LISTA DE EXERCÍCIOS - TAXA DE VARIAÇÃO
DISICPLINA: CÁLCULO I (LOB1003)

1- A quantidade de carga Q(C), que passa através de um ponto em um fio até o instante é dada por $Q(t) = t^3 - 2t^2 + 6t + 2$. Encontre a corrente quando:
a- t = 0,5s b- t = 1s. Quando a corrente é mais baixa.

2 A Lei de Gravitação de Newton diz que a intensidade F da força exercida por um corpo de massa *m* sobre um corpo de massa ***M*** é:

$$F = \frac{GmM}{r^2}$$

Onde G é a constante gravitacional e r a distância entre os corpos.
a- Encontre dF/dr e explique seu significado. O que o sinal de menos indica?
b- Suponha que seja conhecido que a Terra atrai um objeto com uma força que descreve a uma taxa de 2 N/km quando r = 20.000km. Quão rápido essa força varia quando r = 10.000km?

3-Algumas das maiores marés ocorrem na *Bay of Fundy*, na Costa Atlântica do Canadá. No Cabo Hopewell a profundidade da água em maré baixa é cerca de 2 m e em maré alta é cerca de 12 m. O período natural de oscilação é pouco mais de 12 horas e, em 30 de junho de 2009, a maré alta ocorreu às 6h45. Isso ajuda a explicar o seguinte modelo para a profundidade de água D (em metros) como função do tempo t (em horas após a meia noite) naquele dia

D(t) = 7 + 5cos[0,503(t – 6,75)]

Em que velocidade a maré aumentava (ou diminuía) nos seguintes horários
a- 3h00
b- 6h00
c- 9h00
d– meio dia

4-Uma molécula do produto C é produzida de molécula do reagente A e de uma molécula do reagente B, e as concentrações iniciais de A e B têm o mesmo valor [A] = [B] = **a** mols/L, então:

[C] = a²Kt/(akt + 1), onde K é uma constante

a- Encontre a taxa de variação de reação no instante t
b-Mostre que se x = [C], então

$$\frac{dx}{dy} = k(x-a)^2$$

c- O que acontece com a concentração quando $t \to \infty$?
d- O que acontece com a taxa de variação quando $t \to \infty$?
e- O que os resultados da parte (c) e (d) significam em termos práticos?

5-A lei de Boyle afirma que quando uma amostra de gás é comprimida a uma temperatura constante, o produto da pressão pelo volume permanece constante: PV = C.
a- Encontre a taxa de variação do volume em relação à pressão.
b- Uma amostra de gás está num recipiente à baixa pressão, sendo comprimido à temperatura constante por 10 minutos. O volume decresce mais rapidamente no início no final dos 10 minutos. Explique.
c- Demonstre que a compressibilidade isotérmica é dada por $\beta = \frac{1}{P}$.

1) A quantidade da carga será:

$Q(t) = t^3 - 2t^2 + 6t + 2$

$Q'(t) = 3t^2 - 4t + 6$

$\boxed{I = \frac{dQ}{dt}}$ //

a) $t = 0{,}5\ s$

$Q'(t) = 3(0{,}5)^2 - 4(0{,}5) + 6$

$Q'(0{,}5) = 4{,}75\ A$

b) $t = 1\ s$

$Q'(1) = 3(1)^2 - 4(1) + 6$

$Q'(1) = 5\ A$

A corrente será mais baixa quando Q' tem um mínimo

$Q''(t) = 6t - 4 < 0 \ ; \ Q''(t) = 0$

$6t - 4 = 0$

$6t = 4$

$t = \frac{2}{3}\ s. \approx 0{,}667$

$Q'(0{,}6) = 3.(0{,}6)^2 - 4(0{,}6) + 6 = 4{,}68$

Então a corrente diminui quando $t < \frac{2}{3}$ e aumentará quando $t > \frac{2}{3}$. Portanto a corrente será baixa em $t = \frac{2}{3}$ seg.

5) a) Para encontrar a taxa de variação do volume em relação a pressão, isola-se o V em relação a P:

$$PV = C \Rightarrow V = \frac{C}{P}$$

$$V = CP^{-1}$$

$$\frac{dV}{dP} = -CP^{-2} = -\frac{C}{P^2}$$

b) No item a vemos que P aumenta e o valor absoluto $\frac{dV}{dP}$ diminui. Então o volume está diminuindo mais rapidamente que no início.

c) A compressibilidade isotérmica é dada por

$$\beta = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP}$$

$$\beta = -\frac{1}{V}\left(-\frac{C}{P^2}\right)$$

$$\beta = \frac{C}{\underbrace{PV}_{C} . P} = \frac{\cancel{C}}{\cancel{C}.P}$$

$$\beta = \frac{1}{P}.$$

(24) Se, no exemplo 4, uma molécula do produto C é produzida de uma molécula do reagente A e de uma molécula do reagente B, e as concentrações iniciais de A e B têm um mesmo valor $[A] = [B] = a$ mols/L, então:

$$[C] = a^2kt/(akt+1)$$

onde k é uma constante.

a) Encontre a taxa de variação de reação no instante t.

b) Mostre que se $x = [C]$, então

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)^2$$

c) O que acontece com a [ ] quando $t \to \infty$?

d) O que acontece com a taxa de variação qdo $t \to \infty$?

e) O que os resultados da parte (c) e (d) significam em termos práticos?

a) $[C] = \dfrac{a^2kt}{(akt+1)}$ $\begin{matrix} u \\ v \end{matrix}$, det. a taxa de variação tem-se:

$u = a^2kt \quad v = (akt+1)$

$u' = a^2k \quad v' = ak$

$$\frac{d[C]}{dt} = \frac{(akt+1)(a^2k) - a^2kt\,(ak)}{(akt+1)^2}$$

$$\frac{d[C]}{dt} = \frac{\cancel{a^3k^2t} + a^2k - \cancel{a^3k^2t}}{(akt+1)^2} = \frac{a^2k}{(akt+1)^2}$$

b) se $x = [C]$, então $a - \overset{[C]}{x} = a - \dfrac{a^2kt}{(akt+1)} = \dfrac{\cancel{a^2kt} + a - \cancel{a^2kt}}{(akt+1)}$

se $k(a-x)^2 = k.\left(\dfrac{a}{akt+1}\right)^2 = \dfrac{ka^2}{(akt+1)^2} = \dfrac{d[C]}{dt}$ $= \dfrac{a}{(akt+1)}$

c) Qdo $t \to \infty$ $[C] = \dfrac{a^2kt}{akt+1} \div t = \dfrac{(a^2kt)/t}{(akt+1)t}$

$$\lim_{t\to\infty}[C] = \frac{a^2k}{ak + \cancel{\frac{1}{t}}^{\to 0}} = \frac{a^{\cancel{2}}\cancel{k}}{\cancel{ak}} = a \text{ moles/L}$$

d) $t \rightarrow \infty$ $\dfrac{d[C]}{dt} = \dfrac{a^2 k}{(akt+1)^2} = \dfrac{a^2 k/t}{(ak + 1/t)^2} = 0$

Quando o t aumenta, quase todos os reagentes A e B são convertidos em C. Em termos prático a reação para.