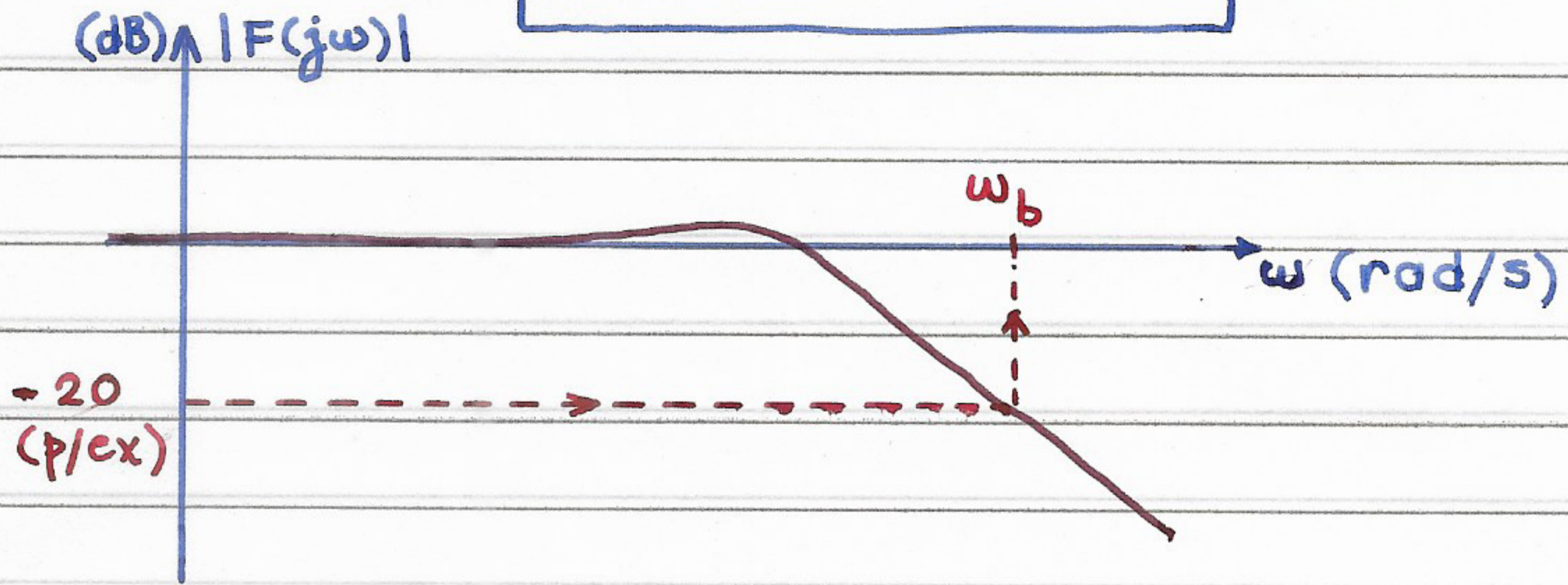
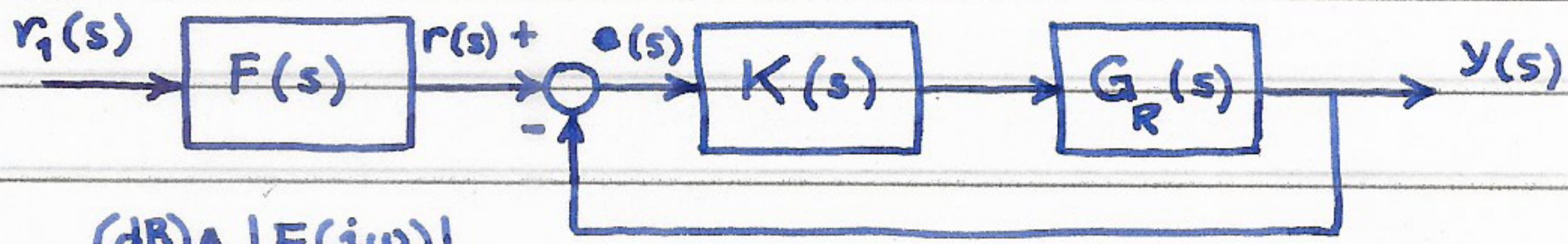


MATÉRIA DATA 5.30

5.6 - ESPECIFICAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO



- Definição de compatibilidade entre o pré-filtro e a malha fechada no caso robusto:

$$\frac{|e(j\omega)|}{|r_1(j\omega)|} \leq \delta_F(\omega) \quad (\omega \leq \omega_b)$$

($\forall G_R$ admissível)

- Mas:

$$\begin{aligned} e(j\omega) &= r(j\omega) - y(j\omega) = r(j\omega) - T_R(j\omega)r(j\omega) = \\ &= r(j\omega) [1 - T_R(j\omega)] = F(j\omega)r_1(j\omega) [1 - T_R(j\omega)] \end{aligned}$$

- Portanto:

$$\boxed{\frac{|e(j\omega)|}{|r_1(j\omega)|} = |F(j\omega) [T_R(j\omega) - 1]| \leq \delta_F(\omega)} \quad (\omega \leq \omega_b)$$

($\forall G_R$ admissível)

• Ou seja:

$$|F(j\omega)| |T_R(j\omega) - 1| \leq \delta_F(\omega)$$

$(\omega \leq \omega_b)$
 $(\forall G_R \text{ admissível})$

$$|T_R(j\omega) - 1| \leq \frac{\delta_F(\omega)}{|F(j\omega)|}$$

$(\omega \leq \omega_b)$
 $(\forall G_R \text{ admissível})$

$$\left| \frac{G_R(j\omega)K(j\omega)}{1 + G_R(j\omega)K(j\omega)} - 1 \right| \leq \frac{\delta_F(\omega)}{|F(j\omega)|}$$

$(\omega \leq \omega_b)$
 $(\forall G_R \text{ admissível})$

$$\left| \frac{-1}{1 + G_R(j\omega)K(j\omega)} \right| \leq \frac{\delta_F(\omega)}{|F(j\omega)|}$$

$(\omega \leq \omega_b)$
 $(\forall G_R \text{ admissível})$

$$\boxed{|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| \geq \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)}}$$

$(\omega \leq \omega_b)$
 $(\forall G_R \text{ admissível})$

5.6.1 - INCERTEZA MULTIPLICATIVA

• H_∞

$$|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| = |1 + [1 + \Delta_m(j\omega)]G(j\omega)K(j\omega)| =$$

$$= |1 + G(j\omega)K(j\omega) + \Delta_m(j\omega)G(j\omega)K(j\omega)| =$$

$$= \left| [1 + G(j\omega)K(j\omega)] \left[1 + \Delta_m(j\omega) \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \right] \right| =$$

$$= \left| [1 + G(j\omega)K(j\omega)] [1 + \Delta_m(j\omega)T(j\omega)] \right|$$

Mas

$$T(j\omega) \approx 1 \quad \text{para } \omega \leq \omega_b$$

Portanto:

$$|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| \approx |[1 + G(j\omega)K(j\omega)][1 + \Delta_m(j\omega)]| \quad (\omega \leq \omega_b)$$

Mas:

$$|1 + \Delta_m(j\omega)| \geq 1 - |\Delta_m(j\omega)| \geq 1 - \ell_m(\omega) > 0$$

supondo $\ell_m(\omega) < 1$ p/ $\omega \leq \omega_b$ ↗

Então:

$$\begin{aligned} |1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| &= |1 + G(j\omega)K(j\omega)| |1 + \Delta_m(j\omega)| \geq \\ &\geq |1 + G(j\omega)K(j\omega)| [1 - \ell_m(\omega)] \quad (*) \end{aligned}$$

Queremos que

$$|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| \geq \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)} \quad (\omega \leq \omega_b)$$

($\forall G_R$ admissível)

Portanto, em vista de (*), é suficiente impor que

$$\underbrace{|1 + G(j\omega)K(j\omega)|}_{\frac{1}{|S(j\omega)|}} [1 - \ell_m(\omega)] \geq \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)} \quad (\omega \leq \omega_b)$$

Resulta então

$$|S(j\omega)| \leq \frac{[1 - \ell_m(\omega)] \delta_F(\omega)}{|F(j\omega)|} \quad (\omega \leq \omega_b)$$

CONDIÇÃO DE ROBUSTEZ E DA COMPATIBILIDADE
ENTRE O PRÉ-FILTRO E A MALHA FECHADA
(H_∞)

NOTA - FORMA ALTERNATIVA

$$|S(j\omega)| = \frac{1}{|1 + G(j\omega)K(j\omega)|} = \left| \frac{G(j\omega)K(j\omega) - [1 + G(j\omega)K(j\omega)]}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \right| = |T(j\omega) - 1|$$

Portanto a condição anterior pode ser reescrita

como:

$$|T(j\omega) - 1| \leq \frac{[1 - \ell_m(\omega)] \delta_F(\omega)}{|F(j\omega)|} \quad (\omega \leq \omega_b)$$

Ou seja:

$$|F(j\omega)[T(j\omega) - 1]| \leq [1 - \ell_m(\omega)] \delta_F(\omega) \quad (\omega \leq \omega_b)$$

- Fator $[1 - \ell_m(\omega)]$ é a única diferença em relação à condição nominal
- Esta é a condição que deve ser usada quando $K(s)$ é dado ($\because T(s)$ é conhecido) e se deseja testar se um determinado pré-filtro $F(s)$ é compatível com a malha fechada.

• LOOP SHAPING

$$|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| \geq \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)} \quad (*) \quad \begin{array}{l} (\omega \leq \omega_b) \\ (\forall G_R \text{ admissível}) \end{array}$$

Mas:

$$|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| = |1 + \underbrace{[1 + \Delta_m(j\omega)]}_{G_R(j\omega)} G(j\omega)K(j\omega)| \geq$$

$$|[1 + \Delta_m(j\omega)]G(j\omega)K(j\omega)| - 1 =$$

$$|1 + \Delta_m(j\omega)| |G(j\omega)K(j\omega)| - 1$$

Por outro lado:

$$|1 + \Delta_m(j\omega)| \geq 1 - |\Delta_m(j\omega)| \geq 1 - \ell_m(\omega) > 0$$

se $\ell_m(\omega) < 1$ ↑
para $\omega \leq \omega_b$

Assim:

$$|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| \geq [1 - \ell_m(\omega)] |G(j\omega)K(j\omega)| - 1$$

Portanto, para que valha (*) é suficiente que

$$[1 - \ell_m(\omega)] |G(j\omega)K(j\omega)| - 1 \geq \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)}$$

Ou seja:

$$|G(j\omega)K(j\omega)| \geq \frac{1 + \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)}}{1 - \ell_m(\omega)} \quad (\omega \leq \omega_b)$$

CONDIÇÃO DE ROBUSTEZ DA COMPATIBILIDADE
ENTRE O PRÉ-FILTRO E A MALHA FECHADA
(LOOP SHAPING)

5.6.2. INCERTEZA REPRESENTADA POR TEMPLATES

$$\bullet \quad |1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| \geq \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)} \quad (*) \quad \begin{array}{l} (\omega \leq \omega_b) \\ (\forall G_R \text{ admissível}) \end{array}$$

Mas: $|1 + G_R(j\omega)K(j\omega)| \geq |G_R(j\omega)K(j\omega)| - 1 > 0$
 porque $|G_R(j\omega)K(j\omega)| \gg 1 \uparrow$
 para $\omega \leq \omega_b$

Portanto, para garantir (*), é suficiente que:

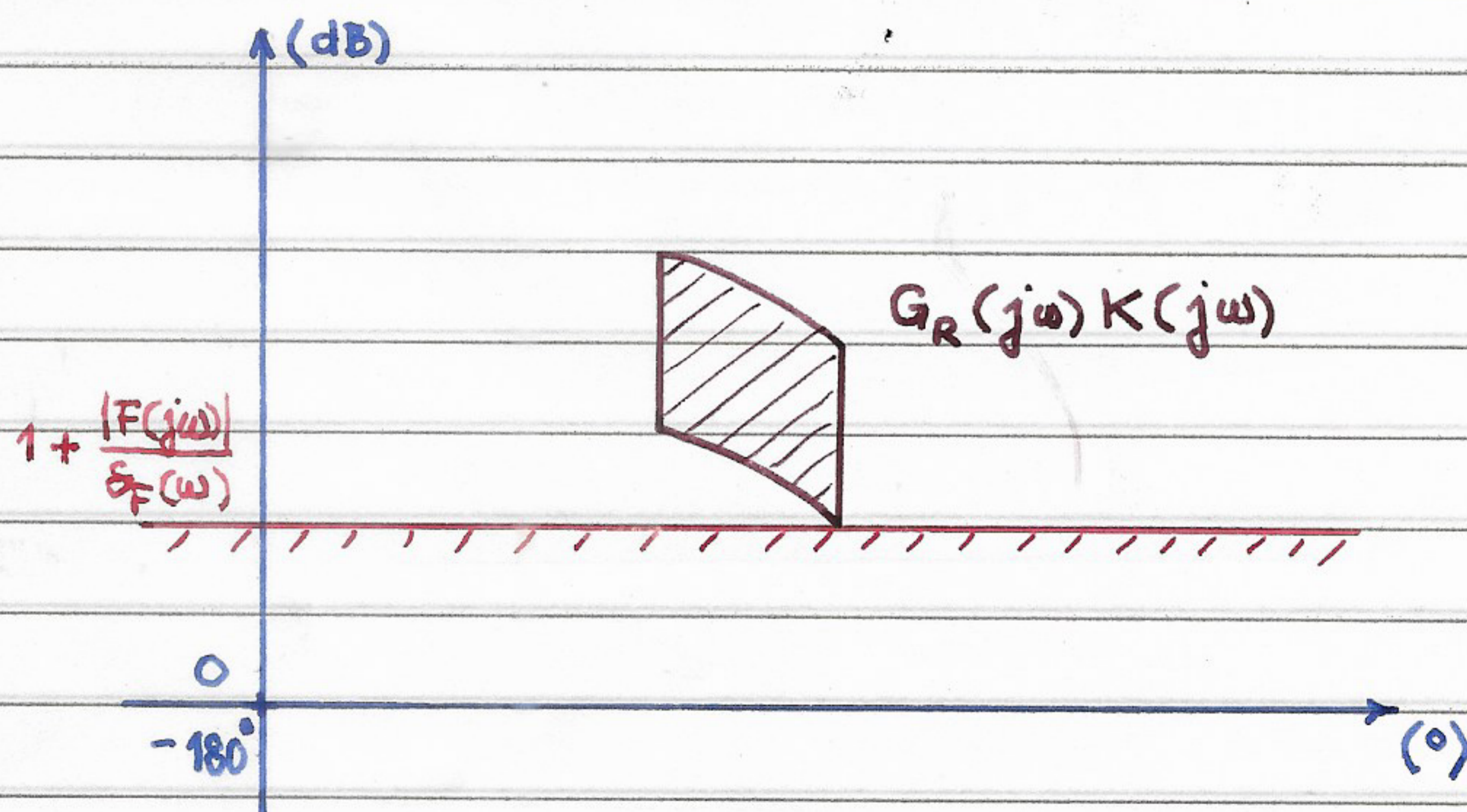
$$|G_R(j\omega)K(j\omega)| - 1 \geq \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)} \quad \begin{array}{l} (\omega \leq \omega_b) \\ (\forall G_R \text{ admissível}) \end{array}$$

Ou seja:

$$\boxed{|G_R(j\omega)K(j\omega)| \geq 1 + \frac{|F(j\omega)|}{\delta_F(\omega)}} \quad \begin{array}{l} (\omega \leq \omega_b) \\ (\forall G_R \text{ admissível}) \end{array}$$

CONDIÇÃO DE ROBUSTEZ DA COMPATIBILIDADE
 ENTRE O PRÉ-FILTRO E A MALHA FECHADA
 (TEMPLATES)

• Graficamente:



5.7 - UBI SUM? UBI VENTURUS SUM?

- Sabemos o que queremos!
- Não sabemos como conseguir o que queremos...
- Dispomos de ferramentas de análise:
 - dado $K(s)$
 - somos capazes de determinar se ele atende às especificações de projeto
- Questão em aberto:
 - como obter $K(s)$?
- Restante do curso
 - Exemplo de Loop Shaping
 - QFT
 - H_{∞}

5.8 - EXEMPLOS DE PROJETO UTILIZANDO LOOP SHAPING

5.8.1 - A PLANTA

- Motor C.C. e/ redutor de velocidade

- Eixo longo

- Carga inercial

- Modelo nominal (eixo rígido)

$$G(s) = \frac{0,1333}{s(s+0,3067)}$$

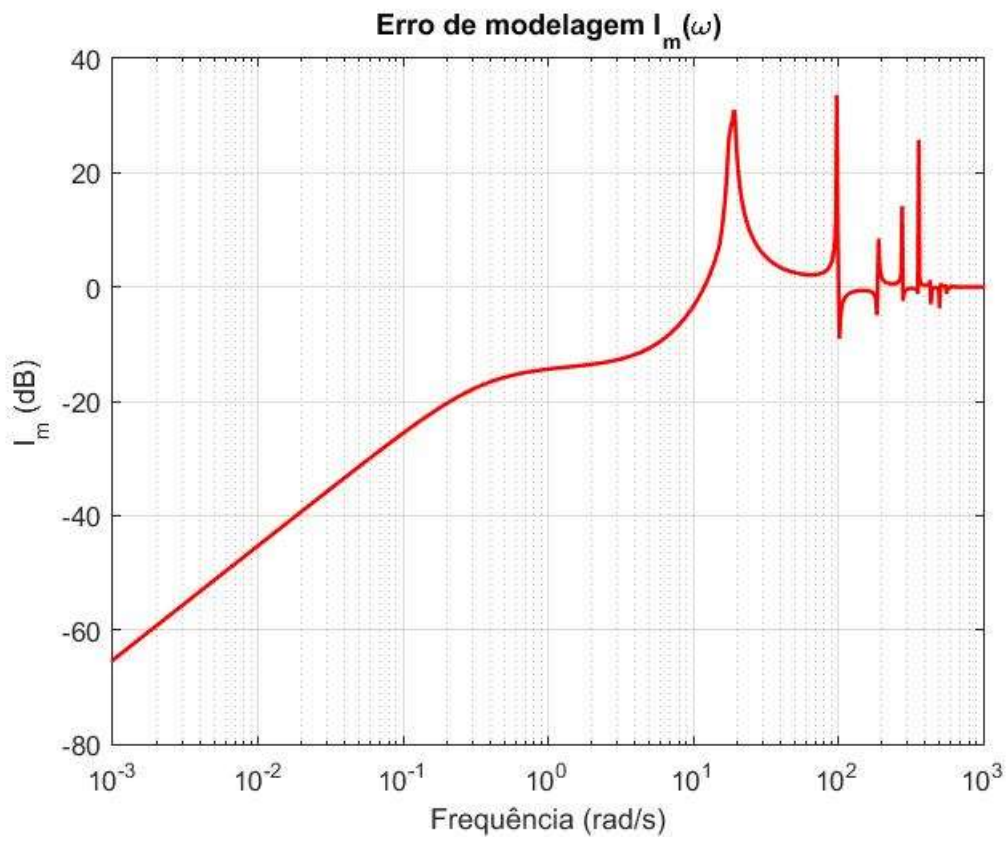
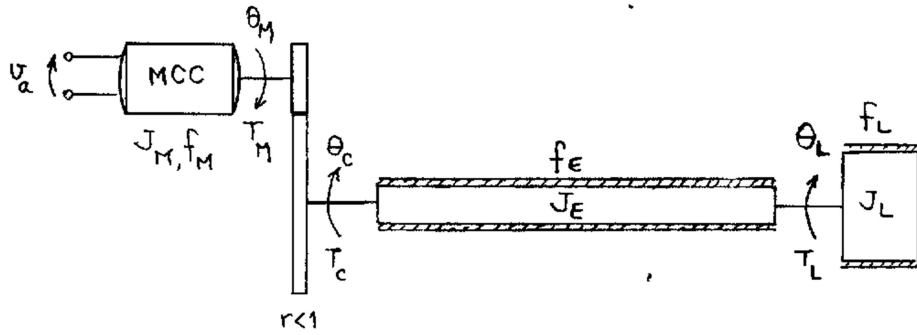
- Erros de modelagem

- dinâmicas não modeladas de altas

frequências, associadas à flexibilidade do eixo

- incerteza paramétrica no valor do

momento de inércia da carga



5.8.2 - SISTEMA DE CONTROLE COM 1 G.D.L.

- Especificações de desempenho

- rejeição de perturbação

$$\delta_d = 0,01$$

$$\omega_d = 0,01 \text{ rad/s}$$

- rejeição do erro de medida

$$\delta_n = 0,01$$

$$\omega_n = 10 \text{ rad/s}$$

- Problema

- $K(s) = ?$

- projeto baseado em $|G(j\omega)K(j\omega)|$

- 1ª Tentativa

$$K(s) = 1$$

- Estabilidade interna nominal?

- polos de malha fechada?

$$-0,1533 \pm j0,3314 \quad \checkmark$$

- cancelamento entre polos e zeros da planta

- e do compensador no SPDF?

- Não há \checkmark

- Especificações de projeto atendidas?

• Ver Diagrama de Bode de $|G(j\omega)K(j\omega)|$

• Cond. de Robustez da Estabilidade \rightarrow ok ✓

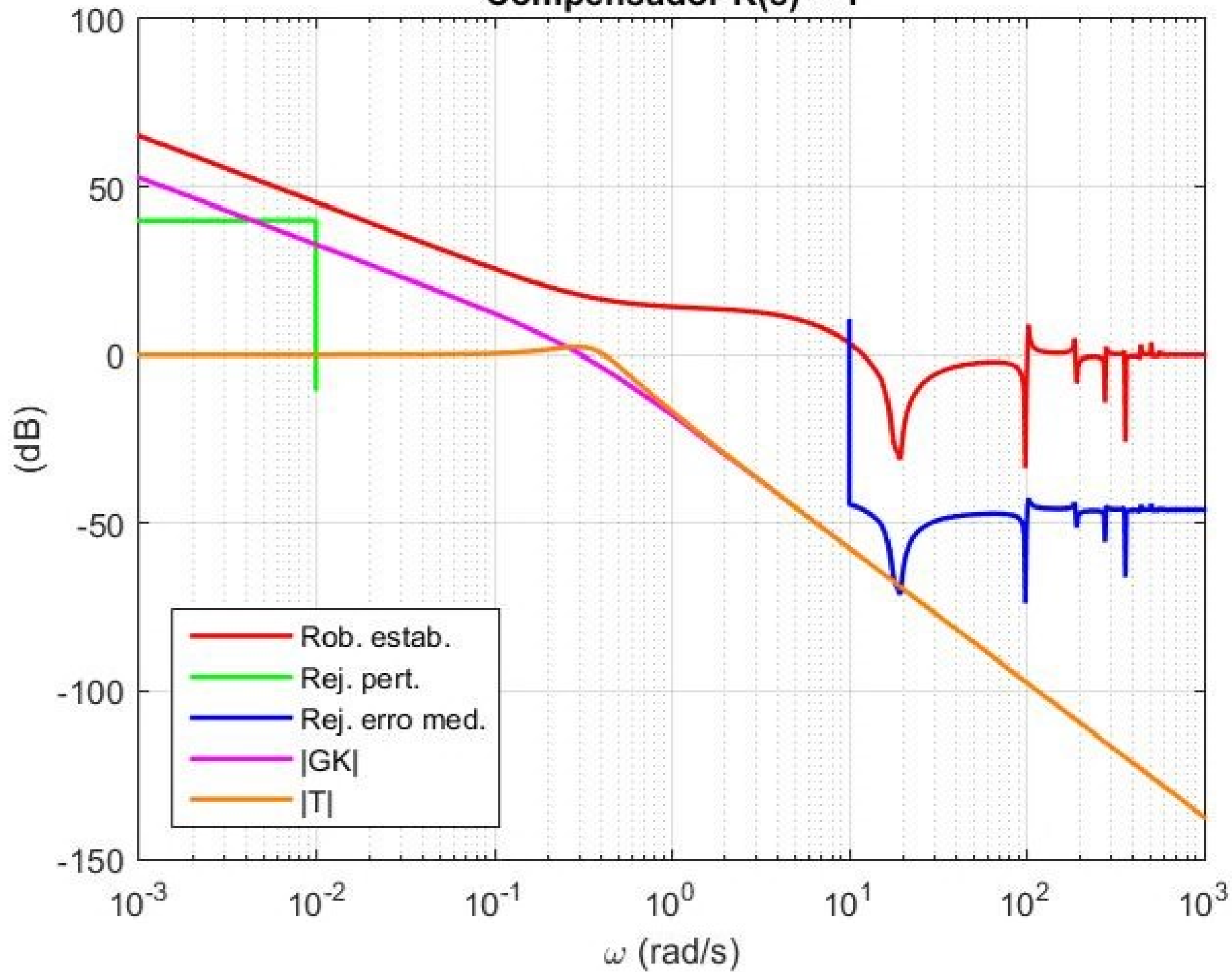
• Cond. de Robustez do Desempenho

- rejeição de perturbação \rightarrow violada ✗

- rejeição do erro de medida \rightarrow violada ✗

- apenas variação de ganho não basta!

Compensador $K(s) = 1$



• 2ª Tentativa

- Ideia: compensador que aumente o ganho em b.f. e reduza em a.f.

- Baixas frequências

Para $\omega = 0,01 \text{ rad/s} \Rightarrow +7,2 \text{ dB} = 2,3$

Arredondando, escolhe-se ganho de 2,5 em b.f.

- Altas frequências

- Compensador de 1ª ordem com polo cuja frequência de canto se situe entre a frequência de cruzamento de 0 dB de $|G|$ - isto é, $\approx 0,3 \text{ rad/s}$ - e a frequência ω_n - isto é, 10 rad/s .
- Após algumas tentativas, polo em -6 .
- Com isso:

$$K(s) = \frac{2,5}{\frac{s}{6} + 1}$$

Compensador $K(s) = 2.5/(s/6+1)$

