① Considere a sequência (a_n), onde $a_n = 2^n - 1$. Faça as contas e escreva os primeiros cinco termos da sequência.

$a_1 = 2^1 - 1 = 1$ $\quad$ $a_4 = 2^4 - 1 = 15$

$a_2 = 2^2 - 1 = 3$ $\quad$ $a_5 = 2^5 - 1 = 31$

$a_3 = 2^3 - 1 = 7$

③ Determine o 5º termo da sequência definida por, $a_1 = 20$ e $3a_{n+1} = a_n$

$a_1 = 20$

$N = 1$

$3a_2 = a_1 \Rightarrow a_2 = \frac{a_1}{3} = \frac{20}{3}$

$N = 2$

$3a_3 = a_2 \Rightarrow a_3 = \frac{a_2}{3} = \frac{20}{9}$

$N = 3$

$3a_4 = a_3 \Rightarrow a_4 = \frac{a_3}{4} = \frac{20}{27}$

$N = 4$

$3a_5 = a_4 \Rightarrow a_5 = \frac{a_4}{3} = \frac{20}{81}$

⑤ Calcule a razão de uma P.A. de 23 termos cujo primeiro termo é 8 e o último termo é o 74.

$a_1 = 8$ $\quad$ $a_N = a_1 + (N-1)r$

$a_{23} = 74$ $\quad$ $a_{23} = a_1 + 22 \cdot r$

$r = ?$ $\quad$ $74 = 8 + 22 \cdot r \Rightarrow r = \frac{66}{22} = 3$

10 A soma dos p primeiros números naturais ímpares é igual:

a) ao quadrado da metade de p.

b) ao cubo de p.

c) ao quadrado de p.

d) a metade do quadrado de p.

e) ao triplo de p.

$a_1 = 1$

$a_p = a_1 + (p-1)\cdot 2$

$S_p = \dfrac{(a_1 + a_p)\cdot p}{2}$

$S_p = \dfrac{(1 + 1 + 2p - 2)\, p}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_p = \dfrac{(2p)\cdot p}{2} = \dfrac{2p^2}{2} = p^2$

11 Sabendo que a soma dos nove primeiros termos de uma P.A. é 17.874, calcule o seu 5º termo.

$S_9 = 17.874$

$a_5 = ?$

$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2}\cdot n$

$S_9 = \dfrac{(a_1 + a_1 + 8\cdot r)\cdot 9}{2}$

$2\cdot 17874 = (2a_1 + 8\cdot r)\cdot 9$

$3972 = (2a_1 + 8r) \Rightarrow$

$1986 = \underbrace{a_1 + 4\cdot r}_{a_5} \Rightarrow \boxed{a_5 = 1986}$

(12) Numa P.A. sabe-se que $a_{14} = 3$ e $a_{16} = 11$. Calcule a soma dos seus trinta primeiros termos.

$a_{16} = 11$ $\qquad$ $a_{16} = a_1 + 15 \cdot r$ (I)

$a_{14} = 3$ $\qquad$ $a_{14} = a_1 + 13 \cdot r$ (II)

$S_{30} = ?$

$a_{16} - a_{14} = 2r \Rightarrow$

$\Rightarrow 11 - 3 = 2r \Rightarrow 2r = 8 \Rightarrow \boxed{r = 4}$

$3 = a_1 + 13 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{a_1 = -49}$

$$S_{30} = \frac{(a_1 + a_1 + 29 \cdot 4) \cdot 30}{2} =$$

$$= \frac{(-98 + 116) \cdot 30}{2} = \frac{18 \cdot 30}{2} = 270$$

$\boxed{S_{30} = 270}$

(15) A sequência $(a_n) = (1, a, ...)$ é uma P.G. O nono termo dessa progressão é 256. Então, o valor de a pode ser:

a) 4
b) 3
c) 2
d) $\frac{1}{2}$
e) 8

$q = a$

$a_9 = 256$

$a_N = a_1 \cdot q^{N-1}$

$a_9 = a_1 \cdot a^8$

$256 = 1 \cdot a^8 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^8 = a^8 \Rightarrow \boxed{a = 2}$

(16) Se o 7º termo de uma P.G. é $\frac{-1}{3}$ e o 14º termo é -729, então o 10º termo é:

a) -27
b) -18
c) -54
d) -9
e) -36

$a_7 = -1/3$

$a_{14} = -729$

$a_{10} = ?$

$a_{14} = a_1 \cdot q^{13}$

$a_7 = a_1 \cdot q^6$

$\frac{a_{14}}{a_7} = \frac{q^{13}}{q^6} \Rightarrow 729 \cdot 3 = q^7 \Rightarrow$

$9 \cdot 81 \cdot 3 = q^7 \Rightarrow q^7 = 3^7 \Rightarrow \boxed{q = 3}$

$a_7 = -1/3$

$-\frac{1}{3} = a_1 \cdot 3^6 \Rightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{3^7}}$

$a_{10} = a_1 \cdot 3^9 \Rightarrow a_{10} = -\frac{1}{3^7} \cdot 3^9 = -3^2 = -9$

17 Numa P.G. a diferença entre o 2º e o 1º termo é 9 e a diferença entre o 5º e o 4º termo é 576. Então o 1º termo dessa progressão é:

a) 3
b) 4
c) 6
d) 8
e) 9

$a_2 - a_1 = 9 \Rightarrow a_1 \cdot q - a_1 = 9 \quad (*)$

$a_5 - a_4 = 576 \Rightarrow a_1 q^4 - a_1 \cdot q^3 = 576$

$q^3(a_1 q - a_1) = 576$

$q^3 \cdot 9 = 576 \Rightarrow q^3 = \frac{576}{9} = 64 \Rightarrow$

$q^3 = 2^6 \Rightarrow q = 2^2 \Rightarrow \boxed{q = 4}$

$a_1 = \frac{9}{4-1} = \frac{9}{3} = 3$

18 Em um parque ecológico, há cinco anos, a população de onças pintadas era de 325. Hoje ela é de 481. Então a taxa média anual de crescimento da população (em porcentagem) de onças, se elas só se reproduzem uma vez por ano é de: (Dado: $1,481^{\frac{1}{5}} = 1,082$)

a) 6,7
b) 5,8
c) 7,6
d) 8,2
e) 8,5

$a_N = 325 \qquad a_N = a_1 q^{N-1}$

$a_{N+5} = 481 \qquad a_{N+5} = a_1 q^{N+4}$

$$\frac{a_{N+5}}{a_N} = \frac{q^{N+4}}{q^{N-1}} = q^{(N+4)-(N-1)} = q^5$$

$$\frac{481}{325} = q^5 \Rightarrow 1,48 = q^5 \Rightarrow q = (1,48)^{1/5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{q = 1,082}$$

Acréscimo de 8,2%

20 Sabendo-se que uma célula se divide em duas a cada segundo, qual o total de células ao final de 10 segundos?

$a_1 = 1 \qquad q = 2$

$a_{10} = ? \qquad a_{10} = 1 \cdot q^{10-1} = 1 \cdot 2^9 = 512$

$\frac{1}{3} = 0,333\ldots \qquad S_N = \frac{(q^N - 1)a_1}{q - 1}$

$$S = \frac{a_1}{1-q}$$

$0,57777\ldots = ?$

$0,5777\ldots = 0,5 + 0,0777\ldots$

$= \frac{1}{2}$

$\cancel{a}$. $0{,}0777\ldots = \underbrace{0{,}07 + 0{,}007}_{a_1} + \ldots\ldots$

$q = 0{,}1$

$a_1 = 0{,}07$

$$S = \frac{0{,}07}{1-0{,}1} = \frac{0{,}07}{0{,}9} = \frac{7}{100} \cdot \frac{10}{9} = \frac{7}{90}$$

$$0{,}5777\ldots = \frac{1}{2} + \frac{7}{90} = \frac{52}{90}$$

$$0{,}6333\ldots = 0{,}6 + 0{,}033\ldots = \frac{3}{5} + \frac{1}{30} = \frac{19}{30}$$

$a_1 = 0{,}03$

$q = 0{,}1$

$$S = \frac{0{,}03}{1-0{,}1} = \frac{0{,}03}{0{,}9} = \frac{3}{100} \cdot \frac{10}{9} = \frac{1}{30}$$

$$0{,}555\ldots = \frac{5}{9}$$

$a_1 = 0{,}5$

$q = 0{,}1$

$$S = \frac{0{,}5}{1-0{,}1} = \frac{0{,}5}{0{,}9} = \frac{5}{9}$$