Curso de Nivelamento de matemática FEA-USP

Professor: Felipe Rocha Felix

$2^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios - Segunda semana - Introdução aos Limites

1 Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{tg(4x)}{x}$

(b) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{sen(3x)}{x}$

(c) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{sen(3x)}{sen(4x)}$

(d) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{x^2}{sen(x)}$

(e) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{tg(3x)}{sen(4x)}$

(f) $\lim\limits_{x \longrightarrow \frac{\pi}{2}} \dfrac{1 - sen(x)}{2x - \pi}$

(g) $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} x sen(\dfrac{1}{x})$

(h) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{x - tg(x)}{x + tg(x}$

(i) $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} x \cos^2$

(h) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{tg^2(x)}{x^2 sec(x)}$

2 Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^{x+1}$

(b) $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{2x}\right)^{x}$

(c) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}}$

(d) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{e^{2x} - 1}{x}$

(e) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{e^{x^2} - 1}{x}$

(f) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{5^x - 1}{x}$

(g) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{8^x - 3^x}{x}$

(h) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{3^x - 1}{x^2}$

(i) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{e^{ax} - e^{bx}}{sen(ax) - sen(bx)}, \quad a, b \neq 0$

(j) $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} \left(1 - \dfrac{9}{x}\right)^{x+3}$

(k) $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} \left(1 - \dfrac{4}{x}\right)^{x+4}$

(l) $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{x}\right)^{x}$

3 Verifique se as seguintes funções são contínuas.

(a) $f(x) = cos\,(2x)$

(b) $\dfrac{x}{x^4 + 1}$

(c) $f(x) = |sen(x)|$

(d) $f(x) = sec\left(x^2 + 1\right)$

(e) $f(x) = tg\left(x^2 + 1\right)$

(f) $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se} \quad x \leq 1, \\ 1, & \text{se} \quad x > 1. \end{cases}$

(g) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{se} \quad x \neq 2, \\ 4, & \text{se} \quad x = 2. \end{cases}$

(h) $f(x) = \begin{cases} \frac{sen(x)}{x}, & \text{se} \quad x \neq 0, \\ 0, & \text{se} \quad x = 0. \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} \frac{sen(x)}{x}, & \text{se} \quad x \neq 0, \\ 1, & \text{se} \quad x = 0. \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} \frac{5^x-1}{x}, & \text{se} \quad x \neq 0, \\ \ln 5, & \text{se} \quad x = 0. \end{cases}$

4 Utilizando o fato de que as funções são contínuas e calcule os seguintes limites:

(a) $\lim\limits_{x \longrightarrow +\pi} cos\,(x + sen(x))$

(b) $\lim_{x \longrightarrow 4} \dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$

(c) $\lim_{x \longrightarrow \frac{\pi}{2}} e^{\frac{1}{sen(x)}}$

(d) $\lim_{x \longrightarrow 1} \dfrac{1}{arctg(x)}$

(e) $\lim_{x \longrightarrow 0} \dfrac{sen\,(x^2 + sen(cos(x)))}{x^2+1}$

(f) $\lim_{x \longrightarrow 0} \ln \dfrac{cos^2(x)+1}{\sqrt{2(x^2+1)}}$

5 O custo em u.m. (unidades monetárias) para remover x dos detritos tóxicos despejados num aterro é dado por:

$$S(x) = \frac{0,8x}{100-x}$$

para $0 < x < 100$

(a) Calcule $\lim_{x \longrightarrow 100^-} S(x)$

(b) Interprete o resultado obtido.

6 Suponha que 2000 reais são investidos a uma taxa de juros anual de 6 e os juros são capitalizados continuamente.

(a) Qual é o saldo ao final de 10 anos? E de 50 anos?

(b) Que quantia deveria ser investida hoje a uma taxa anual de 7 de juros capitalizados continuamente, de modo a se transformar, daqui a 20 anos, em 20000 reais?

7 Durante uma epidemia de dengue, o número de pessoas que adoeceram, num certo bairro, após t dias é dado por:

$$L(t) = \frac{100000}{1+19900e^{-0,8t}}$$

(a) Determine a quantidade máxima de indivíduos atingidos pela doença.

(b) Utilize o Geogebra para esboçar o gráfico de L.