

10 – Evaporação e Combustão de Gotas

11a Aula

10 Combustão de Líquidos

10.1 Aplicações:

- Motores diesel
- Caldeiras e fornos a óleo
- Turbinas a gás aeronáuticas
- foguetes

Motor Comb. Interna - DI

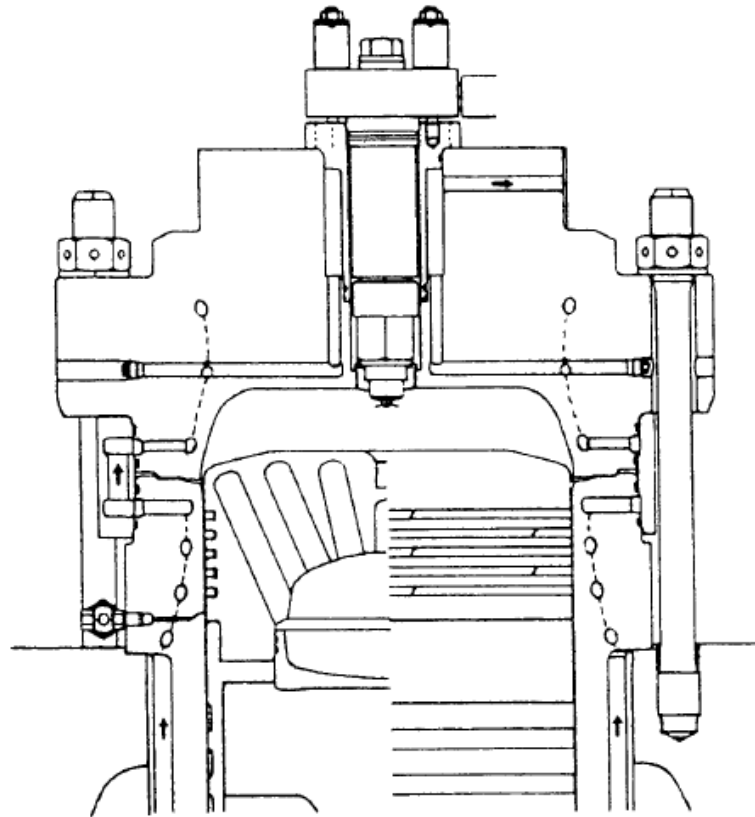


Figure 10.2 Combustion chamber and piston cutaway view of large direct-injection diesel engine.

| SOURCE: Reprinted from Ref. [2] by permission of the American Society of Mechanical Engineers.

Turbina a Gás

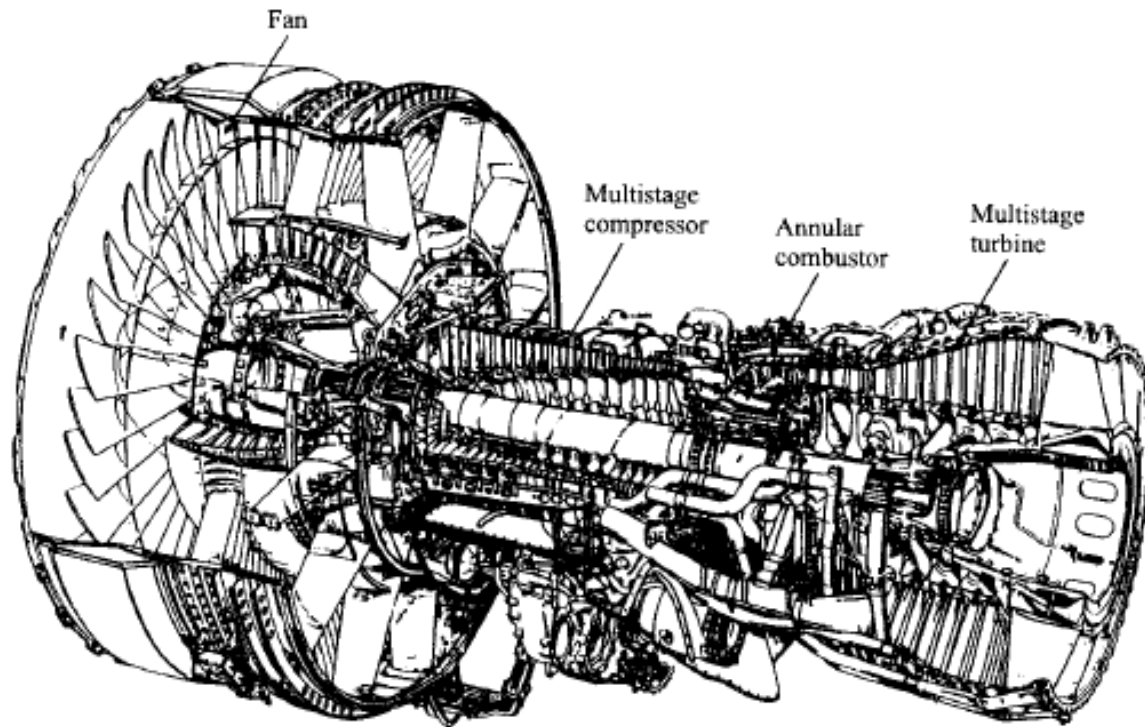


Figure 10.3 Aircraft gas-turbine engine. Note the combustor is a small part of the total volume of the engine.

| SOURCE: Reprinted from Ref. [3] by permission of Gordon & Breach Science Publishers, SA.

Câmara de Combustão de TG

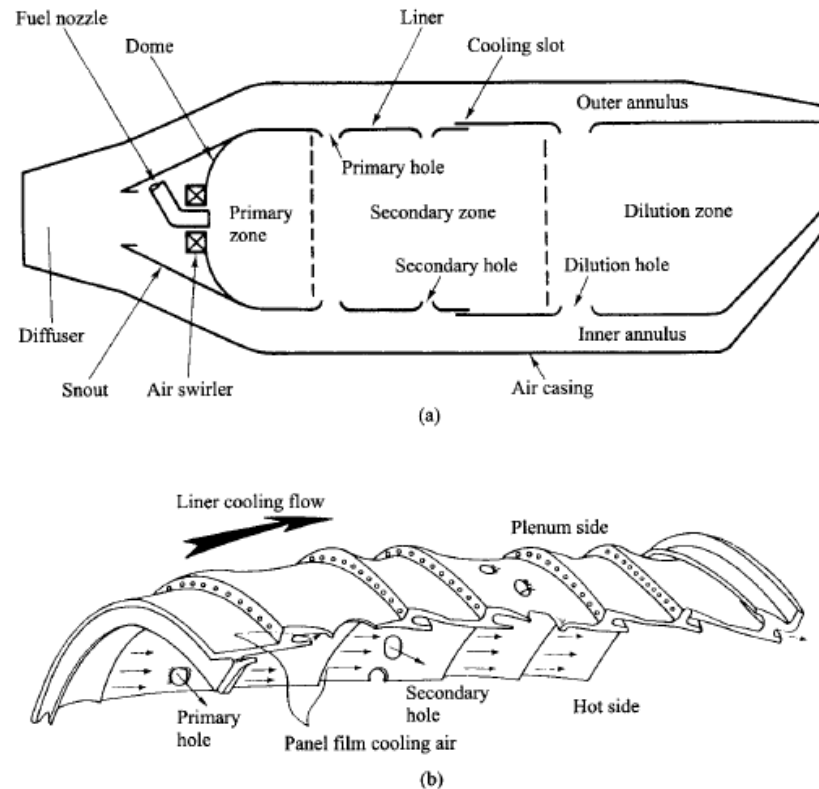


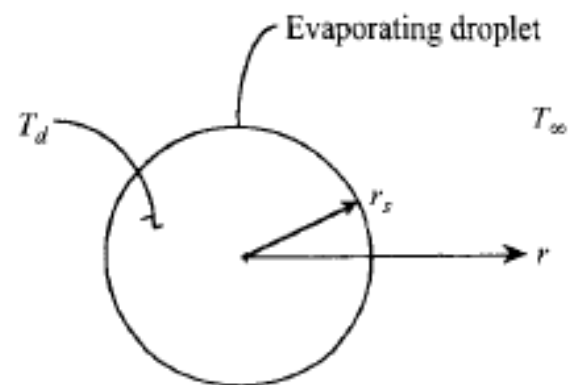
Figure 10.4 (a) Schematic of annular turbine combustor showing primary, secondary, and dilution zones. (b) Schematic of panel film cooling of combustor liner walls.

SOURCE: (a) Reprinted from Ref. [6] by permission of Taylor & Francis. (b) Reprinted from Ref. [3] by permission of Gordon & Breach Science Publishers, SA.

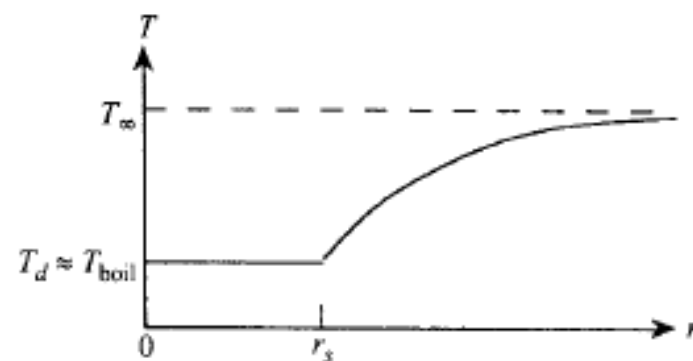
10.2 Modelo Simplificado de Combustão de Gotas

- Hipóteses**
1. Chama esférica em torno da gota. Ar parado. Gotas não interagem entre si.
 2. Processo quase-estático (a cada instante)
 3. Combustível é líquido único, sem solubilidade com gases. Equilíbrio de fases (líquido/vapor) na interface
 4. Pressão uniforme e constante
 5. Fase gasosa: vapor de combustível, oxidante e produtos. Zona interna e zona externa.
 6. Flame sheet model
 7. $Le = 1$
 8. Sem radiação
 9. Propriedades ($k, c_p, \rho D$) constantes
 10. gota de combustível $\rightarrow$ só fase líquida do combustível

Objetivo: determinar a taxa de queima de gota ($\dot{m}_F$) dados diâmetro inicial da gota e condições longe da gota (T_∞, Y_{ox})



(a)



(b)

Figure 10.8 Evaporation of a liquid fuel droplet in a quiescent environment, where it is assumed that the droplet surface temperature is nearly at the liquid boiling point.

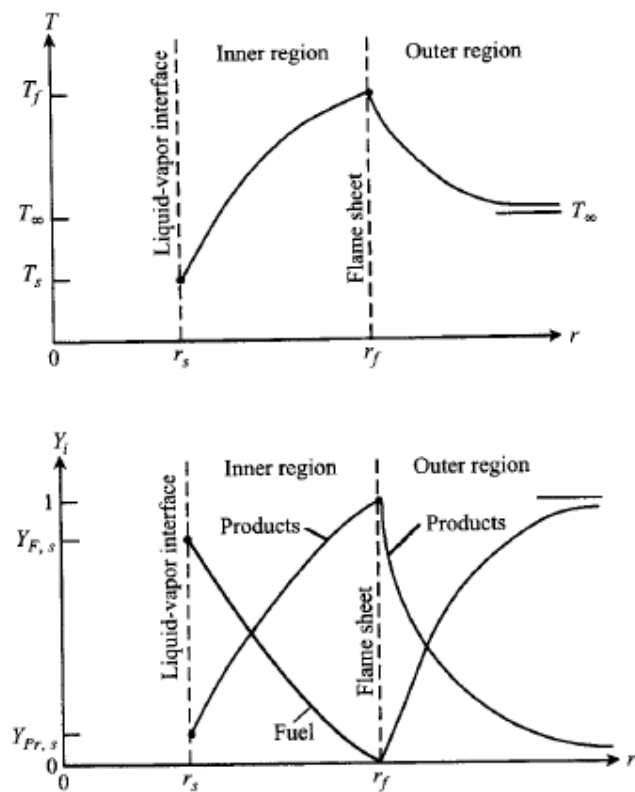


Figure 10.11 Temperature (top) and species profiles (bottom) for simple droplet-burning model.

- Conservação da massa: Processo de queima (evaporação) quase estático. Então:

$$\dot{m} = \dot{m}_F = \rho v_r 4\pi r^2 = cte \quad (362)$$

e

$$\frac{d(\rho v_r r^2)}{dr} = 0 \quad (363)$$

- Conservação das espécies
Região interna (Combustível vapor)

$$\dot{m}_A'' = Y_A \underbrace{(\dot{m}_A'' + \dot{m}_B'')}_{\text{Bulk Flow}} - \rho \underbrace{D_{AB} \nabla Y_A}_{\text{Difusão}} \quad (364)$$

$$\dot{m}_A'' \equiv \dot{m}_F'' = \dot{m}_F / 4\pi r^2 \quad (365)$$

$$\dot{m}_B'' = \dot{m}_{Pr}'' = 0 \quad (\text{veja hipótese 3}) \quad (366)$$

Produtos formam uma camada estática através da qual o vapor de combustível flui.

Então em coordenadas esféricas:

$$\dot{m}_A'' = \dot{m}_F'' = \frac{\dot{m}_F}{4\pi r^2} = Y_F \frac{\dot{m}_F}{4\pi r^2} - \rho D \frac{dY_F}{dr}$$

e

$$\dot{m}_F = -4\pi r^2 \frac{\rho D}{(1 - Y_F)} \frac{dY_F}{dr} \quad (367)$$

condições de contorno para (367):

condições de contorno para (367):

- Na interface líquido/vapor

$$Y_F(r_s) = Y_{F,s}(T_s) \quad (368)$$

- Na chama

$$Y_F(r_f) = 0 \quad (369)$$

definindo $Z_F \equiv 1/4\pi\rho D$, a solução de (367) é dada por:

$$Y_F(r) = 1 + C_1 \exp(-Z_F \dot{m}_F / r) \quad (370)$$

Aplicando a C.C. (368) determina-se C_1 .

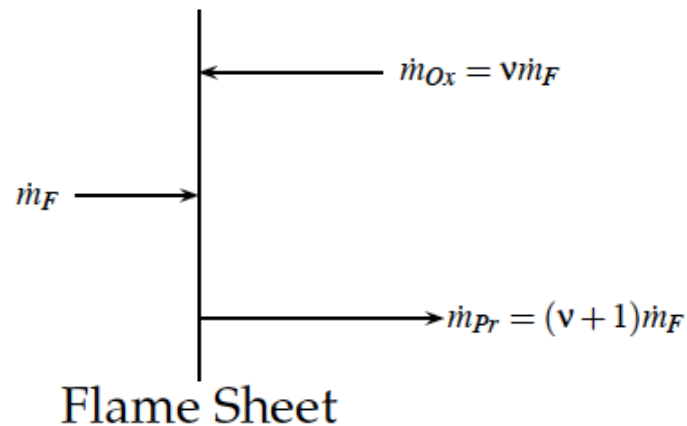
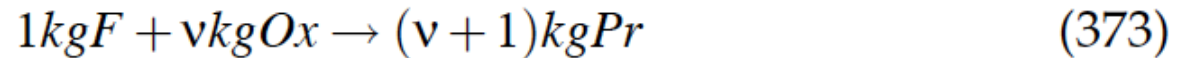
$$Y_F(r) = 1 - \frac{(1 - Y_{F,s}) \exp(-Z_F \dot{m}_F / r)}{\exp(-Z_F \dot{m}_F / r_s)} \quad (371)$$

Aplicando a C.C. de contorno (369):

$$Y_{F,s} = 1 - \frac{\exp(-Z_F \dot{m}_F / r_s)}{\exp(-Z_F \dot{m}_F / r_f)} \quad (372)$$

Região externa (oxidante)

- Oxidante é transportado radialmente para a chama, onde:



$$\dot{m}_A'' \equiv \dot{m}_{Ox}'' = -v\dot{m}_F'' \quad (374)$$

$$\dot{m}_B'' \equiv \dot{m}_{Pr} = +(v+1)\dot{m}_F'' \quad (375)$$

Então: (por 364)

$$\dot{m}_F = +4\pi r^2 \frac{\rho D}{v + Y_{Ox}} \frac{dY_{Ox}}{dr} \quad (376)$$

C.C.

$$Y_{Ox}(r_f) = 0 \quad (377)$$

$$Y_{Ox}(r \rightarrow \infty) = Y_{Ox,\infty} \equiv 1 \quad (378)$$

integrando (376):

$$Y_{Ox}(r) = -v + C_1 \exp(-Z_F \dot{m}_F / r) \quad (379)$$

aplicando C.C. (377):

$$Y_{Ox}(r) = v \left[\frac{\exp(-Z_F \dot{m}_F / r)}{\exp(-Z_F \dot{m}_F / r_f)} - 1 \right] \quad (380)$$

aplicando C.C. (378):

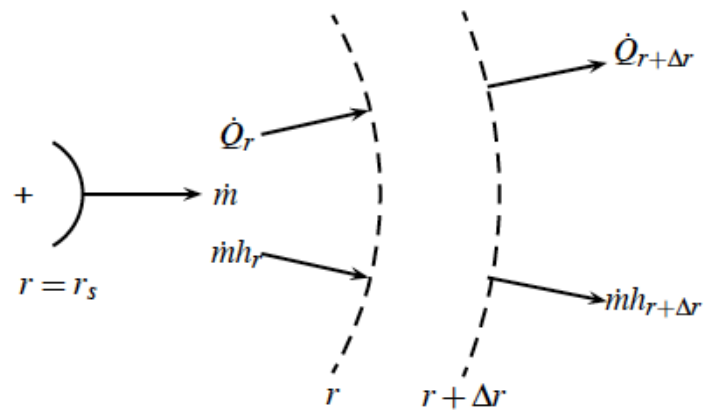
$$\exp(+Z_F \dot{m}_F / r_f) = (v + 1) / v \quad (381)$$

ainda:

$$Y_{Pr}(r) = 1 - Y_{Ox}(r) \quad (382)$$

- Conservação da energia

Equação da energia de Zhvab-Zeldovich



$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(\rho v_r \int c_p dT - \rho D \frac{d}{dr} \int c_p dT \right) \right] = - \sum h_{f,i}^{\circ} \dot{m}_i'''$$

- Fora da chama $\dot{m}_i''' = 0$
- Propriedades constantes
- $Le = \alpha/D = k_g/\rho c_{pg}D = 1$

pode-se escrever:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = \frac{\dot{m}_F c_{pg}}{4\pi k_g} \frac{dT}{dr} \quad (383)$$

por conveniência define-se:

$$Z_T = c_{pg}/4\pi k_g$$

então:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = Z_T \dot{m}_F \frac{dT}{dr} \quad (384)$$

Veja que para $Le = 1 \rightarrow Z_F = Z_T$

C.C. de (384):

$$\text{Região Interna} = \begin{cases} T(r_s) = T_s \\ T(r_f) = T_f \end{cases} \quad (385)$$

$$\text{Região Externa} = \begin{cases} T(r_f) = T_f \\ T(r \rightarrow \infty) = T_\infty \end{cases} \quad (386)$$

Solução geral de (384)

$$T(r) = \frac{C_1 \exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r)}{Z_{T\dot{m}_F}} + C_2 \quad (387)$$

Região interna ($r_s \leq r \leq r_f$)

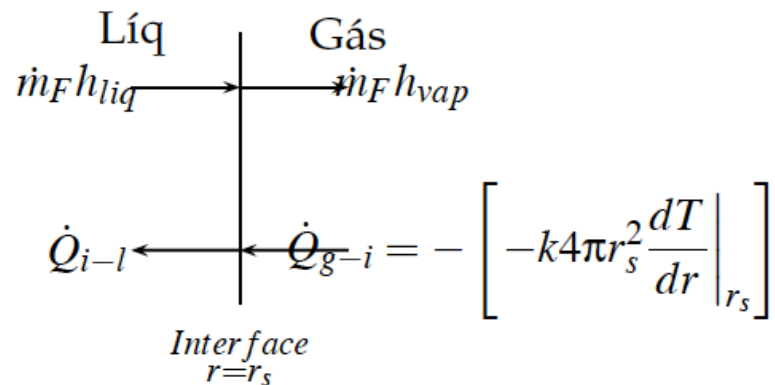
Aplicando (385):

$$T(r) = \frac{(T_s - T_f)\exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r) + T_f\exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r_s) - T_s\exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r_f)}{\exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r_s) - \exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r_f)} \quad (388)$$

Região Externa ($r_f < r < \infty$)
Aplicando (386):

$$T(r) = \frac{(T_f - T_\infty)\exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r) + \exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r_f)T_\infty - T_f}{\exp(-Z_{T\dot{m}_F}/r_f) - 1} \quad (389)$$

- Balanço de energia na superfície da gota



Então

$$\dot{Q}_{g-i} = \dot{m}_F(h_{vap} - h_{liq}) + \dot{Q}_{i-l} \quad (390)$$

ou

$$\dot{Q}_{g-i} = \dot{m}_F h_{fg} + \dot{Q}_{i-l} \quad (391)$$

$\dot{Q}_{i-l} \rightarrow$ dentro da gota

Modelo de camadas

1. Exterior T_s

2. Interior T_0

Então:

$$\dot{Q}_{i-l} = \dot{m}_F c_{pl} (T_s - T_0) \quad (392)$$

$$\frac{\dot{Q}_{i-l}}{\dot{m}_F} \equiv q_{i-l} = c_{pl} (T_s - T_0) \quad (393)$$

usando Fourier na eq (390):

$$- \left[-k_g 4\pi r^2 \frac{dT}{dr} \right]_{r_s} = \dot{m}_F (h_{fg} + q_{i-l}) \quad (394)$$

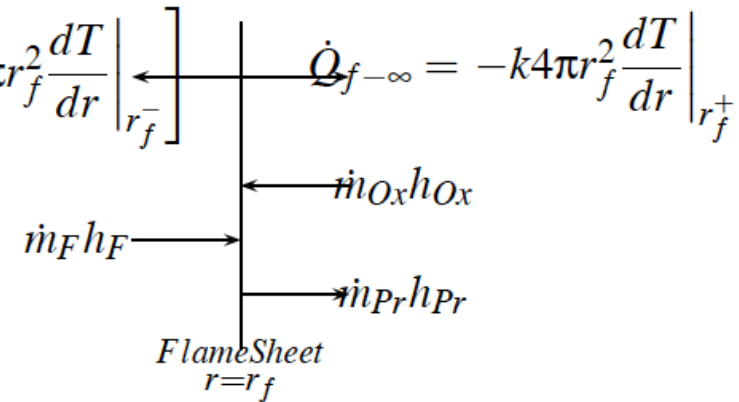
usando (388) para obter $\frac{dT}{dr}$ torna-se:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{(T_s - T_f) Z_T \dot{m}_F \exp(-Z_T \dot{m}_F / r)}{r^2 [\exp(-Z_T \dot{m}_F / r_s) - \exp(-Z_T \dot{m}_F / r_f)]} \quad (395)$$

avaliando para $r = r_s$, rearranjando e usando definição de Z_T :

$$\frac{c_{pg}(T_f - T_s)}{(q_{i-l} + h_{fg})} \frac{\exp(-Z_T \dot{m}_F / r_s)}{[\exp(-Z_T \dot{m}_F / r_s) - \exp(-Z_T \dot{m}_F / r_f)]} + 1 = 0 \quad (396)$$

- Balanço de energia na "Flame Sheet"

$$\dot{Q}_{f-i} = - \left[-k4\pi r_f^2 \frac{dT}{dr} \Big|_{r_f^-} \right] \quad \dot{Q}_{f-\infty} = -k4\pi r_f^2 \frac{dT}{dr} \Big|_{r_f^+}$$


Flame Sheet
 $r=r_f$

então na chama:

$$\dot{m}_F h_F + \dot{m}_{Ox} h_{Ox} - \dot{m}_{Pr} h_{Pr} = \dot{Q}_{f-i} + \dot{Q}_{f-\infty} \quad (397)$$

mas:

$$h_F \equiv h_{f,F}^\circ + c_{pg}(T - T_{ref}) \quad (398)$$

$$h_{Ox} \equiv h_{f,Ox}^\circ + c_{pg}(T - T_{ref}) \quad (399)$$

$$h_{Pr} \equiv h_{f,Pr}^\circ + c_{pg}(T - T_{ref}) \quad (400)$$

e o calor de combustão Δh_c

$$\Delta h_c(T_{ref}) \equiv (1)h_{f,F}^\circ + (v)h_{f,Ox}^\circ - (1 + v)h_{f,Pr}^\circ \quad (401)$$

usando relações entre $\dot{m}_F$, $\dot{m}_{Ox}$, $\dot{m}_{Pr}$, (373)

eq. (397) torna-se:

$$\dot{m}_F [h_F + v h_{Ox} - (v + 1) h_{Pr}] = \dot{Q}_{f-i} + \dot{Q}_{f-\infty} \quad (402)$$

Subst. (401) e (398)(399)(400):

$$\dot{m}_F \Delta h_c + \dot{m}_F c_{pg} [(T_f - T_{ref}) + v(T_f - T_{ref}) - (v + 1)(T_f - T_{ref})] = \dot{Q}_{f-i} + \dot{Q}_{f-\infty} \quad (403)$$

Fazendo $T_f = T_{ref}$ (escolha arbitrária):

$$\dot{m}_F \Delta h_c = \dot{Q}_{f-i} + \dot{Q}_{f-\infty} \quad (404)$$

Usando mais uma vez Fourier:

$$\begin{array}{ccccc}
 \dot{m}_F \Delta h_c & = & k_g 4\pi r_f^2 \frac{dT}{dr} \Big|_{r_f^-} & - & k_g 4\pi r_f^2 \frac{dT}{dr} \Big|_{r_f^+} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{Taxa na qual} & & \text{Taxa na qual calor} & & \text{Taxa na qual calor} \\
 \text{energia química é} & & \text{é conduzido da chama} & & \text{é conduzido da chama} \\
 \text{convertida em térmica} & & \text{para a direção da interface} & & \text{para longe da chama} \\
 \text{na chama} & & \text{liq/vap} & &
 \end{array} \tag{405}$$

$\frac{dT}{dr} \Big|_{r_f^-}$ e $\frac{dT}{dr} \Big|_{r_f^+}$ são obtidos das expressões (389) e (395)
 chega-se então a:

$$\frac{c_{pg}}{\Delta h_c} \left[\frac{(T_s - T_f) \exp(-Z_T \dot{m}_F / r_f)}{\exp(-Z_T \dot{m}_F / r_s) - \exp(-Z_T \dot{m}_F / r_f)} - \frac{(T_\infty - T_f) \exp(-Z_T \dot{m}_F / r_f)}{[1 - \exp(-Z_T \dot{m}_F / r_f)]} \right] - 1 = 0 \tag{406}$$

- Equilíbrio líquido/vapor

Relação de Clausius-Clapeyron para gás ideal:

$$\frac{dP_v}{dT} = \frac{P_v h_{fg}}{RT^2}$$

integrando-se:

$$P_v = \exp(C) \exp \left[\frac{-h_{fg}}{RT} \right]$$

Então, na interface $P_v = P_{F,s}$, $T = T_s$

$$P_{F,s} = A \exp \left(\frac{-B}{T_s} \right) \quad (407)$$

mas fração molar de combustível é:

$$X_{F,s} = \frac{P_{F,s}}{P} \quad (408)$$

ou

$$Y_{F,s} = X_{F,s} \frac{MW_F}{X_{F,s} MW_F + (1 - X_{F,s}) MW_{Pr}} \quad (409)$$

subst. (407), (408) em (409) tem-se:

$$Y_{F,s} = \frac{A \exp(-B/T_s) MW_F}{A \exp(-B/T_s) MW_F + [P - A \exp(-B/T_s) MW_{Pr}]} \quad (410)$$

Resumo

Equação	Incógnitas	Princípio
I (10)	$\dot{m}_F, r_f, Y_{F,s}$	Espécie F na região interna
II (20)	$\dot{m}_F, r_f$	Espécie Ox na região externa
III (35)	$\dot{m}_F, r_f, T_f, T_s$	Balanço energia Interface Liq/Vap
IV (45)	$\dot{m}_F, r_f, T_f, T_s$	Balanço energia chama
V (49)	$T_s, Y_{F,s}$	Equilíbrio fases Liq/Vap

5 Eq' e 5 incógnitas

Rearranjando:

$$\dot{m}_F = \frac{4\pi k_g r_s}{c_{pg}} \ln \left[1 + \frac{\Delta h_c / v + c_{pg}(T_\infty - T_s)}{q_{i-l} + h_{fg}} \right] \quad (411)$$

em termos do Número de Transferência B

$$B_{o,q} = \frac{\Delta h_c / v + c_{pg}(T_\infty - T_s)}{q_{i-l} + h_{fg}} \quad (412)$$

$$\dot{m}_F \frac{4\pi k_g r_s}{c_{pg}} \ln(1 + B_{o,q}) \quad (413)$$

- Constante de taxa de queima e tempo de vida da gota para a gota:

$$\frac{dm_d}{dt} = -\dot{m} \quad (414)$$

onde a massa da gota é

$$m_d = \rho_l V = \rho_l \pi d^3 / 6 \quad (415)$$

Subst. (413) e (415) em (414) e diferenciando:

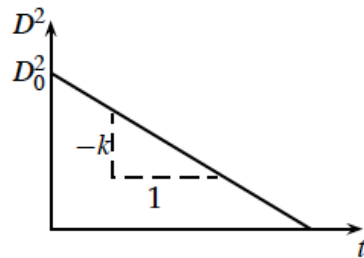
$$\frac{dD}{dt} \frac{-4k_g}{\rho_l c_{pg} D} \ln(B_{o,q} + 1) \quad (416)$$

mais comum:

$$\frac{dD^2}{dt} = \underbrace{\frac{-8k_g}{\rho_l c_{pg}} \ln(B_{o,q} + 1)}_k \quad (417)$$

ou seja:

$$\frac{dD^2}{dt} = cte = k \rightarrow \text{constante de taxa de queima}$$



Integrando (417) no tempo:

$$\int_{D_0^2}^{D^2} dD^2 = - \int_0^t k dt \quad (418)$$

$$D^2(t) - D_0^2 = -kt \quad \rightarrow \quad \text{Lei } D^2 \quad (419)$$

Tempo de vida da gota: (t_d)
fazendo

$$D^2(t_d) = 0 \Rightarrow t_d = D_0^2/k \quad (420)$$

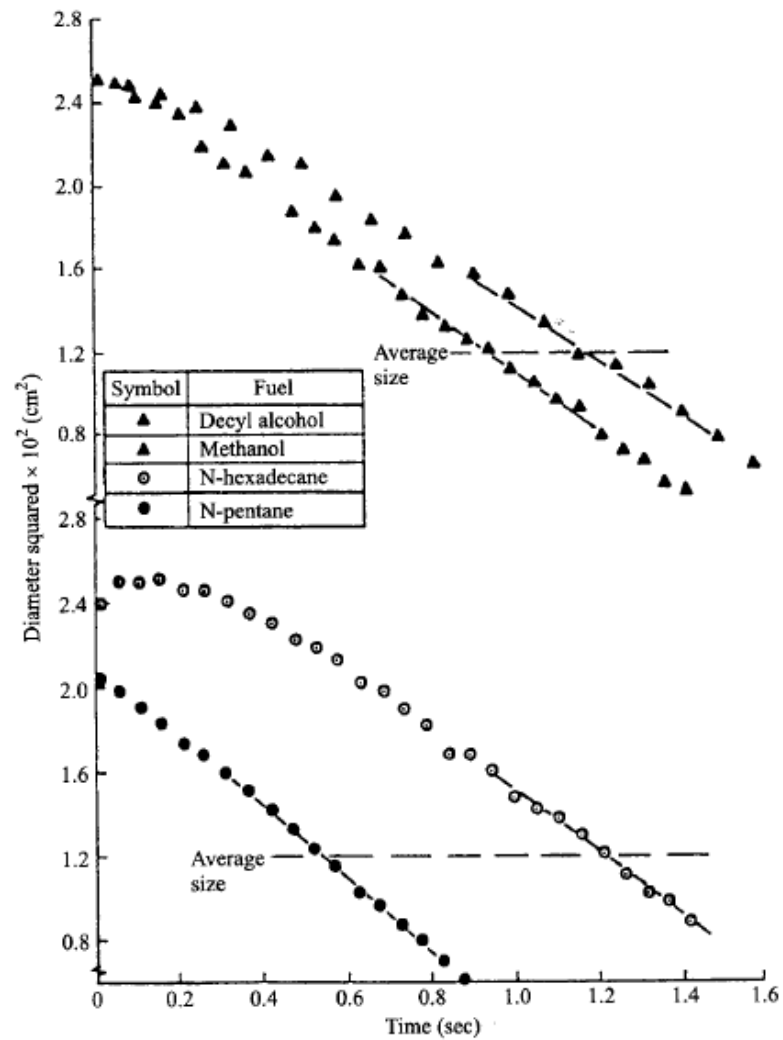


Figure 10.14 Experimental data for burning droplets illustrating D^2 law behavior after initial transient.
 | SOURCE: Reprinted from Ref. [21] with permission, © 1971, AIAA.

para as constantes termo-físicas:

$$c_{pg} = c_{pF}(\bar{T}) \quad (421)$$

$$k_g = 0.4k_F(\bar{T}) + 0.6k_{Ox}(\bar{T}) \quad (422)$$

$$\rho_l = \rho_l(T_s) \quad (423)$$

$$\bar{T} = 0.5(T_s + T_f) \quad (424)$$

Extensão do Modelo

- Inclusão de Correlacao Nusselt e Sherwood

$$Nu = 2 + \frac{0.555 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + 1.232/(RePr^{4/3})]^{1/2}},$$

Extensão do Modelo

- Inclusão de Correlacao Nusselt e Sherwood

