



Fundo Patrimonial FEAUSP

FEAUSP

NIVELAMENTO DE MATEMÁTICA

Aula 1 - Progressão Aritmética



Nesta aula, iremos apresentaremos o conceito de progressão aritmética.

Definição: Uma sequência de números reais, ou uma sequência abreviadamente, é uma coleção enumerável de números reais escrita ordenadamente,

$$(a_i) = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

onde a_n é um número real qualquer com $i \in \mathbb{N}^*$.

Na verdade, expressamos a sequência infinita, através da inscrição de três pontinhos ... à direita da sequência. No entanto, também consideramos sequências finitas. Por exemplo,

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

e

$$1, -2, 3, \pi, 5, \sqrt{2}$$

são respectivamente uma sequência infinita e uma sequência finita.

Exemplo 1:

Escreva explicitamente os termos da sequência $a_n = (-1)^{n+1}$ para todo $n \in \mathbb{N}^*$.

Exemplo 2:

Escreva explicitamente os termos da sequência (a_n) tal que $a_1 = 2$ e $a_{n+1} = a_n + 2n$.

Classificação das Sequências

- (a_n) é estritamente crescente se $a_n < a_{n+1}$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$
- (a_n) é crescente se $a_n \leq a_{n+1}$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$
- (a_n) é estritamente decrescente se $a_n > a_{n+1}$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$
- (a_n) é decrescente se $a_n \geq a_{n+1}$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$
- (a_n) é constante se $a_n = a_{n+1}$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$

Progressão Aritmética

Definição: Sejam a e r dois números reais. Chama-se Progressão Aritmética (P.A.) sequência (a_n) tal que

$$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + r, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

ou seja, $(a_n) = (a, a + r, a + 2r, a + 3r, \dots)$.

O número real r chama-se razão da P.A. Segue da definição que:

$$r = a_{n+1} - a_n, \forall n \in \mathbb{N}^* .$$

Exemplo 3:

Seja (a_n) uma sequência. Então:

$(a_n) = (-10, -8, -6, -4, \dots)$ é uma P.A. de razão 2

$(a_n) = (10, 8, 6, 4, \dots)$ é uma P.A. de razão -2

$(a_n) = (10, 10, 10, 10, \dots)$ é uma P.A. de razão 0

Classificação:

Se (a_n) é uma P.A. então:

- (a_n) é estritamente crescente se $r > 0$
- (a_n) é estritamente decrescente se $r < 0$
- (a_n) é constante se $r = 0$

Termo Geral de uma P.A.:

Seja uma P.A. $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$. Pela definição de P.A. temos:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + r + r = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_3 + r = a_1 + 2r + r = a_1 + 3r$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Exemplo 4

Na progressão aritmética $(a_n) = (3, 7, 11, \dots)$, determine o 10° termo.

Exemplo 5

Se as eleições para presidente continuarem a ocorrer a cada quatro anos, então em que ano ocorrerá a vigésima eleição a partir de 2006?

Soma dos Primeiros n Termos de uma P.A.

Seja uma P.A. $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$. A soma dos n primeiros de uma P.A. é dada por:

$$S = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Soma dos Primeiros n Termos de uma P.A.

Exemplo 7

Qual a soma dos inteiros consecutivos $1, 2, 3, \dots, 2004, 2005$?



Fundo Patrimonial FEAUSP



FEAUSP