





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais**

**Previsão da separação e Teoria Estatística das perdas**

Mateus B. S. Dias



Fernando J.G. Landgraf



Carlo S. Ragusa



**POLITECNICO  
DI TORINO**





## Teoria da Separação das Perdas

### “O Nome da Rosa”

- *“Então se estou entendendo direito, vós fazeis, e sabeis por que fazeis, mas não sabeis por que sabeis que sabeis aquilo que fazeis” – Adso pg. 202.*



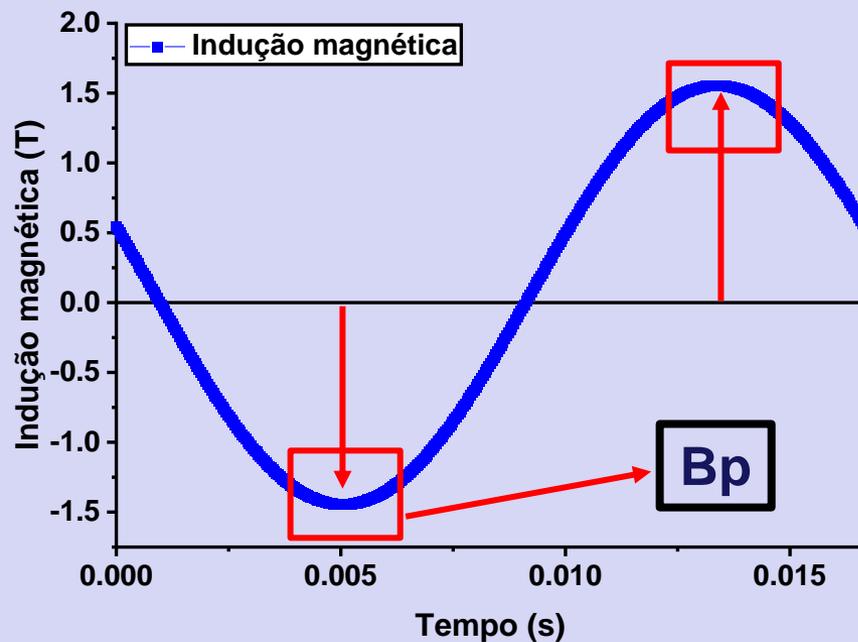
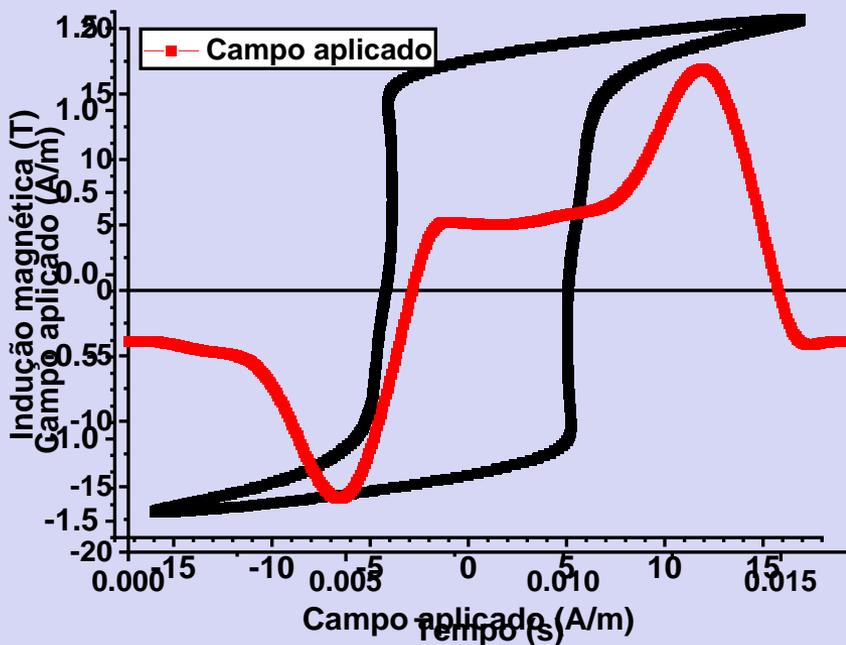
<https://www1.folha.uol.com.br/ilustrada/2020/05/serie-de-o-nome-da-rosa-estreia-apos-aprovacao-do-filho-de-umberto-eco-shtml>



# Teoria da Separação das Perdas

## Ciclo de histerese

- Para padronizar o ensaio entre os diversos grupos mundiais;
- Foi estabelecido que o ciclo histeréticos deve apresentar um sinal de indução magnética senoidal;
- Para isso, a onda de H acaba possuindo uma forma distorcida.

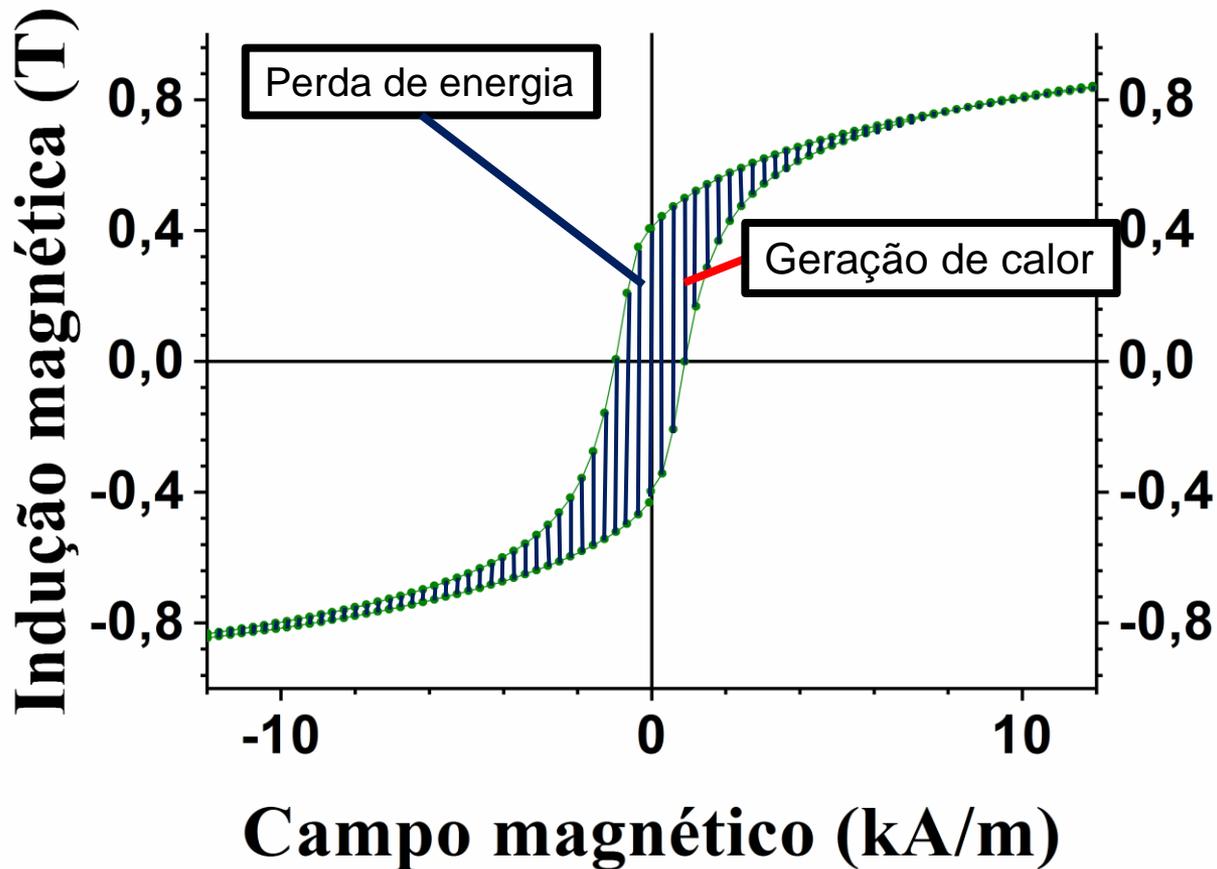




# Teoria da Separação das Perdas

## Ciclo de histerese

- O que é a perda de energia?

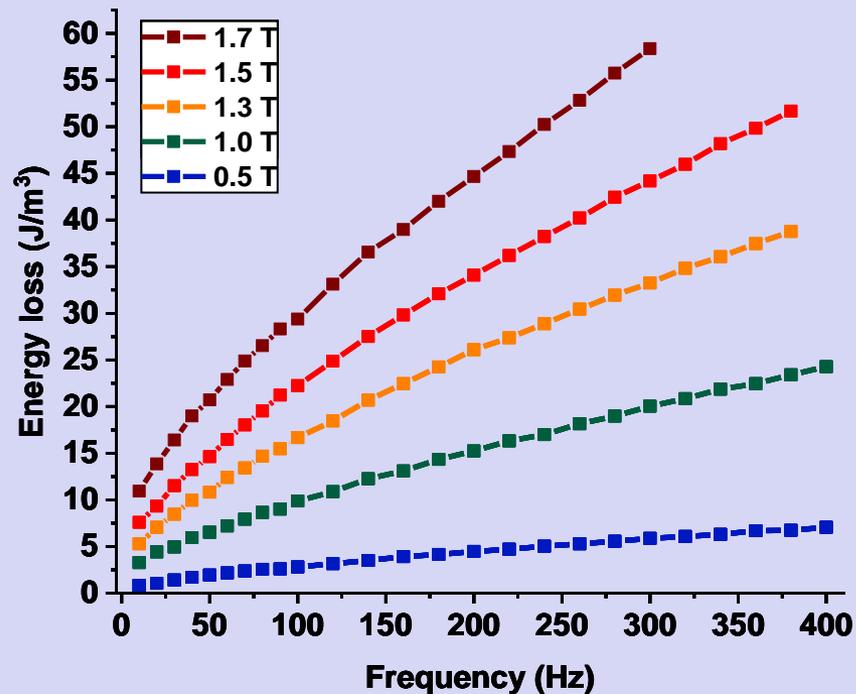




# Teoria da Separação das Perdas

## Ciclo de histerese

- A figura a seguir apresenta como a perda de energia ( $\text{J/m}^3$ ) varia até 400 Hz em 0,5 T, 1,0 T, 1,3 T, 1,5 T e 1,7 T.





## Teoria da Separação das Perdas

### Teoria da Separação das perdas

- A energia total pode ser dividida em:

$$W_t(B_p, f) = W_h(B_p) + \quad [J/m^3]$$



- Perda histeréticas (Wh)

- Está relacionada somente com a microestrutura;
- i.e., tamanho de grão, quantidade de discordância, composição e etc.;
- A mesma pode ser medida usando a área do ciclo histeréticos em uma condição quase-estática, i.e., frequência tendendo a 0 Hz.

$$W_h(B_p)_{\text{sinu}} = \lim_{f \rightarrow 0} W(B_p) [J/m^3]$$



## Teoria da Separação das Perdas

### Teoria da Separação das perdas

- A energia total pode ser dividida em:

$$W_t(B_p, f) = W_h(B_p) + \quad [J/m^3]$$



- **Perda histeréticas (Wh)** - **Perda clássica (Wc)**

- A variação do fluxo magnético cria, pela lei de Faraday, uma corrente elétrica (corrente de Foucault) ao redor da amostra;
- Como consequência, essas correntes elétricas acabam por dissipar calor por efeito Joule.



## Teoria da Separação das Perdas

### Teoria da Separação das perdas

- A energia total pode ser dividida em:

$$W_t(B_p, f) = W_h(B_p) + W_c(B_p, f) \quad [J/m^3]$$

- Perda histeréticas ( $W_h$ )
- Perda clássica ( $W_c$ )
- Perda de Excesso ( $W_e$ )

- O processo de magnetização ocorre majoritariamente via movimento das paredes de domínio;
- Logo, correntes são geradas ao redor das paredes em movimento;
- Dissipando calor por efeito Joule também.



## Teoria da Separação das Perdas

### Perda histerética

- A situação ideal é medir a perda em  $\sim 0$  Hz, e.g., 5 mHz;
- Entretanto, nem sempre é possível medir as perdas nessa condição;
- Assim, é possível fazer uma extrapolação;
- Por exemplo, é possível medir a partir de 10 Hz e extrapolar a perda de energia diferencial.



## Teoria da Separação das Perdas

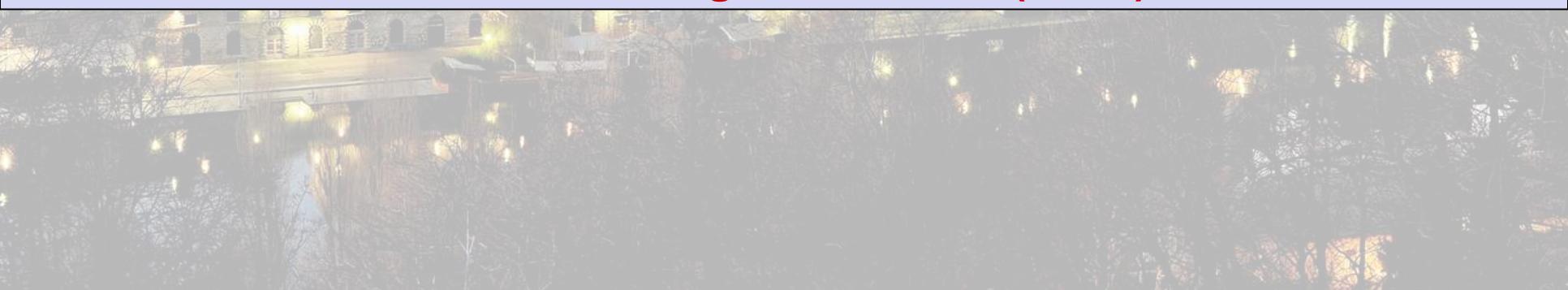
### Perda de energia diferencial

$$W_t(B_p, f) =$$



$$W_t - W_c = W_h + W_e$$

**Perda de energia diferencial (Wdiff)**

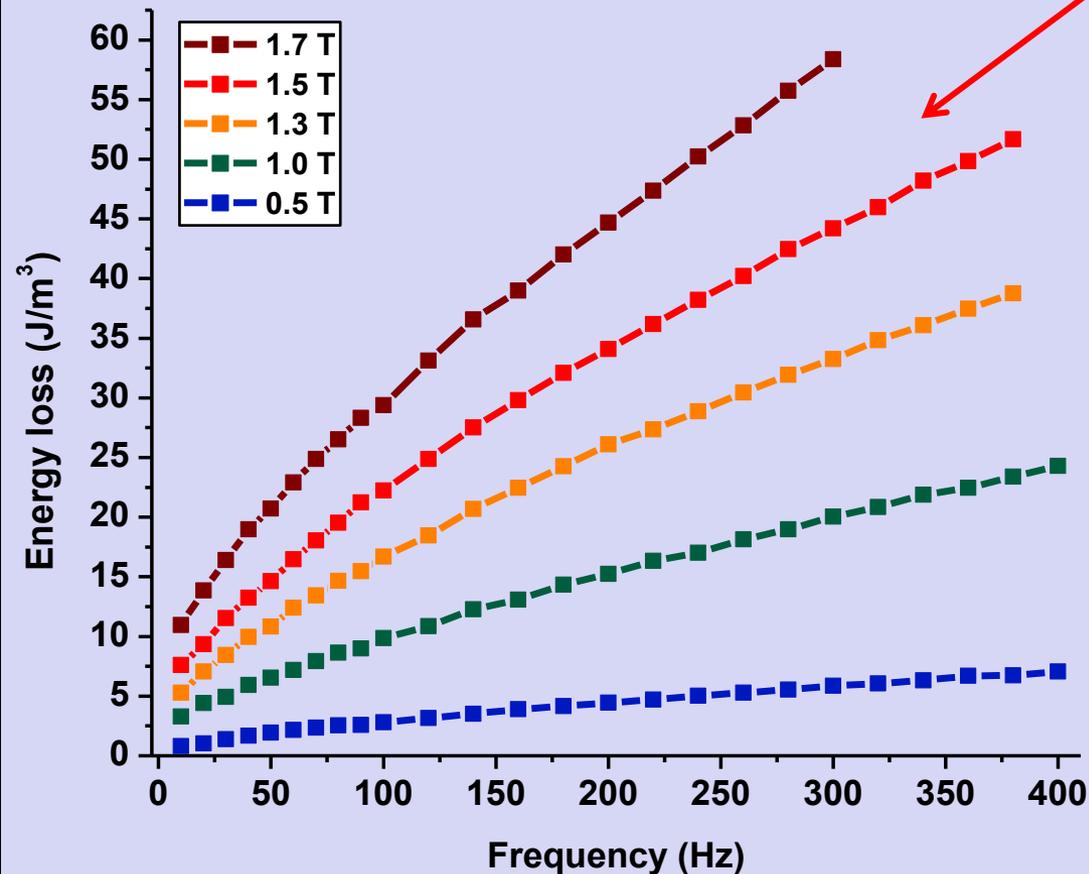




# Teoria da Separação das Perdas

## Perda de energia diferencial

$$W_{diff}(B_p, f) = W_t - W_c \longrightarrow ?$$



- Entretanto, como calcular a perda diferencial;
- Precisamos calcular a perda clássica.



# Teoria da Separação das Perdas

## Perda clássica

- Precisamos usar a equação geral de perda clássica.

Espessura da amostra

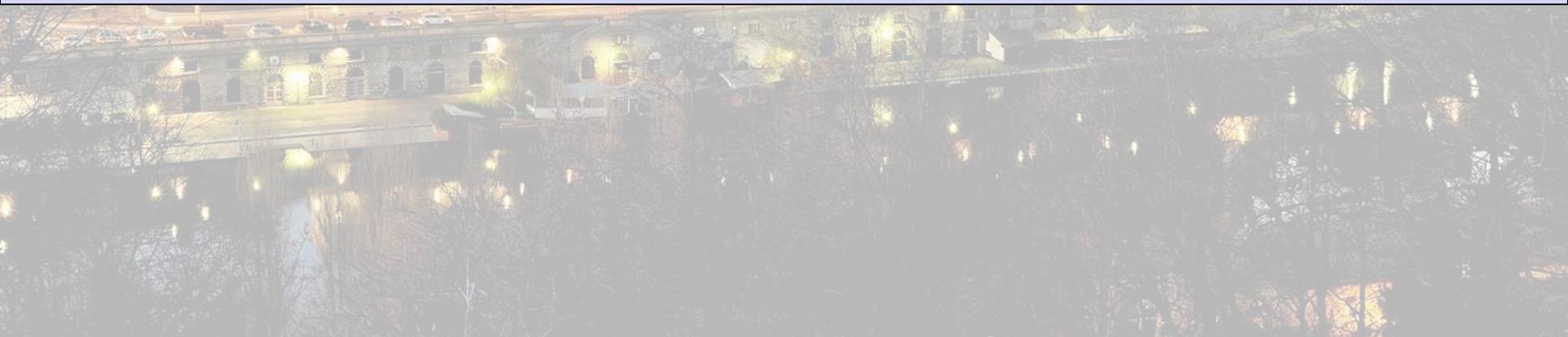
Frequência

Indução magnética

Condutividade elétrica

$$W_c(B_p, f) = \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^{1/f} \left( \frac{dB}{dT} \right)^2 dt [\text{J}/\text{m}^3]$$

The equation is annotated with red boxes and arrows. A red box around  $\sigma d^2$  has two arrows pointing to 'Espessura da amostra' and 'Condutividade elétrica'. A red box around  $1/f$  has an arrow pointing to 'Frequência'. A red box around  $B$  in the derivative has an arrow pointing to 'Indução magnética'.





## Teoria da Separação das Perdas

### Perda clássica

$$W_c(B_p, f) = \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^{1/f} \left( \frac{dB}{dT} \right)^2 dt [J/m^3]$$

Quando a indução magnética possui um formato senoidal

$$B(t) = B_p \sin(\omega t) [T]$$

$$W_c(B_p, f)_{\text{sinu}} = \frac{\pi^2 \sigma d^2}{6} B_p^2 f \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

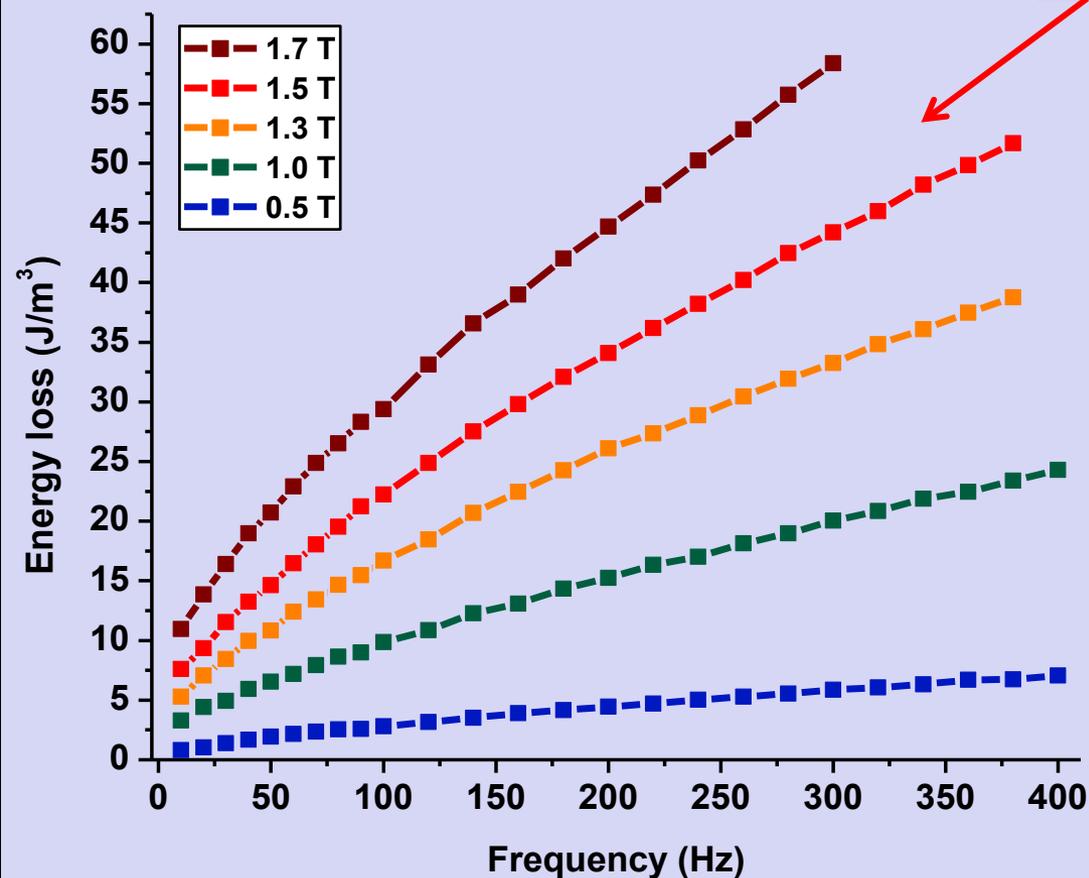
Portanto, a perda clássica pode ser calculada para qualquer **indução magnética de pico ( $B_p$ )** e **frequência ( $f$ )**.



# Teoria da Separação das Perdas

## Perda de energia diferencial

$$W_{diff}(B_p, f) = W_t - W_c$$



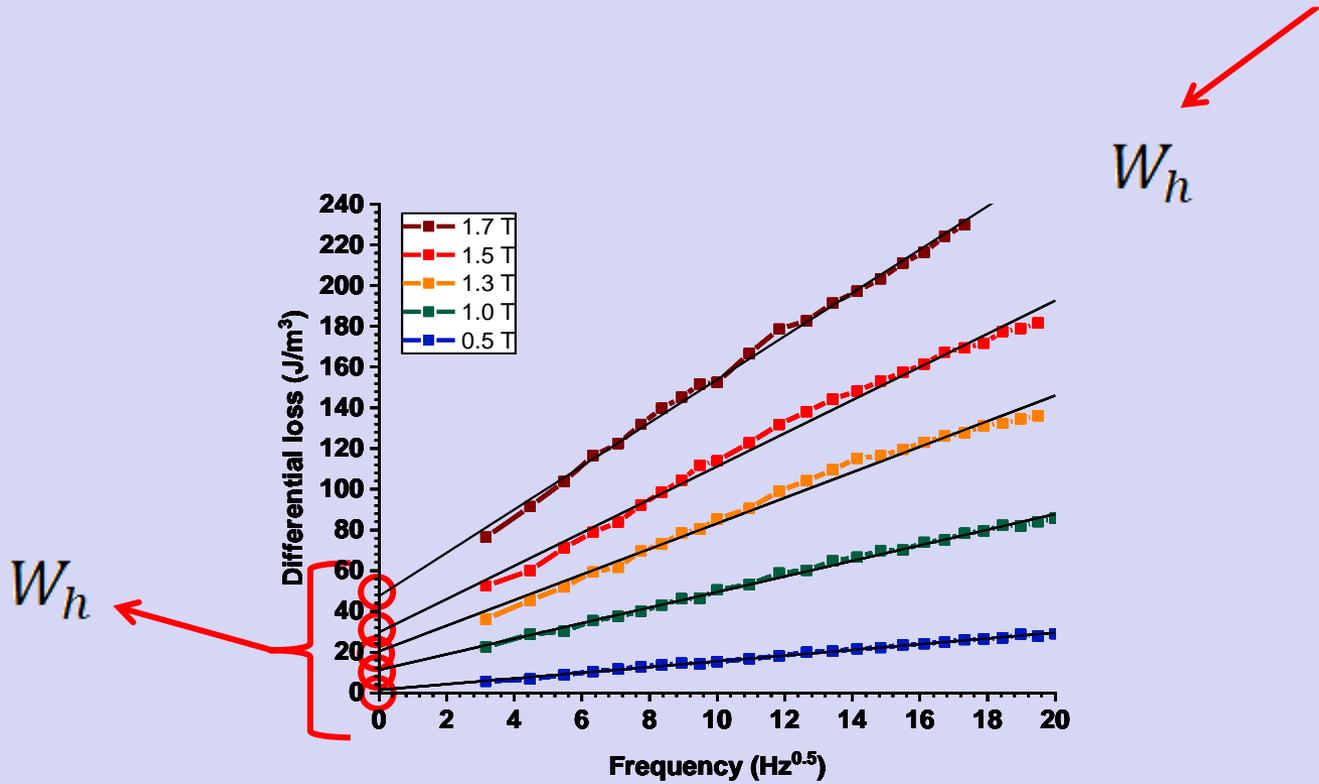
$$W_c(B_p, f)_{sinu} = \frac{\pi^2 \sigma d^2}{6} B_p^2 f \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$



# Teoria da Separação das Perdas

## Perda de energia diferencial

$$W_{diff}(B_p, f) = W_h + W_e$$

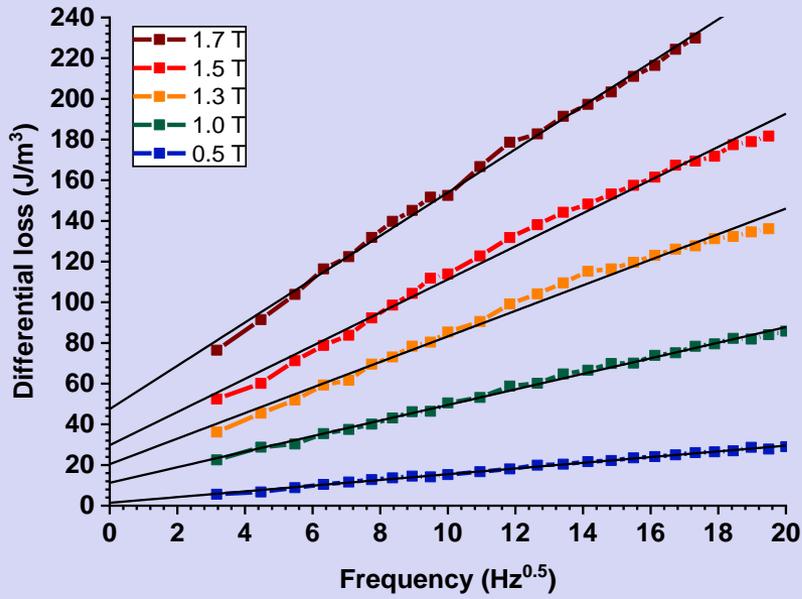




# Teoria da Separação das Perdas

## Perda de energia diferencial

$$W_{diff}(B_p, f) = W_h + W_e = C + Df^{0.5}$$



$W_e$

?



# Teoria da Separação das Perdas

## Perda de excesso

- De maneira análoga à perda de clássica, é necessário usar a equação geral da perda de excesso.

Área da seção transversal

Constante = 0.1356

Indução magnética

Frequência

Condutividade elétrica

$$W_e(B_p, f) = \sqrt{\sigma G S V_0} \int_0^1 \frac{1}{f} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{3/2} dt \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

Parâmetro que varia para cada indução



## Teoria da Separação das Perdas

### Perda de excesso

$$W_e(B_p, f) = \sqrt{\sigma G S V_0} \int_0^{1/f} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{3/2} dt \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

Quando a indução magnética é uma onda senoidal

$$B(t) = B_p \sin(\omega t) [T]$$

$$W_e(B_p, f)_{\text{Simu}} = 8.76 \sqrt{\sigma G S V_0} B_p^{3/2} f^{1/2} \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

Portanto, a perda de excesso pode ser calculada para qualquer **indução magnética de pico ( $B_p$ )** e **frequência ( $f$ )**;

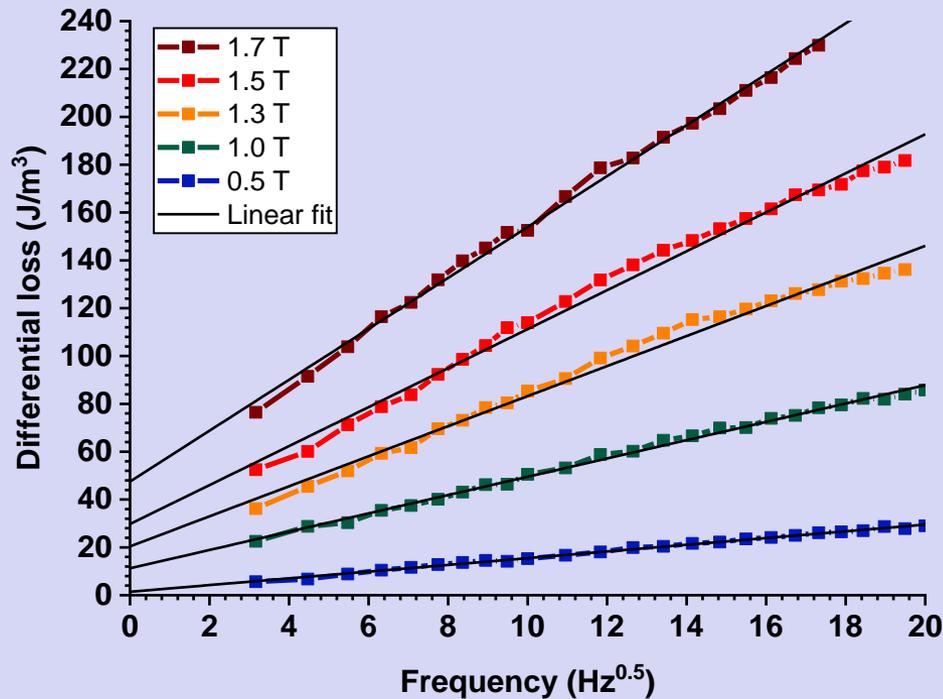
Entretanto, o parâmetro “ $V_0$ ” precisa ser definido experimentalmente.



# Teoria da Separação das Perdas

## Determinação do parâmetro “V0”

$$W_{diff}(B_p, f) = W_h + W_e = C + Df^{0.5}$$



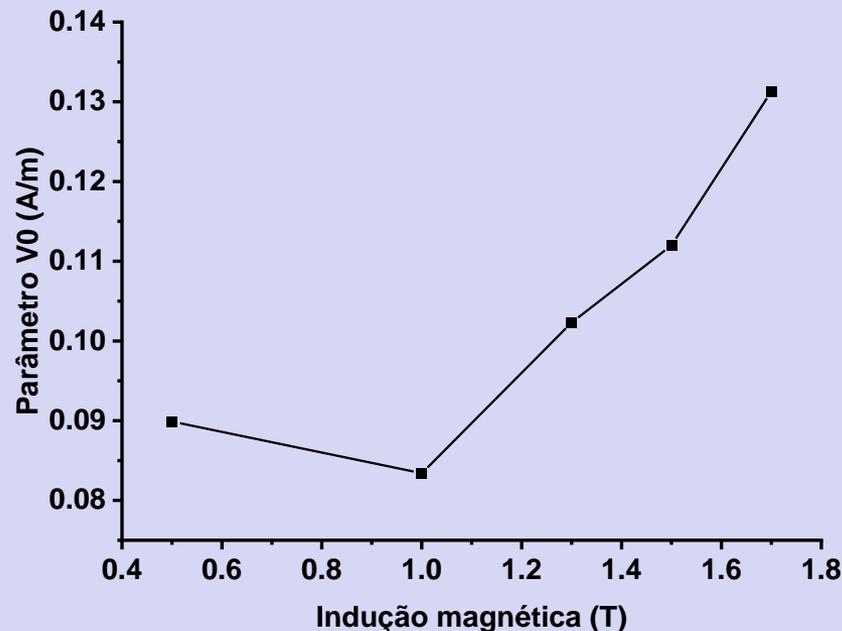
$$8.76\sqrt{\sigma GSV_0}B_p^{3/2}$$
$$V_0(B_p) = \frac{D^2}{(8.76)^2\sigma GSB_p^3}$$



## Teoria da Separação das Perdas

O que é exatamente o parâmetro “V0”?

- Este é um parâmetro estatístico que depende de  $B_p$ ;
- Das características microestruturais do material;
- Mas é independente do formato de onda de  $B_p$ ;
- No fundo, “V0” é um parâmetro de ajuste.



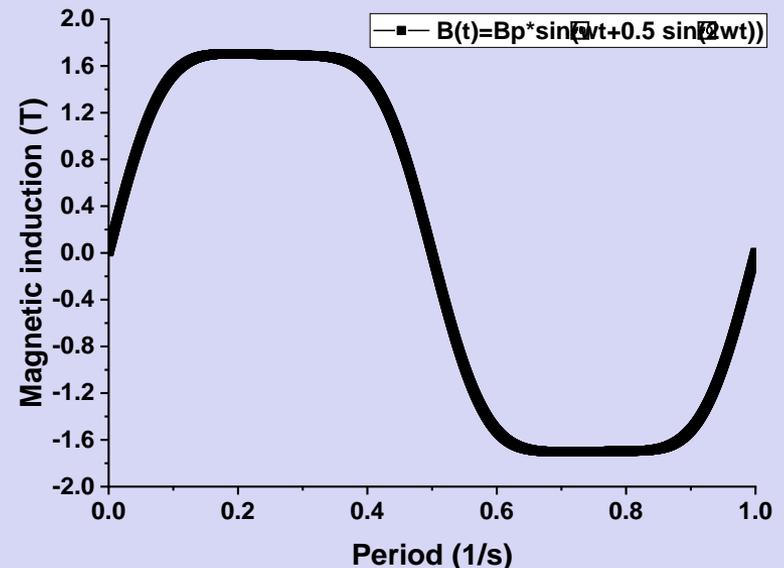


## Teoria Estatística de Perdas - *Statistical Theory of Losses*

### Previsão da perda para uma onda distorcida

- Após calcular o valor de “V0” para cada  $B_p$ ;
- É possível prever a perda de energia para qualquer formato de onda em qualquer frequência;
- A seguir será apresentado sobre a previsão da perda de energia total para um formato de onda distorcido em 1,7 T.

$$B(t) = B_p \sin(\omega t + 0.5 \sin(2\omega t))$$

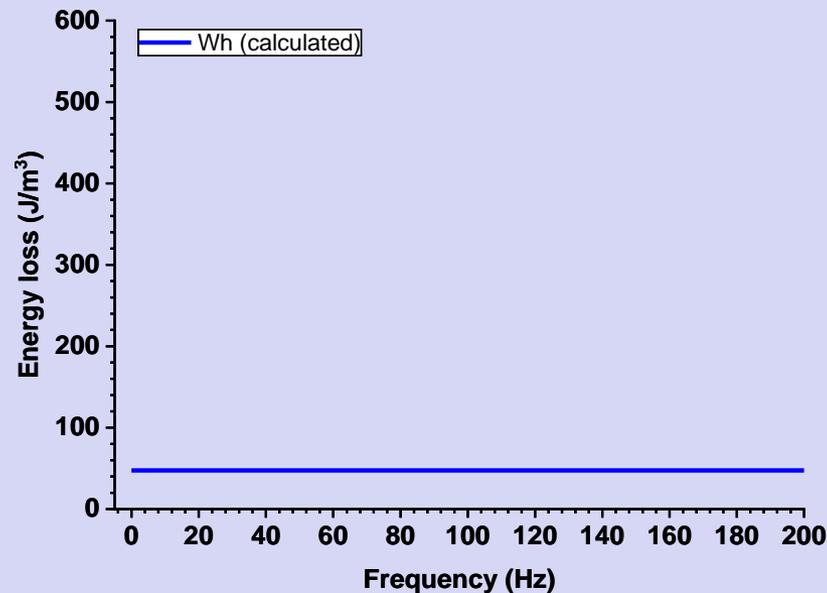




## Teoria Estatística de Perdas - *Statistical Theory of Losses*

### Previsão da perda para uma onda distorcida

- Como o formato da onda não influencia no valor da perda histerética;
- O valor medido pela extrapolação será a mesma para qualquer valor de formato de onda e frequência.





## Teoria Estatística de Perdas - *Statistical Theory of Losses*

### Previsão da perda para uma onda distorcida

$$W_c(B_p, f) = \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^{1/f} \left( \frac{dB}{dT} \right)^2 dt \text{ [J/m}^3\text{]}$$

Forma de onda distorcida =  $B(t) = B_p \sin(\omega t + 0.5 \sin(2\omega t))$

$$W_c(B_p, f)_{\text{Dist}} = \frac{\pi^2 \sigma d^2}{3.285} B_p^2 f$$

$$W_c(B_p, f)_{\text{Sinu}} = \frac{\pi^2 \sigma d^2}{6} B_p^2 f \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

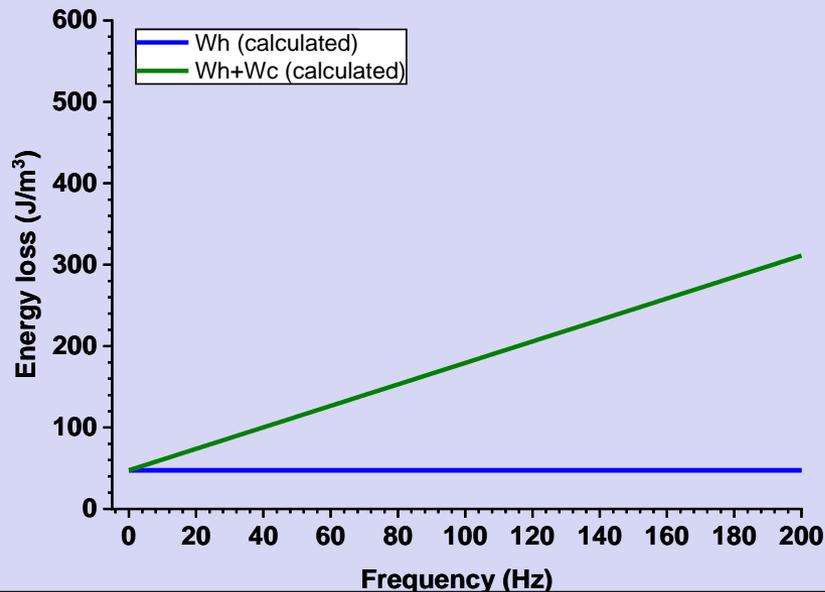


# Teoria Estatística de Perdas - *Statistical Theory of Losses*

## Previsão da perda para uma onda distorcida

- Portanto, para calcular a perda clássica para um formato distorcido, é necessário usar:

$$W_c(B_p, f)_{Dist} = \frac{\pi^2 \sigma d^2}{3.285} B_p^2 f$$





## Teoria Estatística de Perdas - *Statistical Theory of Losses*

### Previsão da perda para uma onda distorcida

$$W_e(B_p, f) = \sqrt{\sigma GSV_0} \int_0^{1/f} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{3/2} dt \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

Forma de onda distorcida =  $B(t) = B_p \sin(\omega t + 0.5 \sin(2\omega t))$

$$W_e(B_p, f)_{Dist} = 11.69 \sqrt{\sigma GSV_0} B_p^{3/2} f^{1/2}$$

$$W_e(B_p, f)_{Sinu} = 8.76 \sqrt{\sigma GSV_0} B_p^{3/2} f^{1/2} \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

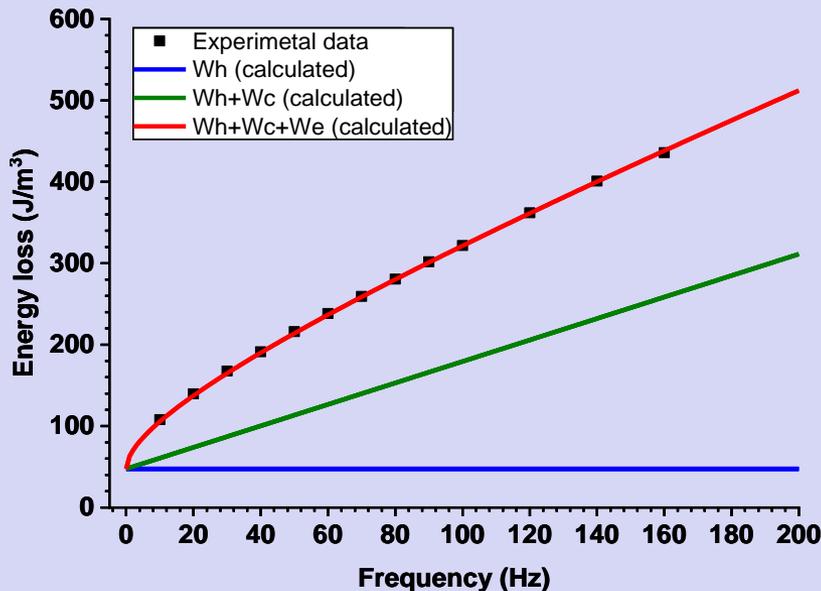


# Teoria Estatística de Perdas - *Statistical Theory of Losses*

## Previsão da perda para uma onda distorcida

- De forma análoga, para calcular a perda de excesso de uma onda distorcida, é necessário usar:

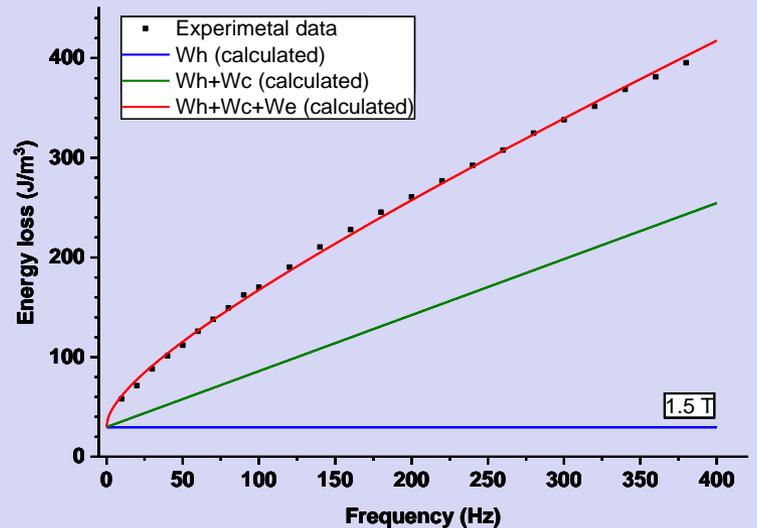
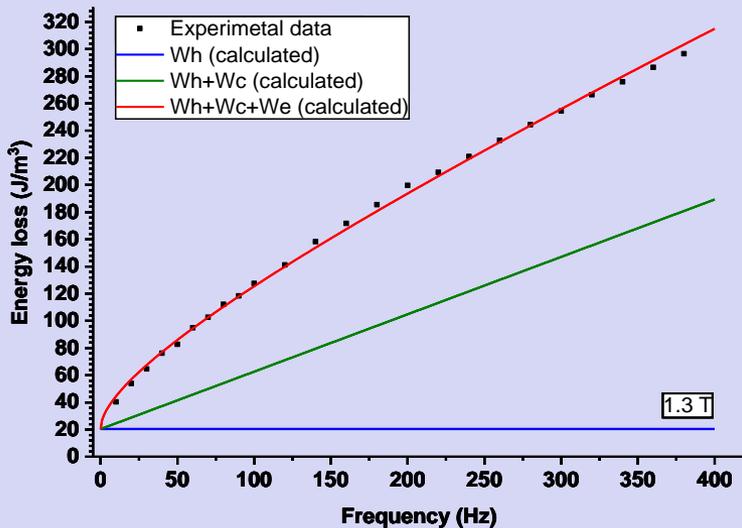
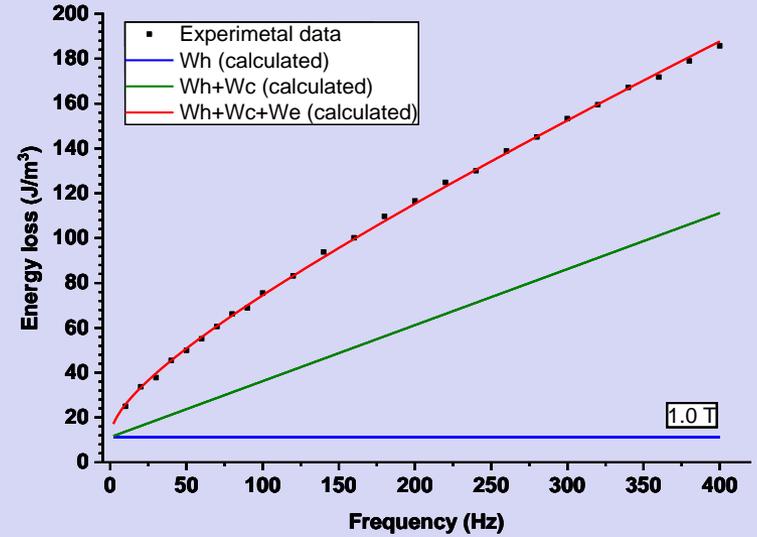
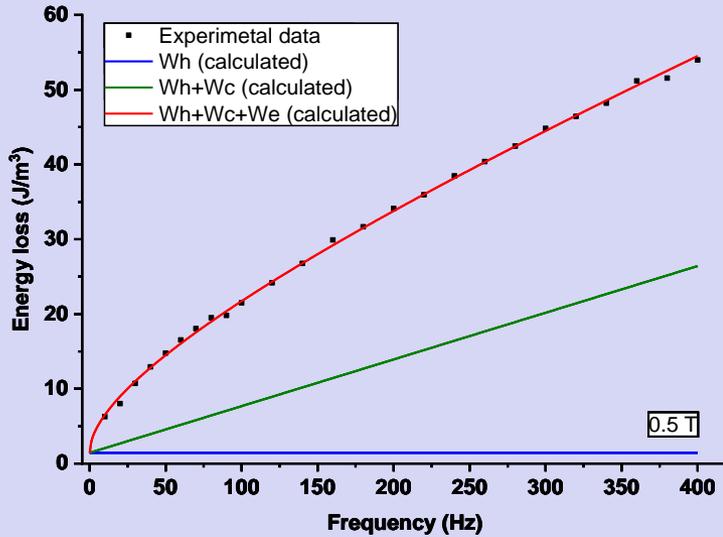
$$W_e(B_p, f)_{Dist} = 11.69 \sqrt{\sigma G S} V_0 B_p^{3/2} f^{1/2}$$

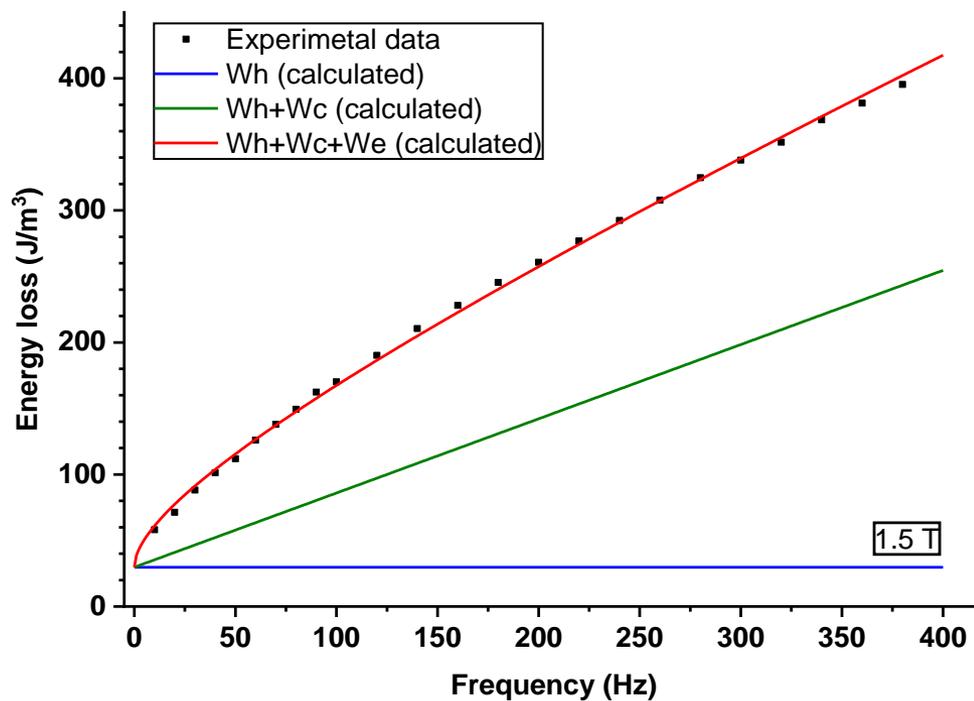
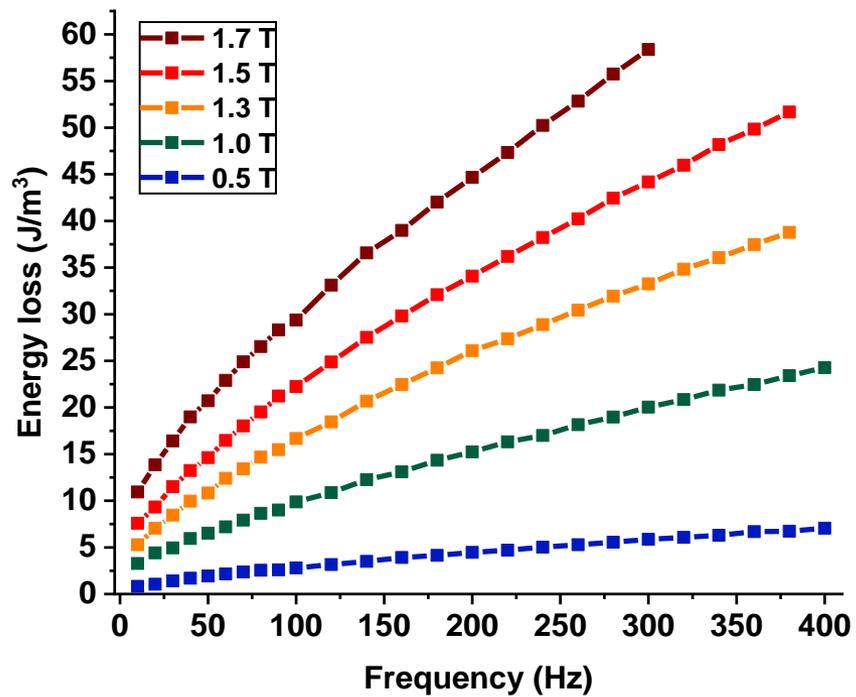


Esse parâmetro foi calculado previamente com a onda senoidal



# Teoria Estatística de Perdas - *Statistical Theory of Losses*







## Teoria da Separação das Perdas

Há algum limite para usar a Teoria Estatística de Perda?

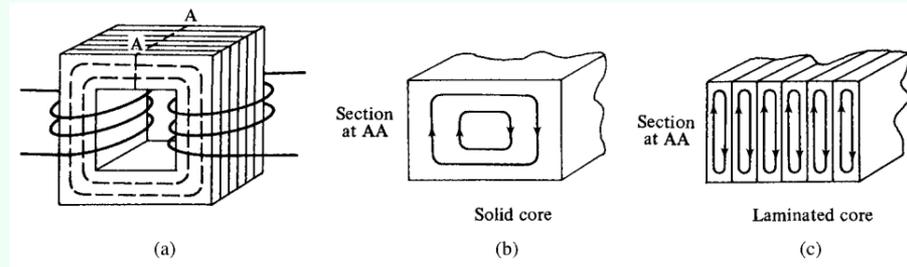
- As equações gerais para Perda Clássica e Perda de Excesso assumem que o fluxo magnético é uniforme ao longo de toda seção transversal;
- Logo, as mesmas apenas são válidas para quando não há *skin effect*;
- Mas o que é esse efeito mesmo?



# Teoria da Separação das Perdas

## skin effect

- Durante a magnetização sob frequência, correntes parasitas são geradas;



- Essas correntes blindam magneticamente o interior do material;
- Assim, o valor de  $B$  no interior do material será menor que na superfície;
- A utilização de chapas finas, reduz o *skin effect*.

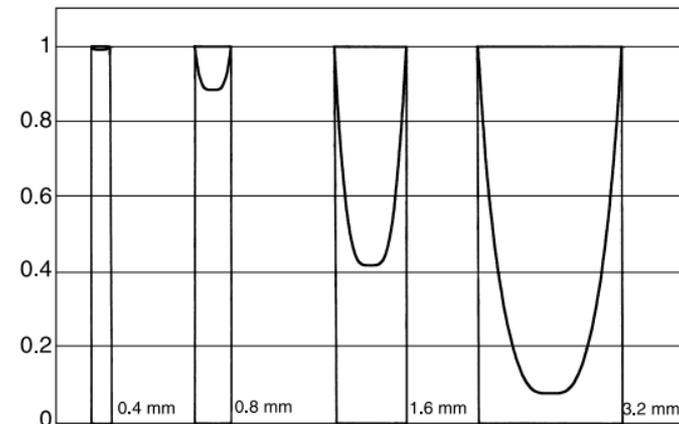


Fig. 13.2 Calculated amplitude of alternating flux in transformer steel sheets of various thicknesses as a fraction of the value at the surface. Frequency = 60 Hz, skin depth  $\delta = 0.5$  mm, sheet thicknesses as indicated.



## Teoria da Separação das Perdas

### *skin effect*

- Quando há a presença do *skin effect*, as equações para prever as  $W_h$  e  $W_c$  são:

$$W_{\text{hyst}}(B_p, f) = \frac{\pi B_p^2}{2 |\underline{\mu}|} \frac{\mu''}{\mu'} \frac{(\lambda' + \lambda'') \sinh(\lambda' - \lambda'') + (\lambda' - \lambda'') \sin(\lambda' + \lambda'')}{\cosh(\lambda' - \lambda'') - \cos(\lambda' + \lambda'')} \quad (12)$$

$$W_{\text{cl,SIN}}(B_p, f) = \frac{\pi B_p^2}{2 \mu'} \cdot \frac{(\lambda' + \lambda'') \sinh(\lambda' - \lambda'') - (\lambda' - \lambda'') \sin(\lambda' + \lambda'')}{\cosh(\lambda' - \lambda'') - \cos(\lambda' + \lambda'')} \quad (13)$$

- No qual:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\omega \sigma |\underline{\mu}| d^2}{2}} \cdot \left( \sqrt{\frac{1 + \mu' / |\underline{\mu}|}{2}} - j \cdot \sqrt{\frac{1 - \mu' / |\underline{\mu}|}{2}} \right) \quad (14)$$



## Teoria da Separação das Perdas

### Perda histeréticas considerando o *skin effect*

- Há uma simplificação das equações apresentadas para quando o  $B_p$  é muito baixo;
- O primeiro passo é entender como é o perfil da indução magnética dentro da espessura da chapa;
- Os resultados a seguir serão apresentados para uma indução de 50 mT.

$$b(x) = \frac{\gamma}{\sqrt{2}} B_p \frac{|\cosh(kx)|}{\left| \sinh\left(k \frac{d}{2}\right) \right|}$$
$$\gamma = \sqrt{\pi \sigma d^2 \mu}$$

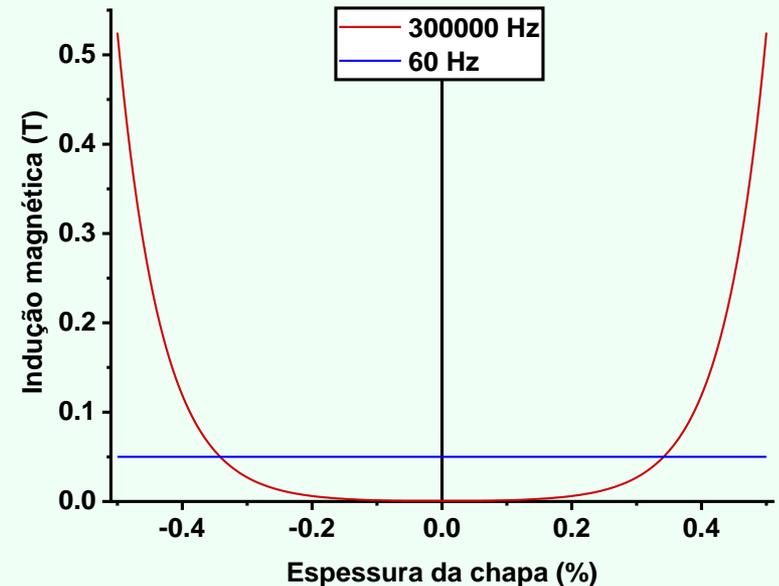
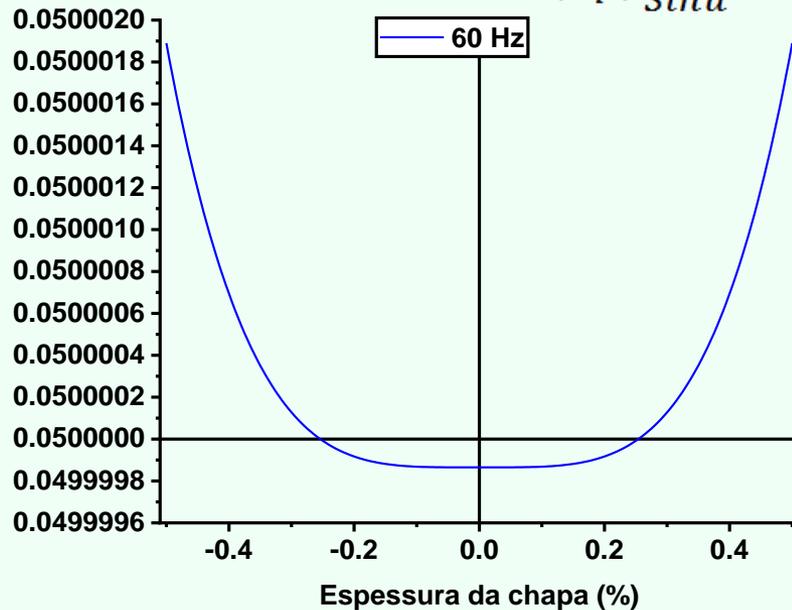


# Teoria da Separação das Perdas

## Perda histeréticas considerando o *skin effect*

- Vimos que a perda histeréticas depende da indução magnética;
- Devido a não uniformidade de “b” ao longo da espessura da amostra;
- Cada espessura de dx possui um valor diferente de B;
- E conseqüentemente, cada dx possui um valor diferente de Wh.

$$\cancel{W_h(B_p)_{\text{sinu}} = \lim_{f \rightarrow 0} W(B_p) \text{ [J/m}^3\text{]}}$$

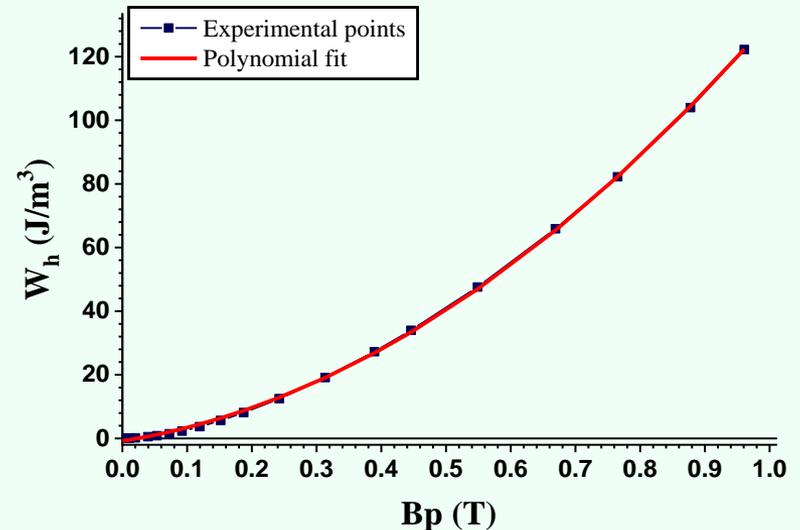
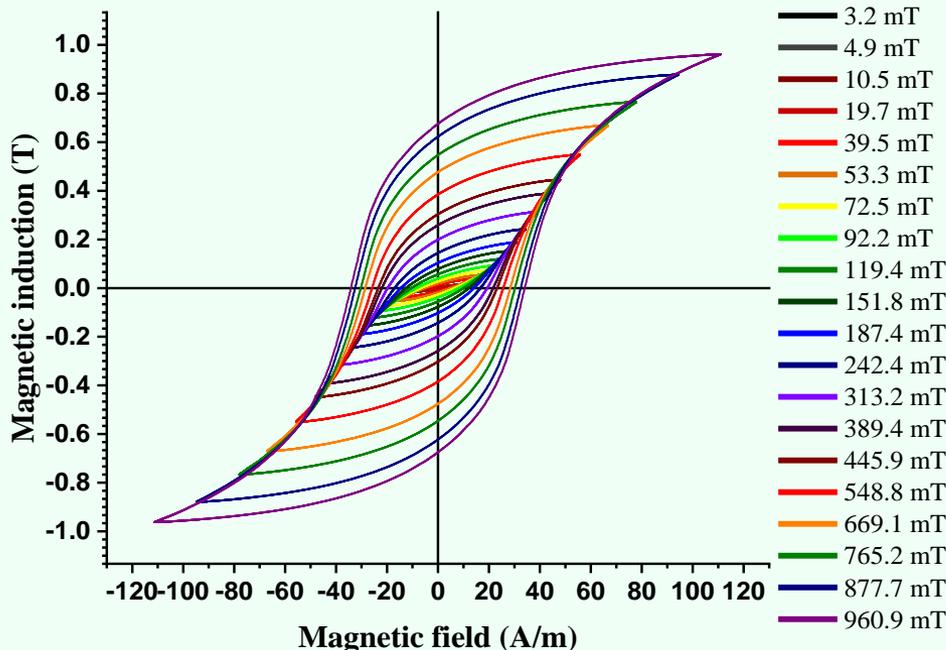




# Teoria da Separação das Perdas

## Perda histeréticas considerando o *skin effect*

- Por essa razão, é necessário criar um perfil da perda histeréticas para cada espessura;
- Para isso, mede-se em uma situação quase-estática os valores de perda histeréticas em função de diversos valores de  $B_p$ ;
- No qual a perda histeréticas corresponde a área do ciclo histeréticos.

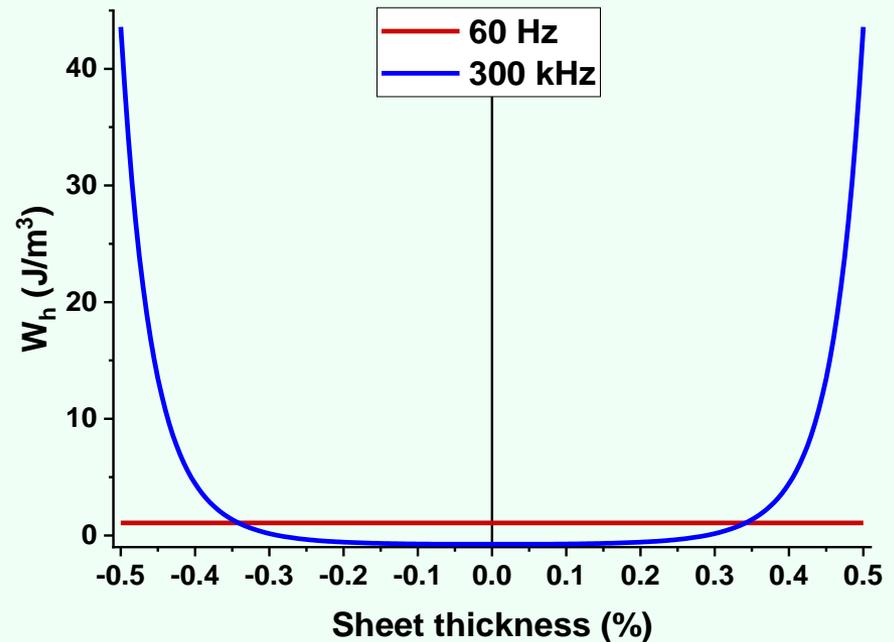
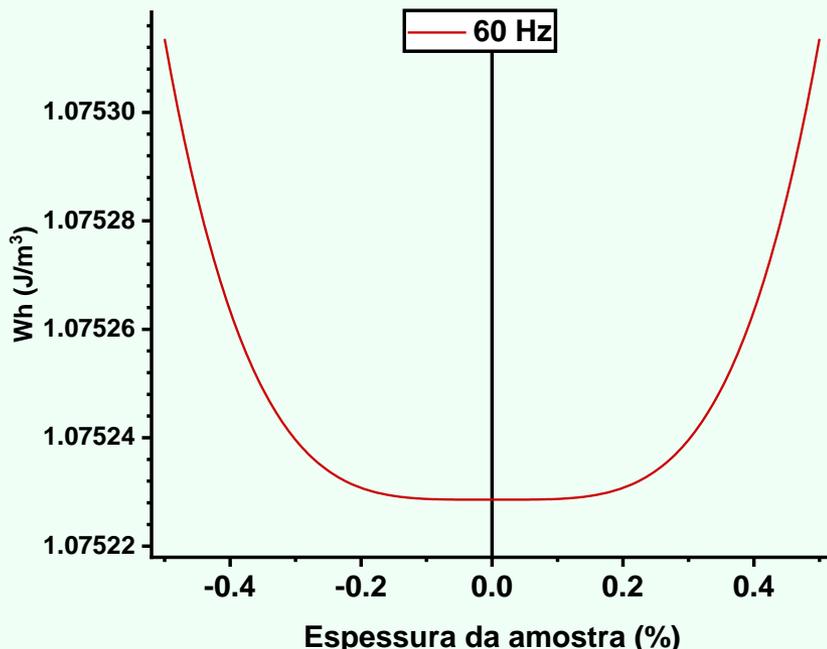




# Teoria da Separação das Perdas

## Perda histeréticas considerando o *skin effect*

- Usando as informações coletadas, é possível estimar o perfil da perda histeréticas ao longo da espessura;
- A média dos valores de  $W_h$  darão o valor correto da perda histerética;
- As perdas ~~clássicas~~ em 60 Hz e 300 kHz em 50 mT são  $1.08 \text{ J/m}^3$  and  $3.54 \text{ J/m}^3$  respectivamente.

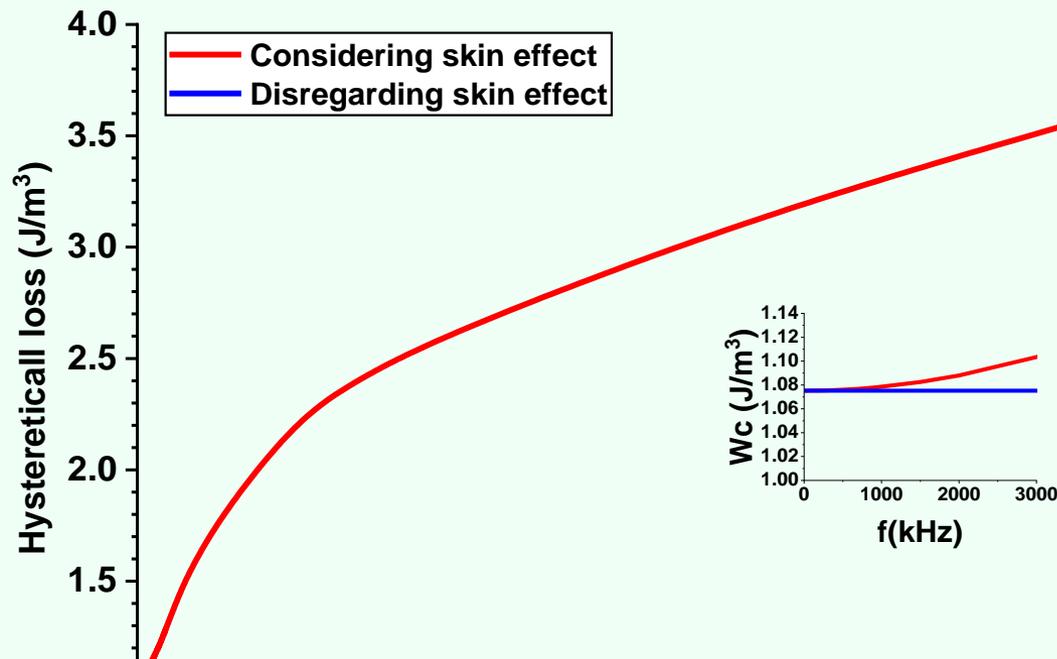




## Teoria da Separação das Perdas

### Perda histeréticas considerando o *skin effect*

- Ao contrário da condição sem *skin effect*, o valor da perda histeréticas não é constante para qualquer valor de frequência;
- É necessário então levantar o perfil da perda histeréticas para diversas frequências;
- É importante salientar que em baixas frequências, os valores da perda são iguais.





## Teoria da Separação das Perdas

### Perda clássica considerando o *skin effect*

- A equação da perda clássica também muda e deve ser gerada a partir da Equação de Maxwell usando as condições de contorno adequadas.

$$\gamma = \sqrt{\pi \sigma d^2 \mu}$$

$$W_c(B_p, f)_{\text{sinu}} = \frac{\pi}{2} * \frac{\gamma B_p^2}{\mu} * \frac{\sinh \gamma - \sin \gamma}{\cosh \gamma - \cos \gamma}$$

Carlo Stefano Ragusa <carlo.ragusa@polito.it>  
Para: Mateus Botani de Souza Dias <dias-m@usp.br>

17 de junho de 2019 06:57

Caro Mateus,

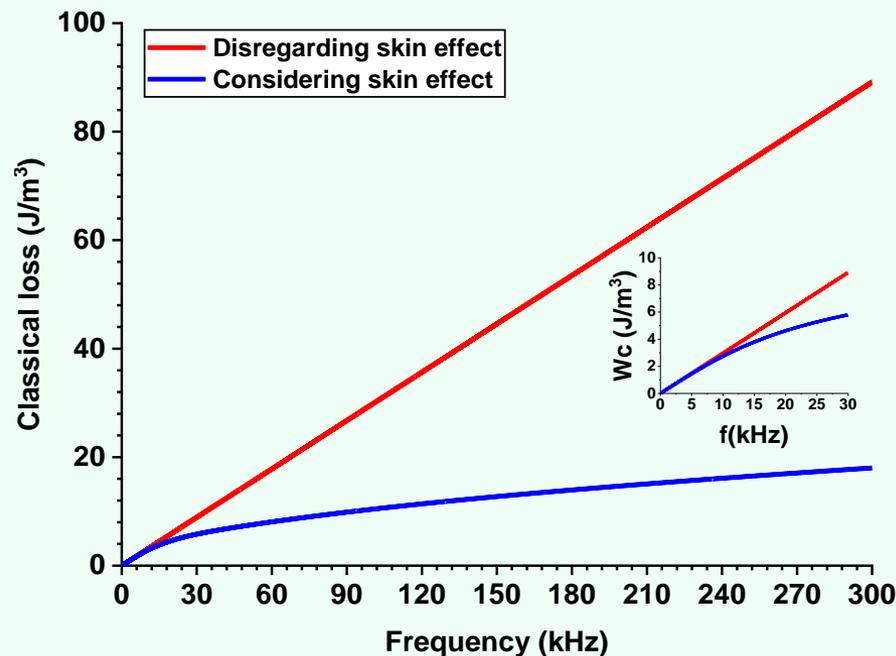
La formula della perdita classica può essere applicata solo in condizioni di quasi linearità. Ciò vuol dire che  $B_p$  non deve essere troppo grande. Per calcolare la permeabilità puoi prendere un ciclo a bassa frequenza e calcolare il rapporto  $B_p / H_p$ .



## Teoria da Separação das Perdas

### Perda clássica considerando o *skin effect*

- Quando o *skin effect* é negligenciado, o valor da perda clássica é superestimada;
- Levando a um erro no valor da perda de excesso;
- É importante enfatizar que em baixas frequências, os valores considerando e desconsiderando o *Skin effect* são iguais.





# Teoria da Separação das Perdas

## Perda de excesso considerando o *skin effect*

### - Segundo o artigo do Ragusa 2018.

IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS, VOL. 34, NO. 3, MARCH 2019

2655

## Energy Losses in Soft Magnetic Materials Under Symmetric and Asymmetric Induction Waveforms

Hanyu Zhao , Carlo Ragusa , Carlo Appino , Olivier de la Barrière , Youhua Wang, and Fausto Fiorillo 

We have no equivalent formulation for the excess loss component  $W_{exc}(B_p, f)$ , which can only be obtained by making the difference between the experimental loss  $W(f)$  and the sum  $W_{hyst}(B_p, f) + W_{cl,SIN}(B_p, f)$ .

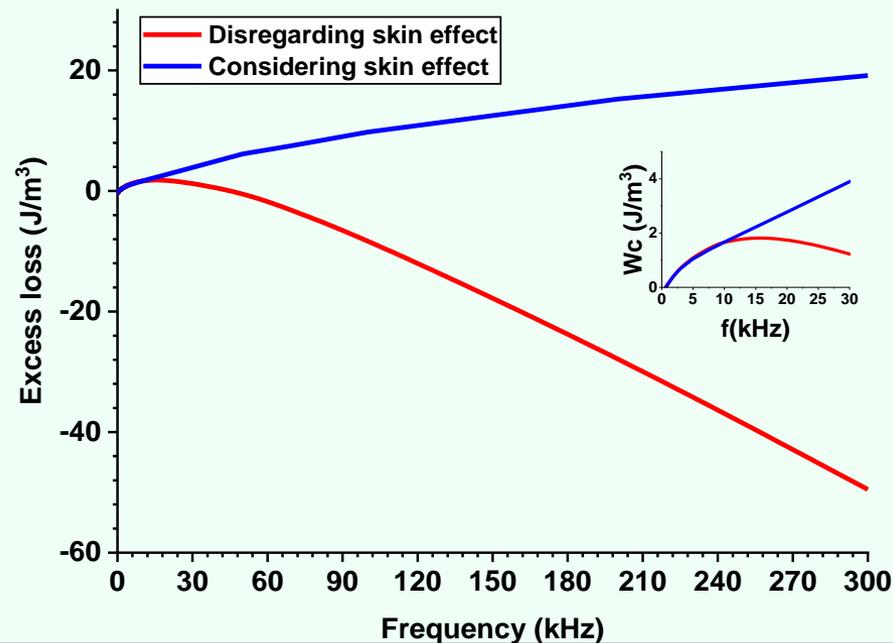
$$W_e(B_p, f)_{Sinu} = W_t - (W_h - W_c)$$



## Teoria da Separação das Perdas

### Perda de excesso considerando o *skin effect*

- Caso a separação das perdas seja desconsiderada nos cálculos da perda histeréticas e clássica;
- A perda de excesso poderá gerar valores negativos;
- O que não faz sentido do ponto de vista físico.

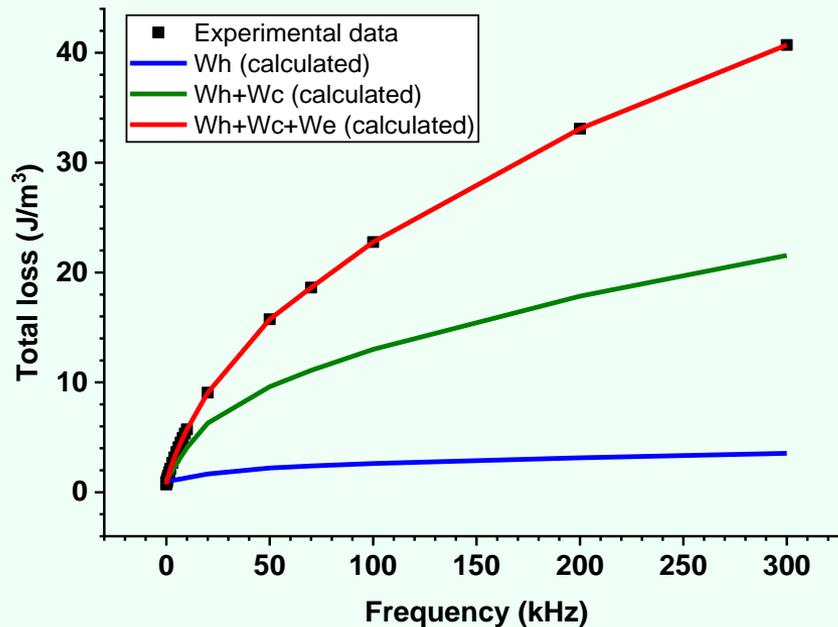




## Teoria da Separação das Perdas

### Perda de excesso considerando o *skin effect*

- Por fim, a separação das perdas de um aço elétrico GNO em 300 Hz em 50 mT pode ser encontrada abaixo;
- Os pontos pretos são os dados experimentais.





# Teoria da Separação das Perdas

## Exemplo – Fe-Si

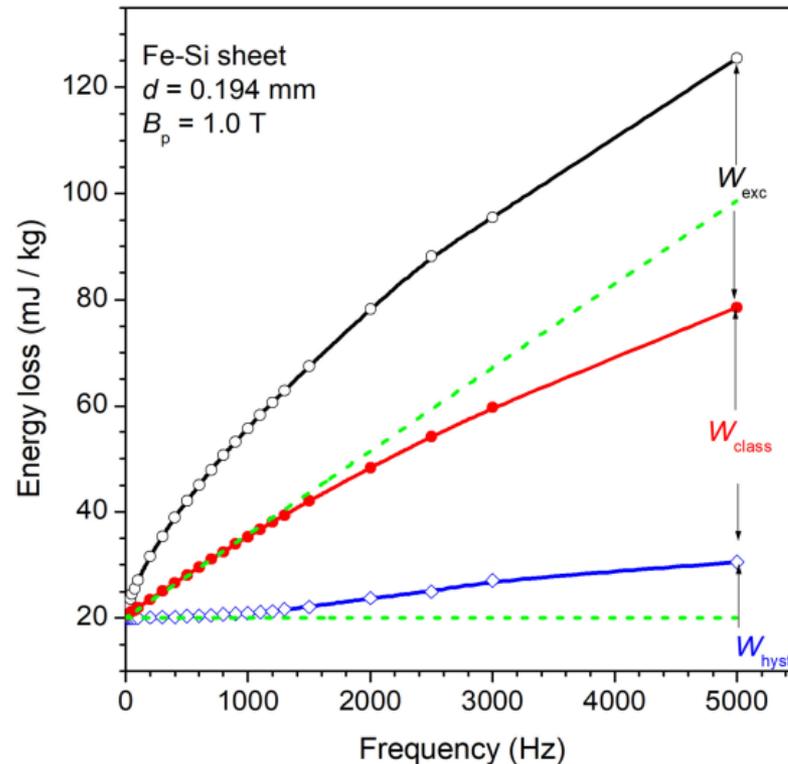


Fig. 6. As in Fig. 5 for the 0.194-mm-thick nonoriented Fe-Si sheets. The components  $W_{hyst}(f)$  and  $W_{cl,SIN}(f)$  are calculated using (12) and (13). The effect of the frequency-dependent nonuniform induction profile becomes apparent beyond about 1500 Hz, where the conventional prediction disregarding the skin effect (dashed lines) departs from the abovementioned calculation.



# Teoria da Separação das Perdas

## Exemplo - FeCo

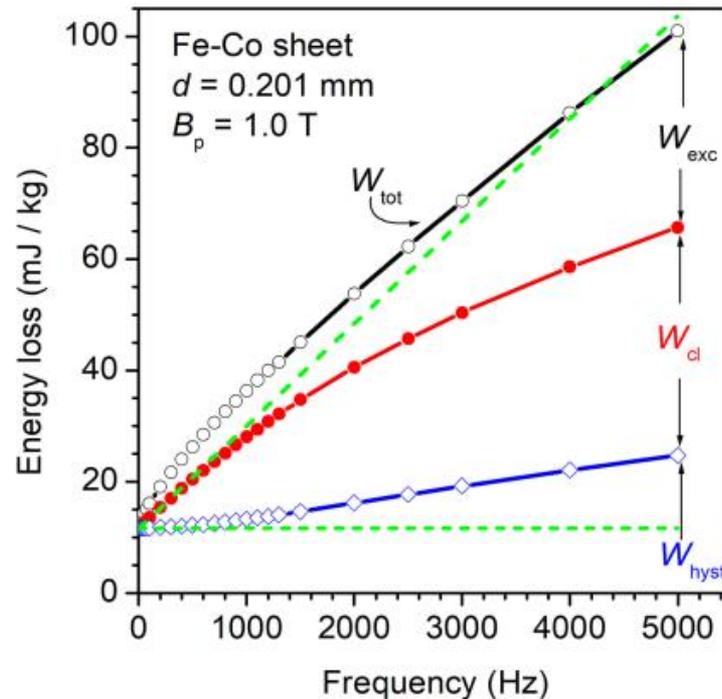


Fig. 5. Broadband loss analysis in the 0.201-mm-thick Fe-Co sheets of Fig. 4, carried out under sinusoidal induction of peak value  $B_p = 1.0 \text{ T}$  up to 5 kHz.  $W_{\text{hyst}}(f)$  and  $W_{\text{cl,SIN}}(f)$  are calculated using (12) and (13), based on the assumption of a constitutive  $B(H)$  equation defined in terms of complex permeability. To note the increase of  $W_{\text{hyst}}$  and the nonlinear behavior of  $W_{\text{cl,SIN}}$  versus frequency. The dashed lines show the frequency dependence of  $W_{\text{hyst}}(f)$  and  $W_{\text{cl,SIN}}(f)$  predicted disregarding the skin effect. This actually starts to affect the magnetization process beyond about 800 Hz.



# Teoria da Separação das Perdas

## Exemplo – liga nanocristalina

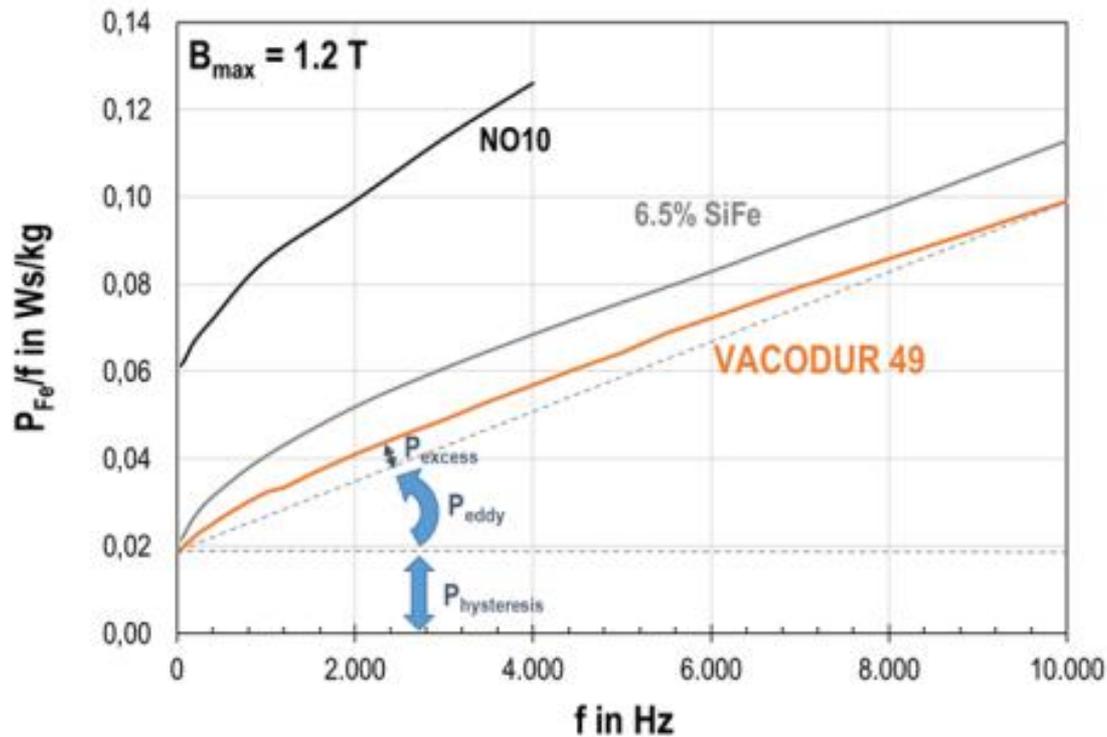


Figure 5. Core loss at  $B_{max} = 1.2 T$  up to 10 kHz for 50% CoFe (VACODUR® 49) at thickness 0.10 mm in comparison to high-performance silicon-iron grades



## Teoria da Separação das Perdas

### Conclusão

- O Princípio da separação das Perdas e da Teoria estatística de perda;
- **São ferramentas poderosas para prever a perda de energia;**
- Para qualquer frequência, indução magnética e formato de onda;
- A única condição para fazer essa previsão é necessário calcular o parâmetro “V0” para aquele formato de onda na indução desejada.
  
- Além disso, deve-se garantir que não há a presença de *skin effect*;
- **Nessa condição, o fluxo magnético não pode ser considerado constante ao longo da espessura da chapa;**
- Nessa condição,  $W_h$  não é constante para todas as frequências e  $W_c$  não é linear;
- Podendo gerar valores negativos de  $W_e$  (o que é algo fisicamente incorreto).



