Aula 18 – Estados quânticos do campo Eletromagnético

Fazendo uma analogia com o osc. harmônico quântico,

* Veja Notas de aula osc. harmônico (online)

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{x} + i\hat{p})$$

$$\hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{x} - i\hat{p})$$

$$\Rightarrow \hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + (\omega\hat{x})^2) = \hbar\omega\left(\hat{a}^+\hat{a} + 1/2\right)$$

$$\hat{n} = \hat{a}^+\hat{a} \leadsto \hat{n}|n\rangle = n|n\rangle$$

$$\boxed{\begin{aligned} a^+|n\rangle &= \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle \\ a|n\rangle &= \sqrt{n}\,|n-1\rangle \\ |n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{n!}}(a^+)^n|0\rangle \end{aligned}}$$

$|0\rangle \equiv$ Estado fundam.

$\leadsto a|0\rangle = 0$

P/ Campo EM ↳ estado de Vácuo $|Vac\rangle$

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle$$
$$\hat{n}|0\rangle = 0|0\rangle$$

$$\langle 0|H|0\rangle$$

$$\langle H\rangle_0 = \langle 0|\hbar\omega(\hat{n} + 1/2)|0\rangle$$

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}\langle 0|0\rangle = \frac{\hbar\omega}{2}$$

P/ o Caso geral do Campo EM

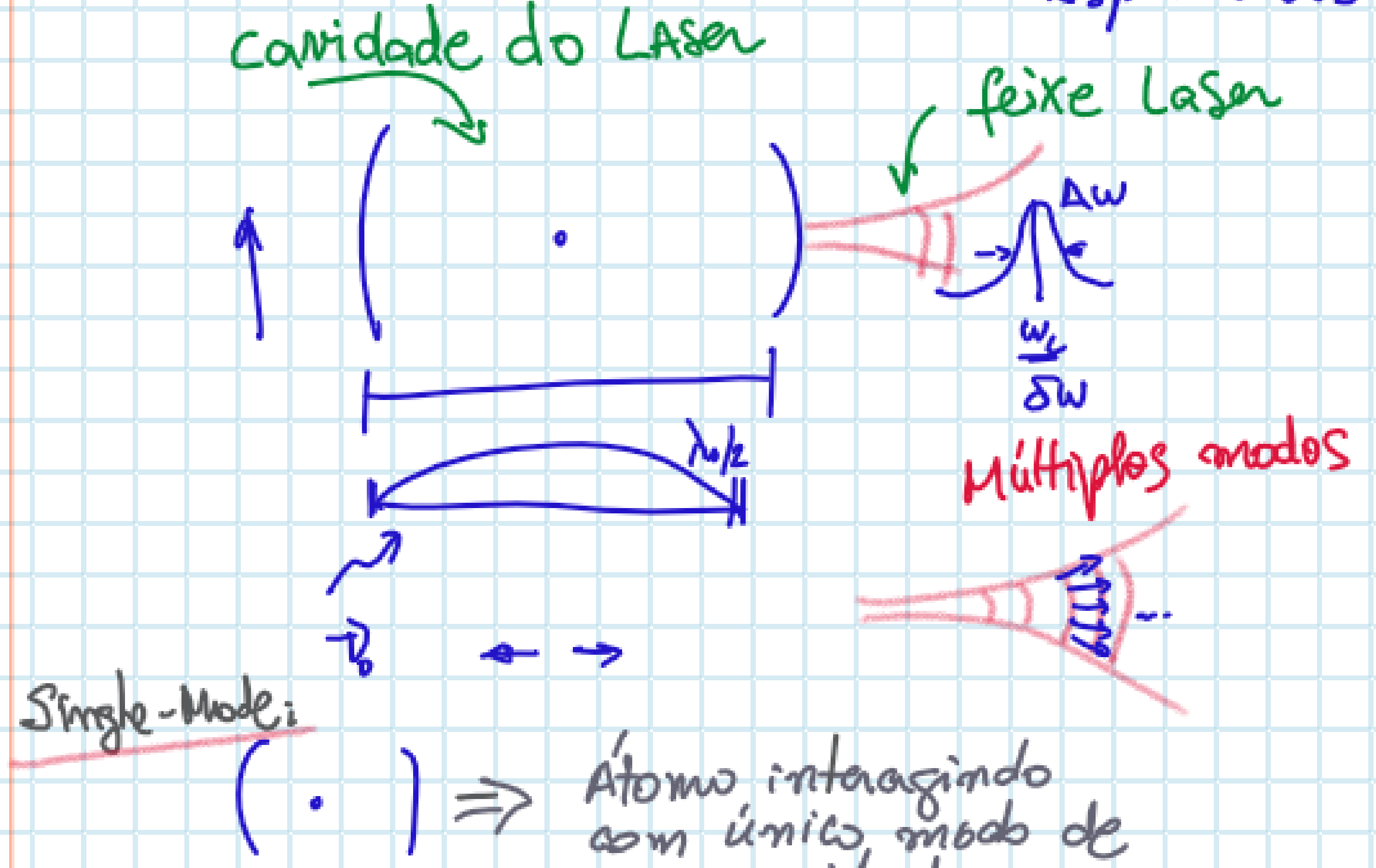
$$|n_m\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_m!}}(a_m^+)^n|0\rangle \leadsto \underbrace{|n_1, n_2, \cdots n_m, \cdots\rangle}_{\text{estado produto}}$$

modo — modos

$$|1_m\rangle = |0,0,0 \ldots 1, 0, \ldots\rangle$$

$$|n_m\rangle = |n_1\rangle \otimes |n_2\rangle \otimes \cdots |n_m\rangle \otimes \cdots$$

Exemplo de campos com Multiplos modos espaciais.



$\Rightarrow$ Átomo interagindo com único modo de uma cavidade

$$\boxed{\text{Estados de Fock: estados de número de ocupação} \quad |n_1, n_2, \cdots n_\omega, \cdots n_\infty\rangle}$$

o Estados Coerentes:

O chamados estados coerente da Luz (i.e., do Campo EM) foram introduzidos por Glauber com autoestados (autovetores) do operador de aniquilação.

P/ um único modo do campo, temos:

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle; \quad \text{onde } \alpha \text{ é um número complexo } (\alpha \in \mathbb{C})$$

Esses estados não são estados ortogonais, mas podem ser escritos em termos da base dos estados de Fock

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n|n\rangle$$

$$\hookrightarrow a|\alpha\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} C_n\sqrt{n}\,|n-1\rangle = \alpha\sum C_n|n\rangle$$

$$\leadsto C_n\sqrt{n} = \alpha C_{n-1} \Rightarrow C_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}C_0$$

P/ determinar C_0:

$$\langle\alpha|\alpha\rangle = 1 = |C_0|^2\sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}$$
$$= |C_0|^2 \cdot \exp(|\alpha|^2)$$

Portanto:

$$\boxed{|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle}$$

* Sugestão de leitura: Veja também "estados Comprimidos"... (squeezed states)

M. Orszag, Quantum Optics, 3rd ed. (2016)

Ex. de Aplic.: LIGO!! Metrologia quântica p/ ondas gravitacionais