Gabarito - T1 substitutivo

1. Mostre que, dados $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{0}$, se $\vec{u} = (-1,5)$ e $\vec{v} = (5,-1)$, então $a = b = 0$. Qual a interpretação geométrica desse resultado? Faça um esboço para representar o resultado.

Resolvendo a equação $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{0}$:

$$a(-1,5) + b(5,-1) = (0,0)$$

$$(-a, 5a) + (5b, -b) = (0,0)$$

$$(-a + 5b, 5a - b) = (0,0)$$

Logo:

$$\begin{cases} -a + 5b = 0 \\ 5a - b = 0 \end{cases} \quad \text{cujá solução é} \quad \begin{cases} a = 5b \\ a = \frac{1}{5}b \end{cases}$$

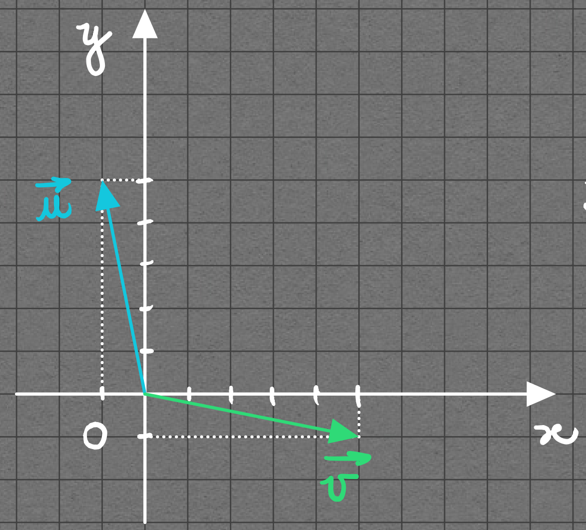
O único valor de b que torna a solução válida é $b = 0$; consequentemente, $a = 0$.

Interpretação Geométrica:

$$a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{0}$$

é a eq. que investiga se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são LD ou LI, de acordo com a solução obtida para a e b. Como somente a solução trivial $(a = b = 0)$ é possível $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são LI. Geometricamente, isto implica que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são vetores paralelos.

Esboço:



$\vec{u}$ e $\vec{v}$ ... não paralelos

(2) Determine o ponto $B \in \mathbb{R}^3$ tal que o vetor com origem em $A(1,0,1)$ e com extremidade em B tem mesmos módulo, direção e sentido do vetor $\vec{v} = (1,-2,1)$. Faça um esboço do resultado.

$B(x, y, z)$?

$$\vec{AB} = B - A = (x-1, y, z-1)$$

$\vec{AB}$ tem $\left\{\begin{array}{l} \text{módulo} \\ \text{direção} \\ \text{sentido} \end{array}\right\}$ iguais a $\vec{v}$ $\therefore$ $\vec{AB} = \vec{v}$

Assim: $\vec{AB} = (1, -2, 1)$

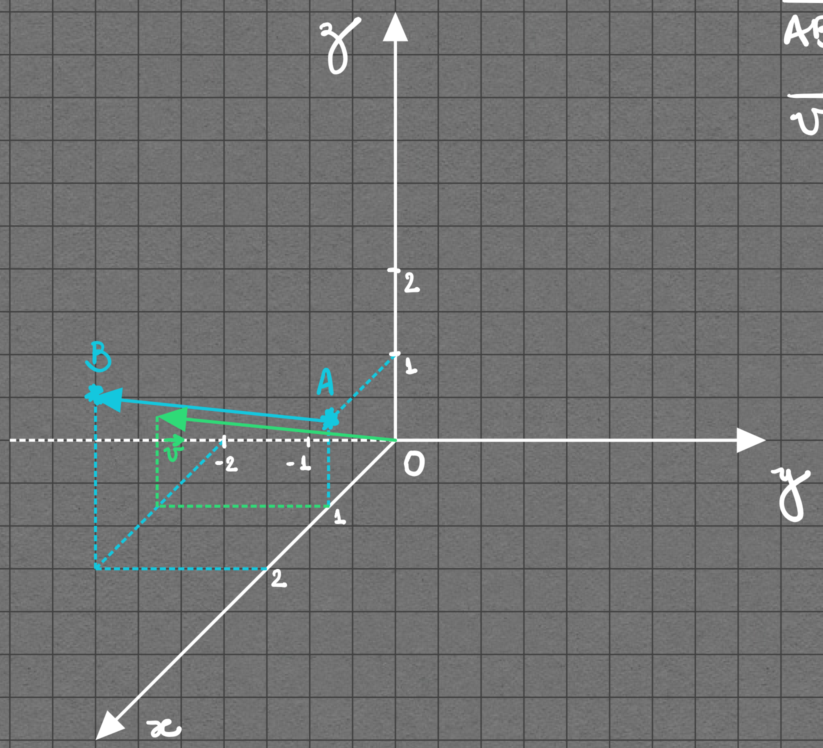
$$(x-1, y, z-1) = (1, -2, -1)$$

Logo:

$$\left\{\begin{array}{l} x - 1 = 1 \\ y = -2 \\ z - 1 = 1 \end{array}\right. \quad \text{cuja solução é} \quad \left\{\begin{array}{l} x = 2 \\ y = -2 \\ z = 2 \end{array}\right.$$

Portanto, $B(2, -2, 2)$

Esboço:



$\overrightarrow{AB} = \vec{v}$

$\vec{v}$ ... representante de $\overrightarrow{AB}$ medido a partir da origem do $\mathbb{R}^3$