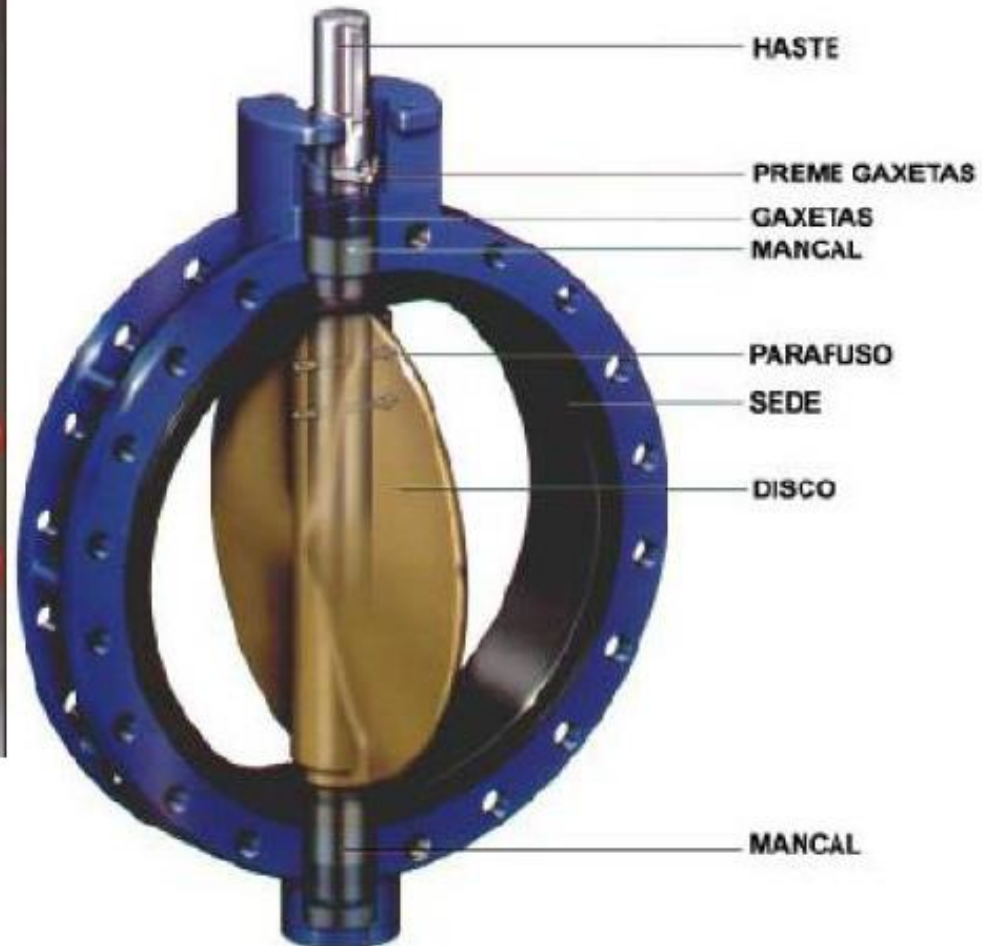
a/D	0	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8
K	0,15	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8



Válvula de gaveta

$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

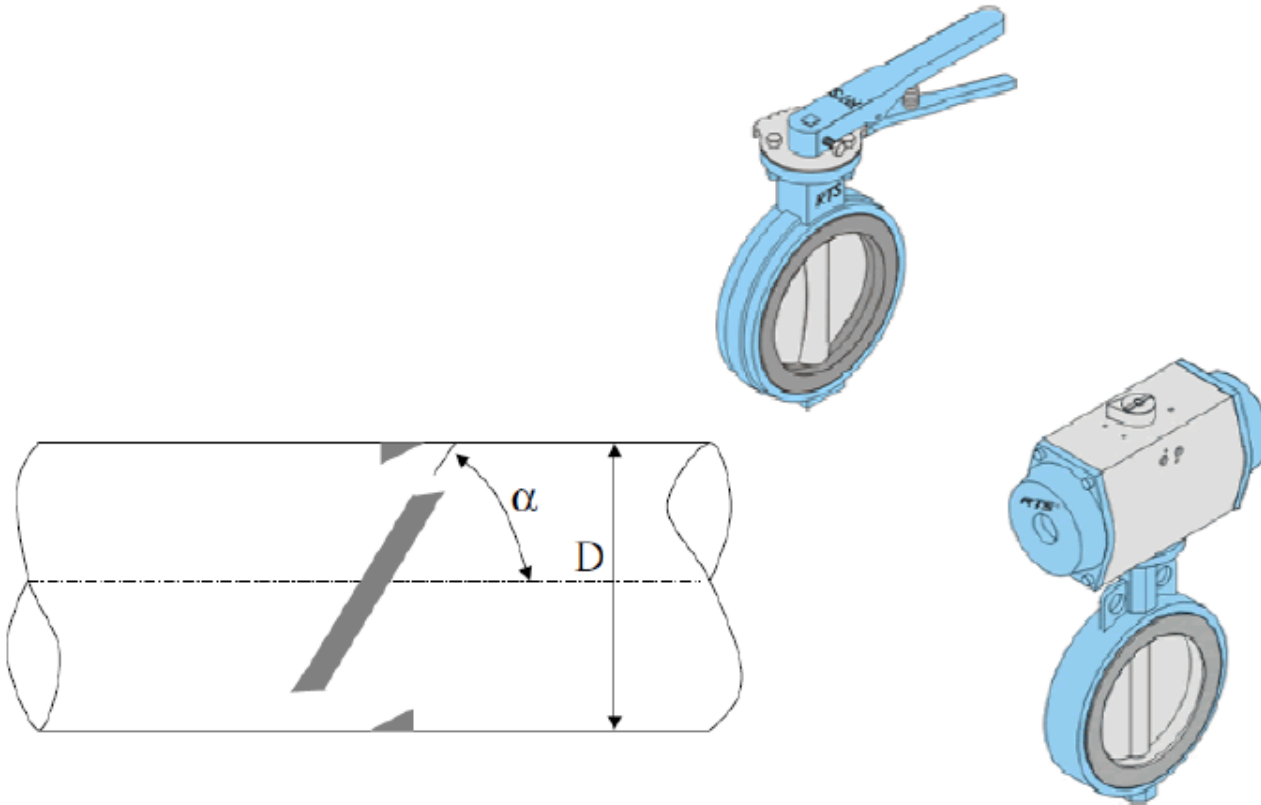
Perda de carga singular



Válvula de gaveta

Perda de carga singular

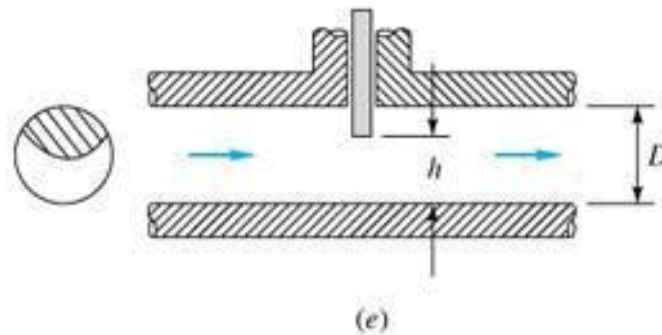
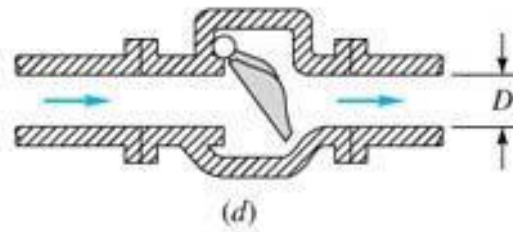
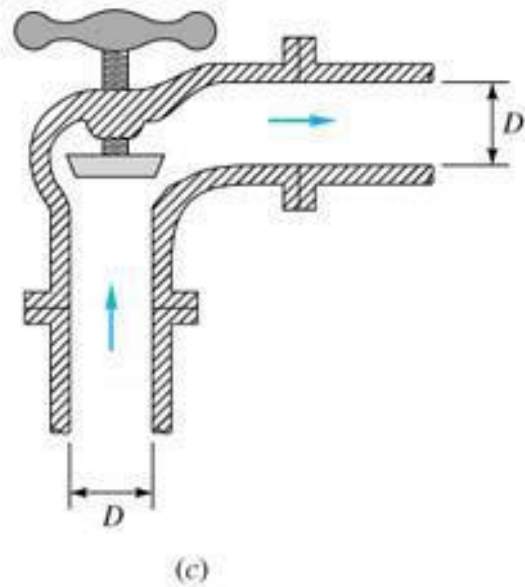
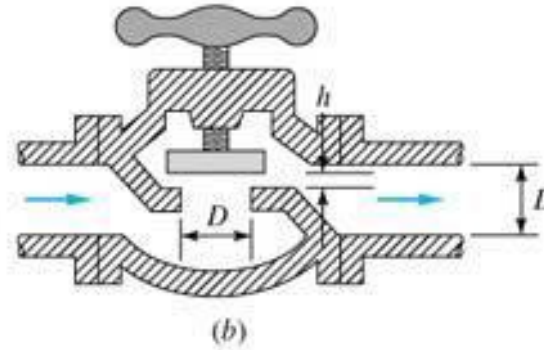
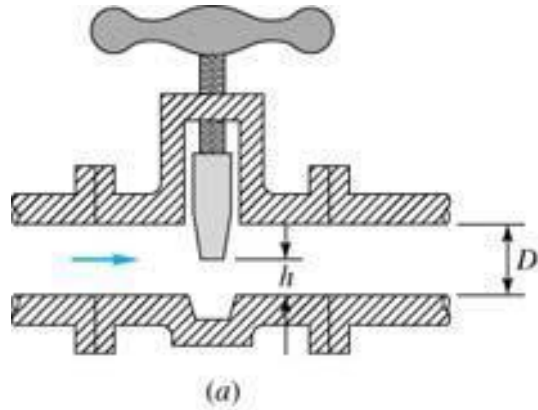
Válvula borboleta



α°	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
K	0,15	0,24	0,52	0,90	1,54	2,51	3,91	6,22	10,8	18,7	32,6

$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Perda de carga singular



Outros tipos de válvulas

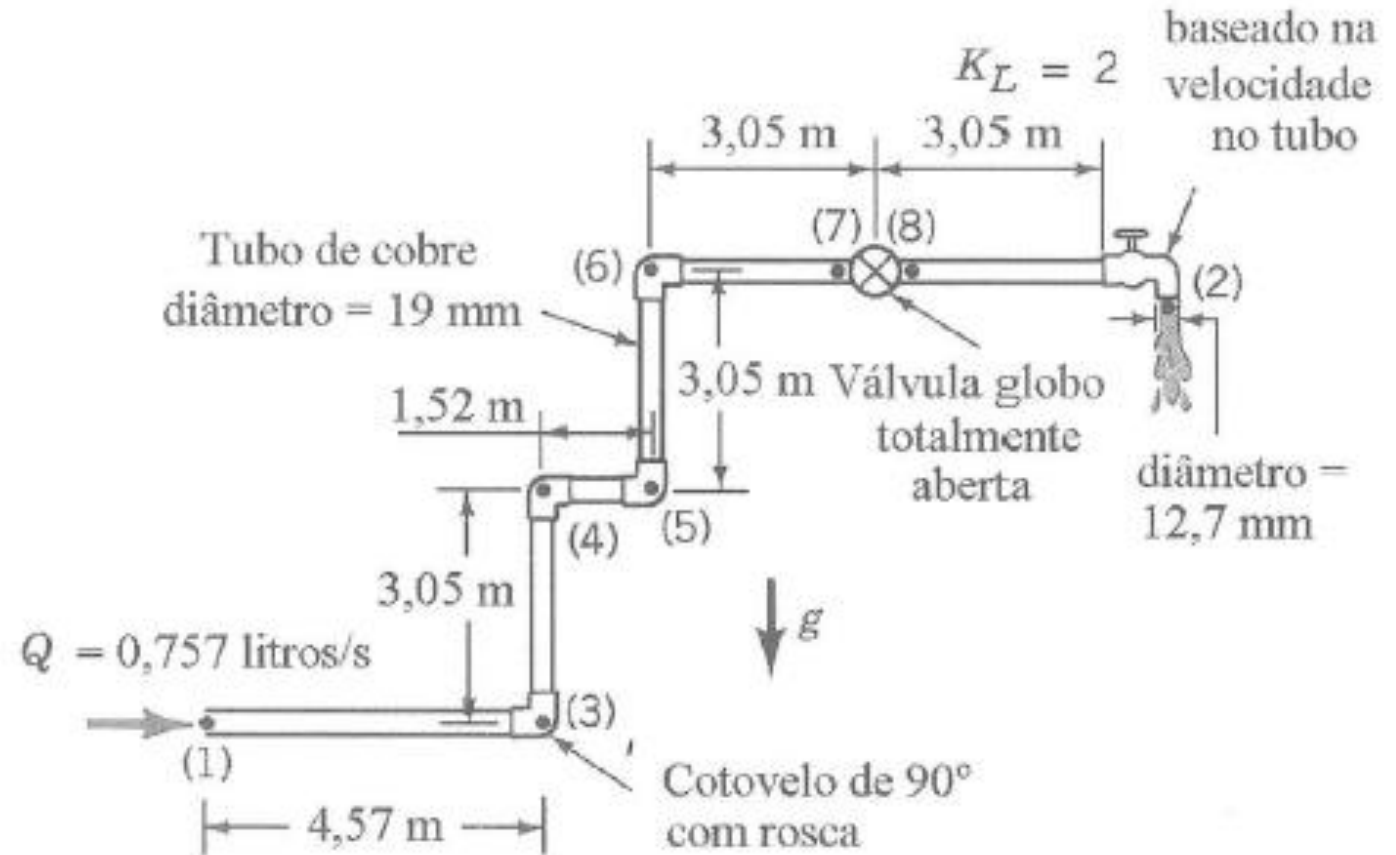
Perda de carga singular

$$h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

	Diâmetro nominal, pol (mm)									
	Parafusada					Flangeada				
	½ (13)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	8 (200)	20 (500)	
Válvulas (totalmente abertas):										
Globo	14	8,2	6,9	5,7	13	8,5	6,0	5,8	5,5	
Gaveta	0,3	0,24	0,16	0,11	0,80	0,35	0,16	0,07	0,03	
Retenção basculante	5,1	2,9	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	
Em ângulo	9,0	4,7	2,0	1,0	4,5	2,4	2,0	2,0	2,0	
Cotovelos:										
45° normal	0,39	0,32	0,30	0,29						
45° raio longo					0,21	0,20	0,19	0,16	0,14	
90° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,50	0,39	0,30	0,26	0,21	
90° raio longo	1,0	0,72	0,41	0,23	0,40	0,30	0,19	0,15	0,10	
180° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,41	0,35	0,30	0,25	0,20	
180° raio longo					0,40	0,30	0,21	0,15	0,10	
Tês:										
Escoamento direto	0,90	0,90	0,90	0,90	0,24	0,19	0,14	0,10	0,07	
Escoamento no ramal	2,4	1,8	1,4	1,1	1,0	0,80	0,64	0,58	0,41	

Exercício 01

Água , a 20°C , escoia do térreo para o segundo andar de um edifício por meio de um tubo estirado de cobre que apresenta diâmetro igual a 19 mm. A vazão da torneira, cujo diâmetro de saída é de 12,7 mm é de 0,757 L/s. Determine a pressão no ponto (1) considerando todas as perdas (distribuídas e singulares)



Exercício 01

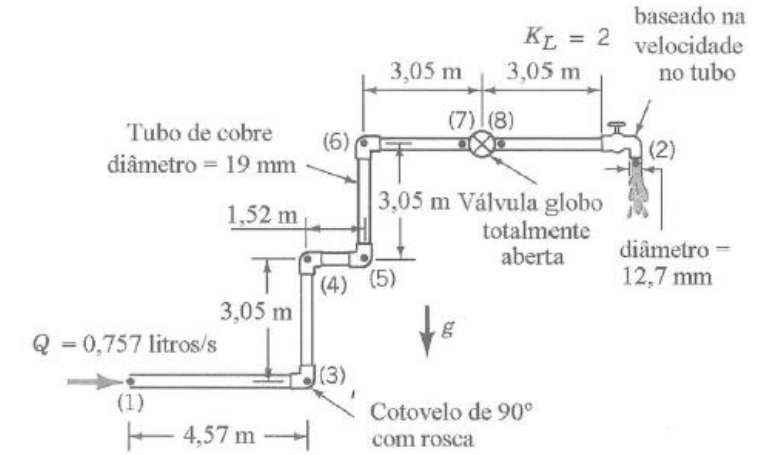
Aplicando a equação da energia entre as seções (1) e (2):

$$\frac{p_1}{\gamma_1} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 + h_{bomba} = \frac{p_2}{\gamma_2} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbina} + h_L$$

Hipóteses:

- Não há bombas e nem turbinas
- Sem variação de propriedades ao longo da tubulação
- Regime permanente
- Sem mudança de regime de escoamento

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + \alpha \left(\frac{\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2}{2g} \right) + (z_2 - z_1) + h_L$$



Exercício 01

Aplicando a conservação de massa entre as seções (1) e (2):

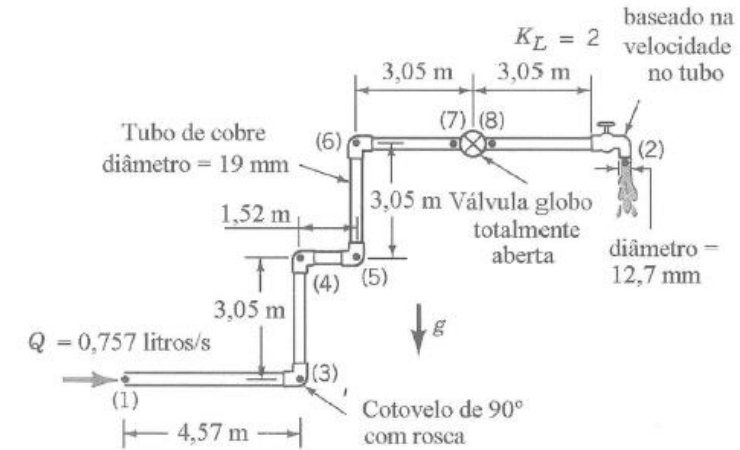
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \rho_1 \bar{V}_1 A_1 = \rho_2 \bar{V}_2 A_2 \Rightarrow \bar{V}_1 A_1 = \bar{V}_2 A_2$$

$$\bar{V}_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = \bar{V}_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \Rightarrow \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \Rightarrow \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \left(\frac{12,7}{19} \right)^2 = 0,447 \bar{V}_2$$

Para saber o valor de α : $Re_1 = \frac{\bar{V}_1 D_1}{\nu}$

$$\dot{Q}_1 = \bar{V}_1 A_1 \Rightarrow \bar{V}_1 = \frac{\dot{Q}_1}{A_1} \Rightarrow \bar{V}_1 = \frac{0,757 \times 10^{-3}}{\frac{\pi (19 \times 10^{-3})^2}{4}} = 2,67 \text{ m/s}$$

$$\bar{V}_1 = 0,447 \bar{V}_2 \Rightarrow 2,67 = 0,447 \bar{V}_2 \Rightarrow \bar{V}_2 = 5,98 \text{ m/s}$$



Exercício 01

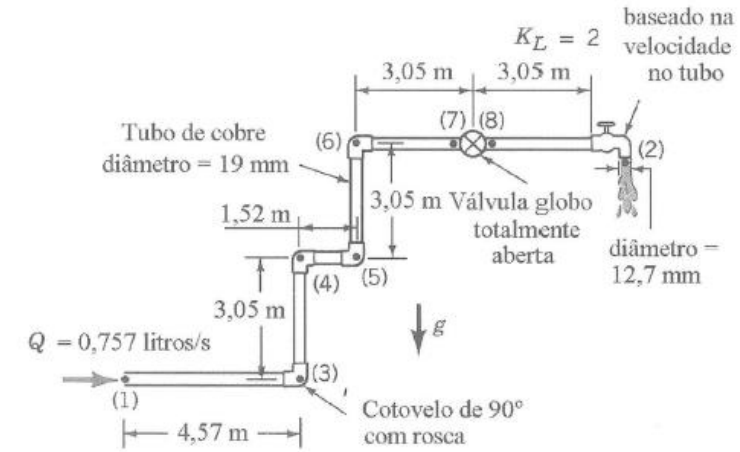
Para água a 20°C: $\rho = 998,2 \text{ kg/m}^3$ e $\nu = 1,004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$Re_1 = \frac{\bar{V}_1 D_1}{\nu} = \frac{2,67 * 19 \times 10^{-3}}{1,004 \times 10^{-6}} = 5,05 \times 10^4 (\text{turbulento})$$

$$Re_2 = \frac{\bar{V}_2 D_2}{\nu} = \frac{5,98 * 12,7 \times 10^{-3}}{1,004 \times 10^{-6}} = 7,56 \times 10^4 (\text{turbulento})$$

Portanto: $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + \alpha \left(\frac{\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2}{2g} \right) + (z_2 - z_1) + h_L$$



Exercício 01

Logo:

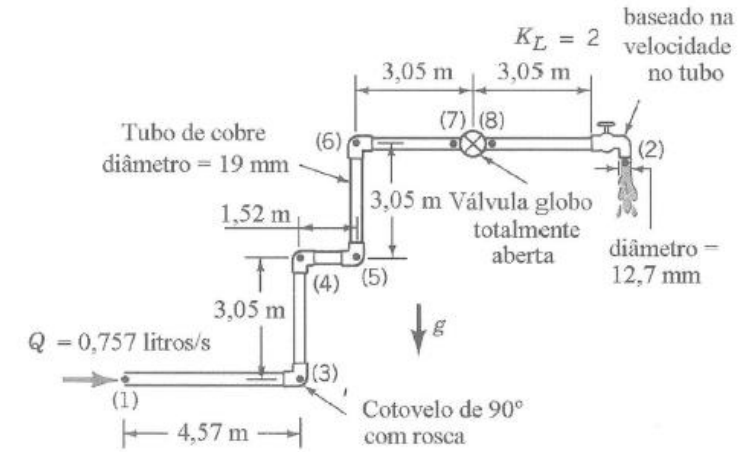
$$p_1 = p_{atm} + \frac{\alpha \rho (\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2)}{2} + \rho g (z_2 - z_1) + \rho g h_L$$

Para o cálculo das perdas distribuídas e singulares:

$$h_L = f \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g} = \sum_{i=0}^N h_{d,i} + \sum_{j=0}^M h_{s,j}$$

No caso de perdas distribuídas:

$$\sum_{i=0}^N h_{d,i} = \sum_{i=0}^N f_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \cdot \frac{\bar{V}_i^2}{2g}$$



Exercício 01

Como não há variação de diâmetro nos trechos retos e o tubo é do mesmo material:

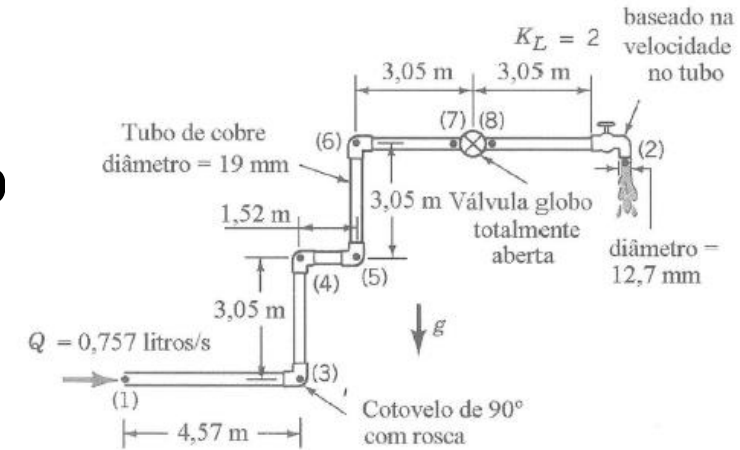
$$\sum_{i=0}^N h_{d,i} = \sum_{i=0}^N f_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \cdot \frac{\bar{V}_i^2}{2g} = f \cdot \frac{\bar{V}_1^2}{D_1 2g} \sum_{i=0}^N l_i$$

Para o cálculo do fator de atrito temos:

Tubos de cobre: $\varepsilon = 0,0015 \text{ mm}$ $\longrightarrow \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,0015}{19 \times 10^{-3}} = 0,0789$

Pela fórmula de Souza-Cunha-Marques:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,16}{\text{Re}} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,09}{\text{Re}^{0,87}} \right) \right]$$



Exercício 01

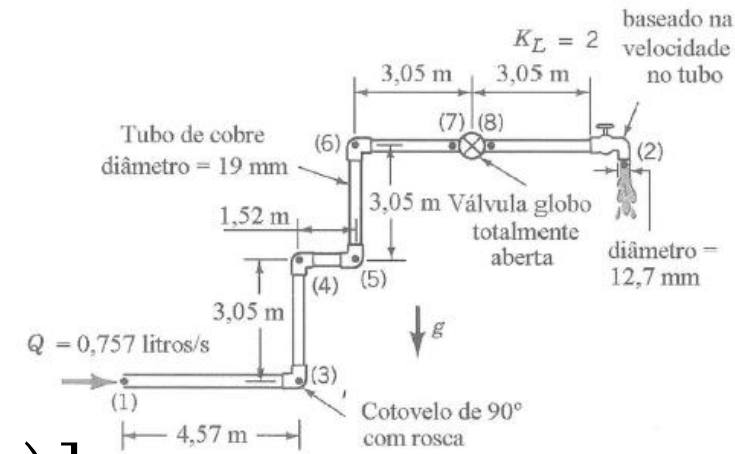
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,16}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,09}{Re^{0,87}} \right) \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{0,0789}{3,7} + \frac{5,16}{5,05 \times 10^4} \log \left(\frac{0,0789}{3,7} + \frac{5,09}{(5,05 \times 10^4)^{0,87}} \right) \right] = 0,0896$$

Logo:

$$\sum_{i=0}^N h_{d,i} = 0,0896 \times \frac{(2,67)^2}{19 \times 10^{-3} \times 2 \times 9,8} (4,57 + 1,52 + 3,05 + 3,05 + 3,05 + 3,05)$$

$$\sum_{i=0}^N h_{d,i} = 30,27 \text{ m}$$



Exercício 01

Para o cálculo das perdas singulares:

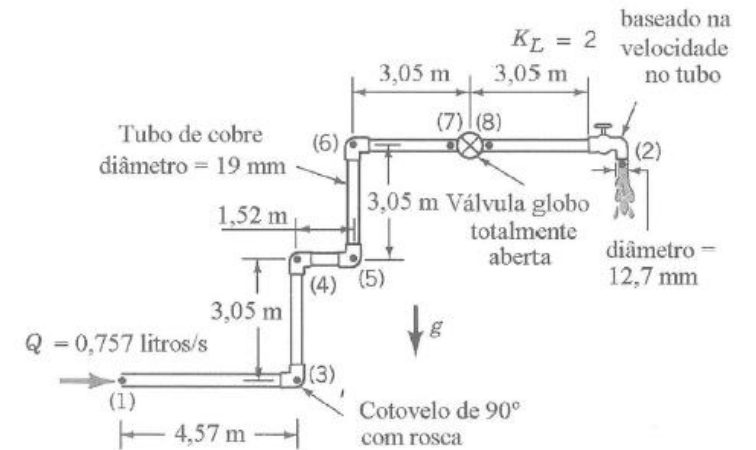
$$\sum_{j=0}^M h_{s,j} = \sum_{j=0}^M K_j \frac{\bar{V}_j^2}{2g}$$

As perdas singulares no circuito são:

- 04 cotovelos de 90° (K=1,75)
- 01 válvula globo totalmente aberta (K=11,1)
- 01 contração: K=2

$$\sum_{j=0}^M h_{s,j} = \sum_{j=0}^M K_j \frac{\bar{V}_j^2}{2g} = \frac{\bar{V}_1^2}{2g} \sum_{j=0}^M K_j$$

$$\sum_{j=0}^M h_{s,j} = \frac{(2,67)^2}{2 \times 9,8} (4 \times 1,75 + 11,1 + 2) = 7,31 \text{ m}$$



	Diâmetro nominal, pol (mm)									
	Parafusada					Flangeada				
	1/2 (13)	1 (25)	2 (50)	4 (100)		1 (25)	2 (50)	4 (100)	8 (200)	20 (500)
Válvulas (totalmente abertas):										
Globo	14	8,2	6,9	5,7		13	8,5	6,0	5,8	5,5
Gaveta	0,3	0,24	0,16	0,11		0,80	0,35	0,16	0,07	0,03
Retenção basculante	5,1	2,9	2,1	2,0		2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
Em ângulo	9,0	4,7	2,0	1,0		4,5	2,4	2,0	2,0	2,0
Cotovelos:										
45° normal		0,39	0,32	0,30	0,29					
45° raio longo						0,21	0,20	0,19	0,16	0,14
90° normal		2,0	1,5	0,95	0,64	0,50	0,39	0,30	0,26	0,21
90° raio longo		1,0	0,72	0,41	0,23	0,40	0,30	0,19	0,15	0,10
180° normal		2,0	1,5	0,95	0,64	0,41	0,35	0,30	0,25	0,20
180° raio longo						0,40	0,30	0,21	0,15	0,10
Tês:										
Escoamento direto	0,90	0,90	0,90	0,90		0,24	0,19	0,14	0,10	0,07
Escoamento no ramal	2,4	1,8	1,4	1,1		1,0	0,80	0,64	0,58	0,41

Exercício 01

Portanto:

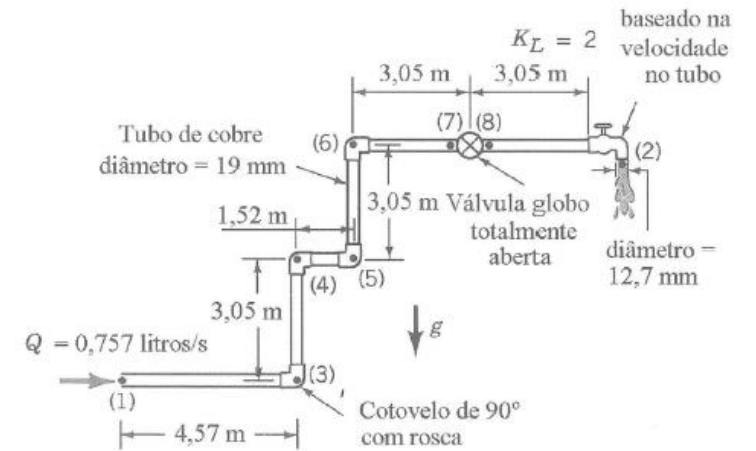
$$h_L = \sum_{i=0}^N h_{d,i} + \sum_{j=0}^M h_{s,j} = 30,27 + 7,31 = 37,58 \text{ m}$$

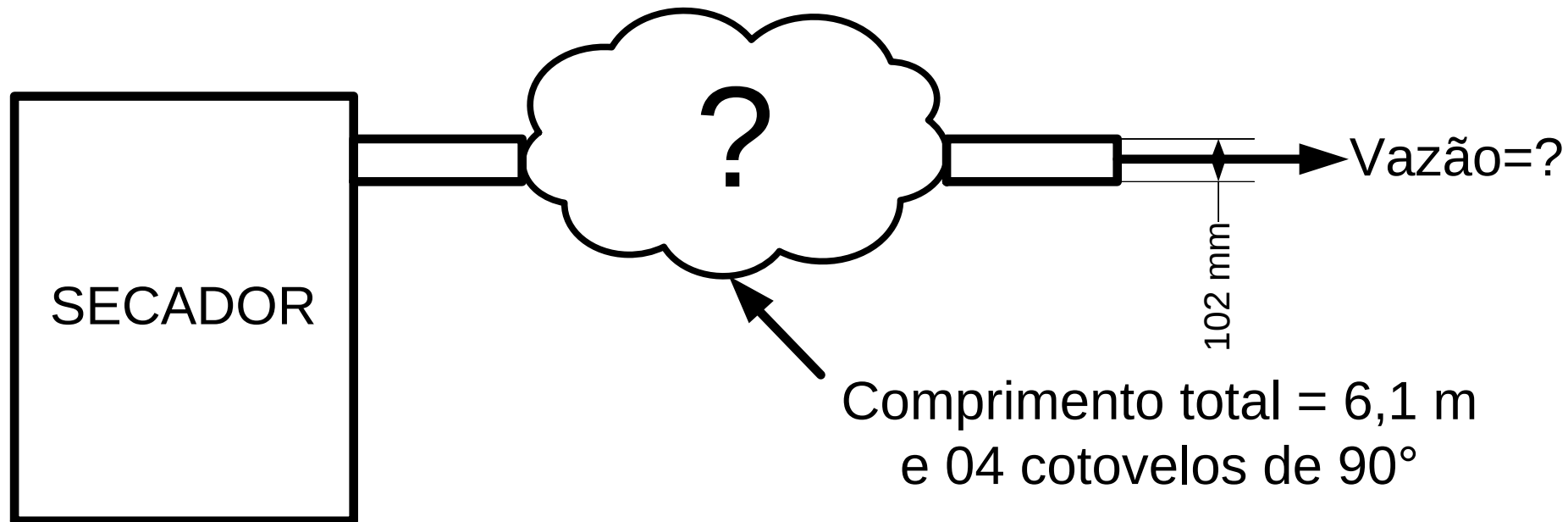
Assumindo: $p_{\text{atm}} = 101,325 \text{ kPa}$ e seção 1 como referência ($z_1 = 0$ e $z_2 = 7,10 \text{ m}$)

$$p_1 = p_{\text{atm}} + \frac{\alpha \rho (\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2)}{2} + \rho g (z_2 - z_1) + \rho g h_L$$

$$p_1 = 101,325 \times 10^3 + \frac{2 \times 998,2 \times ((5,98)^2 - (2,67)^2)}{2} + 998,2 \times 9,8 (7,10 - 0) + 998,2 \times 9,8 \times 37,58$$

$$p_1 = 566.980 \text{ Pa} = 566,980 \text{ kPa}$$





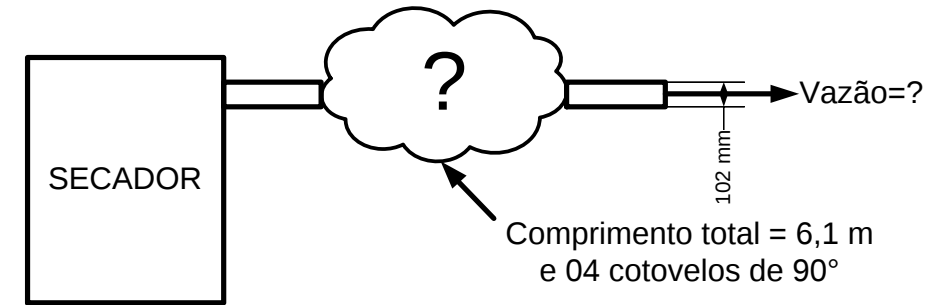
Exercício 02

O manual do fabricante de um secador de roupa indica que a tubulação de exaustão de gás (diâmetro 102 mm e fabricado de ferro fundido) não pode apresentar comprimento total maior que 6,1 m e quatro curvas de 90°. Determine a vazão de gás nesta tubulação sabendo que a pressão dentro do secador é 50 Pa. Admita que as propriedades do gás podem ser avaliadas como as propriedades do ar a 37°C

Exercício 02

Hipóteses:

- Seção 1: saída do secador
- Seção 2: saída da tubulação
- Sem variação de temperatura ao longo da tubulação (sem variação de propriedades)
- Vazão mínima: tubulação de comprimento 6,1 m e 04 cotovelos de 90° (raio normal)
- Regime permanente
- Escoamento turbulento
- Pressão no secador=pressão relativa=50 Pa

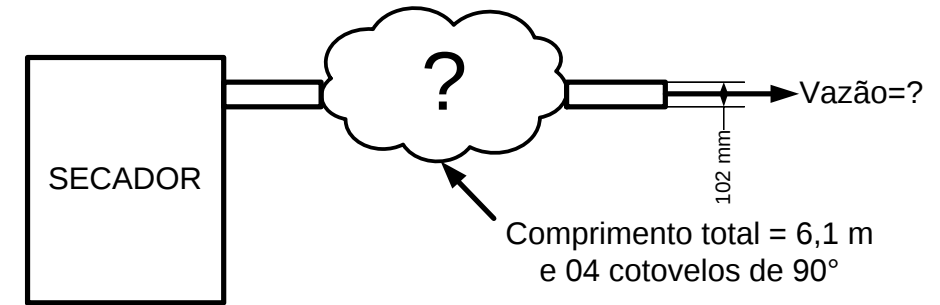


$$\dot{Q} = \bar{V} A = ?$$

Pela equação de conservação de massa:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 = \bar{V} \text{ e } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

Exercício 02



Pela equação de conservação de energia:

$$\frac{p_1}{\gamma_1} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 + h_{bomba} = \frac{p_2}{\gamma_2} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbina} + h_L$$

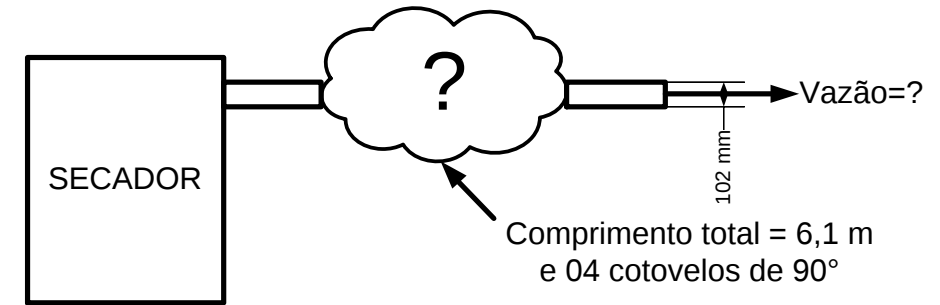
Hipóteses adicionais:

- Não há bombas e nem turbinas
- Variações de cota desprezíveis

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = h_L$$

Exercício 02

Para ar a 37°C: $\rho=1,1384 \text{ kg/m}^3$ e $1,64 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$



$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = h_L = \sum_{i=0}^N h_{d,i} + \sum_{j=0}^M h_{s,j}$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \sum_{i=0}^N f_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \cdot \frac{\bar{V}_i^2}{2g} + \sum_{j=0}^M K_j \frac{\bar{V}_j^2}{2g} = \left(\frac{f}{D} \sum_{i=0}^N l_i + \sum_{j=0}^M K_j \right) \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Exercício 02

Comprimento total:
6,1 m

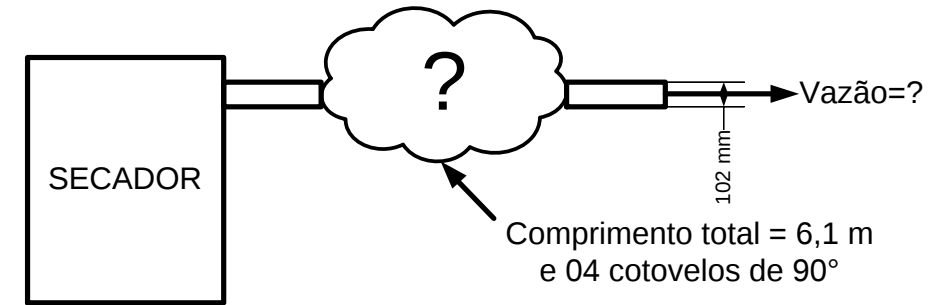
04 cotovelos de 90°
(K=1,75)

$$\frac{50}{1,1384} = \left(\frac{f}{(102 \times 10^{-3})} \times 6,1 + 4 \times 1,75 \right) \cdot \frac{\bar{V}^2}{2}$$

$$43,92 = (29,90f + 3,5)\bar{V}$$

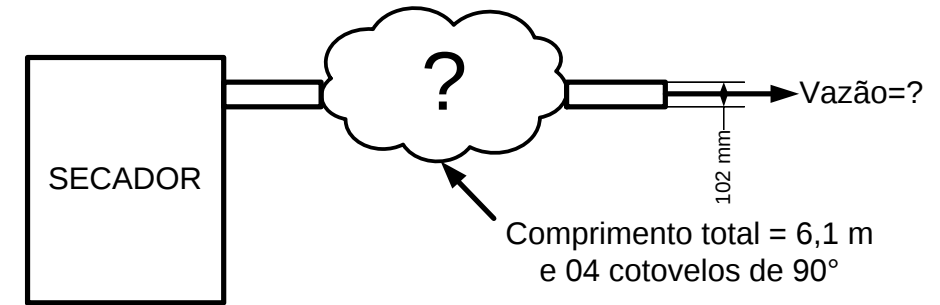
Para ferro fundido: $\varepsilon = 0,26 \text{ mm}$ $\Rightarrow \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,26}{102} = 0,0025$

$$f_{CR} = \left[-2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \right]^{-2}$$



Exercício 02

Estimativa inicial: escoamento plenamente rugoso



$$f_{CR} = \left[-2,0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \right]^{-2} = \left[-2,0 \log \left(\frac{0,0025}{3,7} \right) \right]^{-2} = 0,0250$$

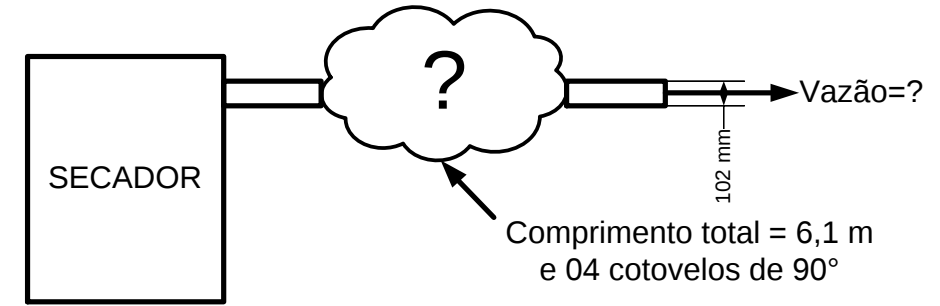
$$43,92 = (29,90f + 3,5)\bar{V} = (29,90 \times 0,0250 + 3,5)\bar{V} \Rightarrow \bar{V} = 10,34 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{10,34 \times 102 \times 10^{-3}}{1,64 \times 10^{-5}} = 6,43 \times 10^4 \text{ (turbulento)}$$

Pela fórmula de Souza-Cunha-Marques:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,16}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,09}{Re^{0,87}} \right) \right]$$

Exercício 02



$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,16}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,09}{Re^{0,87}} \right) \right]$$

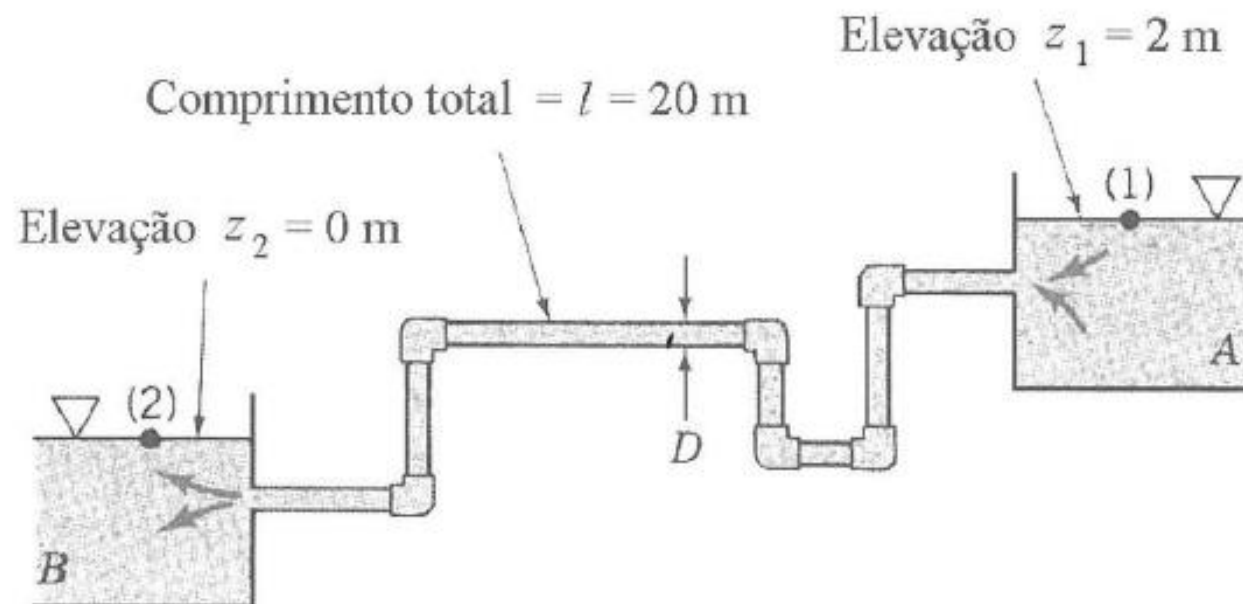
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{0,0025}{3,7} + \frac{5,16}{6,43 \times 10^4} \log \left(\frac{0,0025}{3,7} + \frac{5,09}{6,43 \times 10^4^{0,87}} \right) \right] \Rightarrow f = 0,0249$$

i	f_i	V(m/s)	Re	f_{i+1}
0	0,0250	10,34	$6,43 \times 10^4$	0,0249
1	0,0249	10,35	$6,34 \times 10^4$	0,0249

$$\dot{Q} = 10,35 \times \frac{\pi D^2}{4} = 10,35 \times \frac{\pi (102 \times 10^{-3})^2}{4} = 0,085 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exercício 03

Água a 10°C ($\nu=1,37 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) escoa do reservatório A para o reservatório B por meio de uma tubulação de ferro fundido ($\epsilon=0,26 \text{ mm}$) que apresenta 20 m de comprimento. A vazão de água é de $0,002 \text{ m}^3/\text{s}$. O sistema contém uma entrada, uma saída de canto reto e seis cotovelos normais de 90° . Determine o diâmetro da tubulação.



Exercício 03

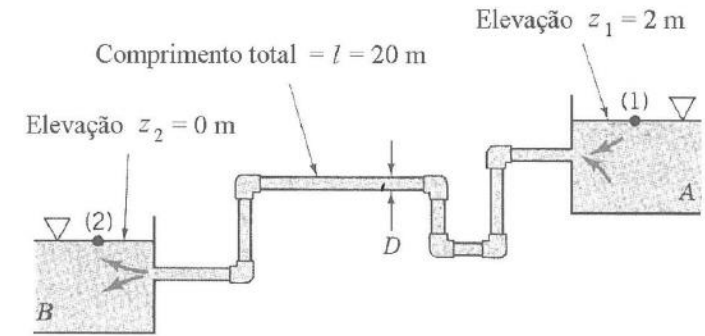
Hipóteses:

- Pressão na seção 1: pressão atmosférica
- Pressão na seção 2: pressão atmosférica
- Sem variação de temperatura ao longo da tubulação (sem variação de propriedades)
- Regime permanente
- Escoamento turbulento

$$\dot{Q} = \bar{V}A = 0,002$$

Sendo A e B reservatórios de superfícies livres:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 = 0$$



Exercício 03

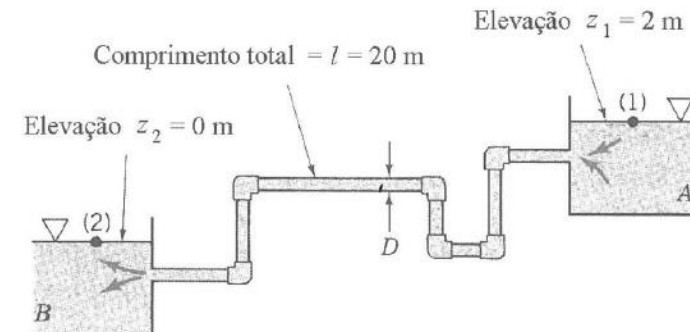
Aplicando a equação da energia entre as seções (1) e (2):

$$\frac{p_1}{\gamma_1} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 + h_{bomba} = \frac{p_2}{\gamma_2} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbina} + h_L$$

Hipóteses:

- Não há bombas e nem turbinas
- Sem variação de propriedades ao longo da tubulação
- Regime permanente
- Sem mudança de regime de escoamento

$$h_L = z_1 - z_2$$



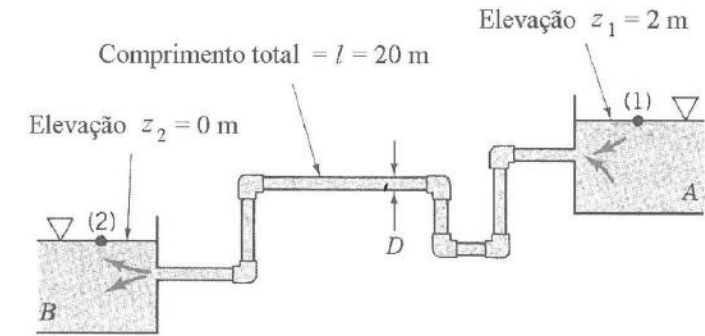
Exercício 03

$$h_L = z_1 - z_2 = \sum_{i=0}^N h_{d,i} + \sum_{j=0}^M h_{s,j} = \sum_{i=0}^N f_i \cdot \frac{l_i}{D_i} \cdot \frac{\bar{V}_i^2}{2g} + \sum_{j=0}^M K_j \frac{\bar{V}_j^2}{2g}$$

$$h_L = z_1 - z_2 = \left(\frac{f}{D} \sum_{i=0}^N l_i + \sum_{j=0}^M K_j \right) \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$2 = \left(\frac{f \times 20}{D} + \sum_{j=0}^M K_j \right) \cdot \frac{\bar{V}^2}{2 \times 9,8}$$

$$2 = \left(\frac{f \times 20}{D} + (0,5 + 1,0 + 6 * 1,75) \right) \cdot \frac{\bar{V}^2}{2 \times 9,8} \Rightarrow 39,2 = \left(\frac{f \times 20}{D} + 12 \right) \bar{V}^2$$



Perdas singulares;

- Entrada de canto reto ($K=0,5$)
- Saída de canto reto ($K=1,0$)
- 04 cotovelos de 90° (raio normal) ($K=1,75$)

Exercício 03

Para ferro fundido: $\varepsilon = 0,26 \text{ mm}$ ➡

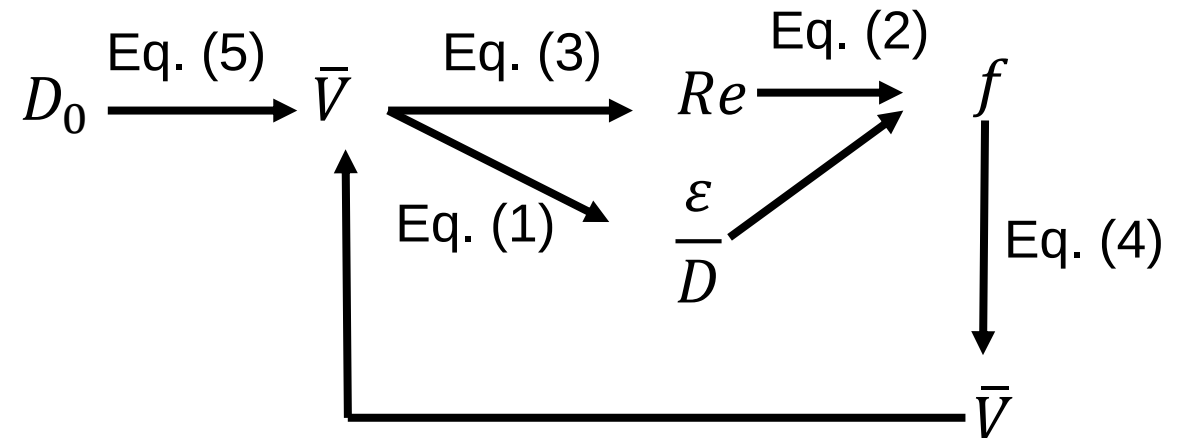
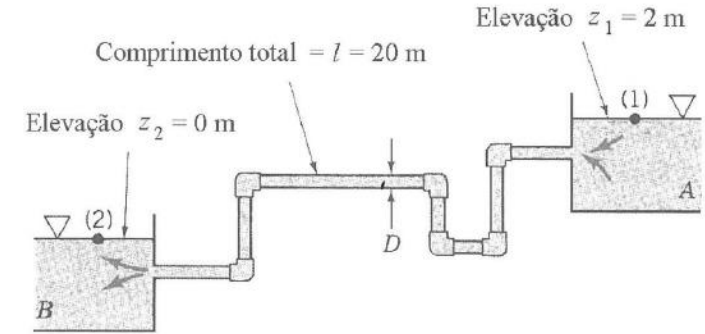
$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,26}{D} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left[\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,16}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,09}{Re^{0,87}} \right) \right] \quad (2)$$

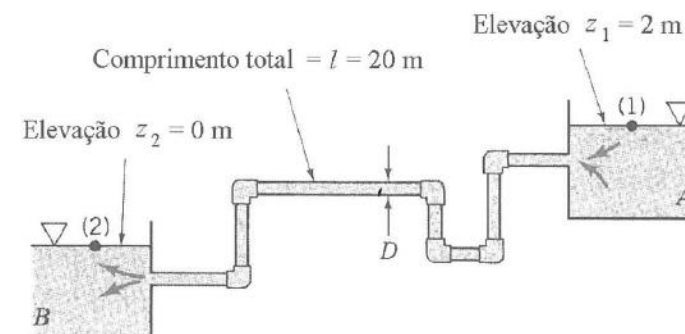
$$Re = \frac{\bar{V} D}{\nu} \quad (3)$$

$$39,2 = \left(\frac{f \times 20}{D} + 12 \right) \bar{V}^2 \quad (4)$$

$$\bar{V} \frac{\pi D^2}{4} = 0,002 \quad (5)$$



Exercício 03



D	V_i	Re	f	V_{i+1}	$V_{i+1} - V_i$
50	1,02	3,72E+04	0,0307	1,27	0,25
45	1,26	4,13E+04	0,0317	1,23	-0,03
47	1,15	3,95E+04	0,0313	1,24	0,09
46	1,20	4,04E+04	0,0315	1,23	0,03
45,5	1,23	4,09E+04	0,0316	1,23	0,00