

Velocidade Crítica & Balanceamento de Rotor Flexível

Autor: Prof. Dr. Walter Ponge-Ferreira
E-mail: ponge@usp.br

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica - PME
Av. Prof. Mello Moraes, 2231
São Paulo SP 05508-970 BRASIL
Tel.: 55 (0)11 3091-5355
FAX: 55 (0)11 3091-5461
Cel: 55 (0)11 7244-0900

Este laboratório tem como objetivo determinar a velocidade crítica e balancear um rotor flexível do tipo de Laval. A máquina rotativa estudada, *rotorkit*, é composta de um eixo flexível com um disco sólido no seu centro montada sobre mancais de deslizamento com buchas de material sinterizado.

Primeiro é estimada a velocidade crítica através de um modelo analítico simplificado, em seguida é estimada a velocidade crítica através da frequência natural de vibração lateral e finalmente a velocidade crítica é determinada através de um subida e descida de rotação.

Em seguida a qualidade de funcionamento da máquina é avaliada segundo a norma ISO 10.816.

Finalmente o rotor é balanceado em um plano pelo método dos coeficientes de influência. A norma utilizada para balanceamento de rotor flexível é a norma ISO 11.343:1998, que emprega o mesmo critério para avaliação da qualidade de balanceamento dado pela norma para balanceamento de rotores rígidos ISO 1940.

Os mesmos procedimentos adotados nesse experimento são aplicados na avaliação e caracterização de grandes máquinas rotativas como turbinas à vapor, à gás e hidráulicas. O conhecimento das velocidades críticas é fundamental para operar adequadamente estas máquinas e dada a grande velocidade de rotação ou grande massa dessas máquinas, é imperioso que os rotores estejam balanceados.

1 Introdução

O conhecimento dos valores das velocidades críticas de rotores é fundamental para o projeto e operação das máquinas rotativas. A resposta e comportamento do rotor varia bastante em função da proximidade da velocidade de rotação das velocidades críticas. Como na passagem pelas velocidades críticas ocorrem deflexões significativas do eixo e conseqüentes cargas dinâmicas elevadas nos mancais, deve-se evitar operar o rotor próximo das velocidades críticas. Em máquinas super-críticas é inevitável a passagem pela velocidades críticas durante a partida e parada dos rotores. Essa passagem deve ser realizada de maneira controlada e o mais rápido possível.

Por isso é importante o conhecimento das velocidades críticas dos rotores já durante o projeto das máquinas. Como essa informação é muito importante, também deve-se verificar experimentalmente estes valores. Existem diversas maneiras de estimar as velocidades críticas de rotores flexíveis. Softwares especializados são desenvolvidos para esta estimativa, bem como para simular a resposta dos rotores ao desbalanceamento. São considerados nesses cálculos além da dinâmica dos rotores, a influência da flexibilidade dos mancais, a rigidez dos pedestais e mesmo a influência da fundação da máquina. A vibração do eixo e dos mancais das máquinas também é registrada durante a partida e desligamento das máquinas para verificar experimentalmente as velocidades críticas.

Por outro lado, as máquinas de alto desempenho operam geralmente em altas velocidades de rotação, devem apresentar estruturas leves e suportar massas e cargas elevadas. Isso implica em geral que devam operar acima da primeira velocidade crítica do rotor. Por outro lado é necessário que estejam bem balanceadas para evitar esforços elevados nos mancais e no eixo.

O experimento proposto nesta atividade prática visa apresentar os fundamentos das técnicas utilizadas no estudo da dinâmica de máquinas rotativas, bem como complementar os conhecimentos teóricos apresentados em classe.

Neste experimento serão desenvolvidos as seguintes atividades:

1. Determinação da Velocidade Crítica de um rotor de Laval:
 - (a) Determinação analítica da velocidade crítica.
 - (b) Estimação da velocidade crítica pela freqüência natural de vibração transversal do eixo.
 - (c) Estimação da velocidade crítica pela observação da resposta de vibração na subida/descida de rotação.
2. Avaliação da qualidade de funcionamento inicial da máquina segundo a norma ISO 10.816.
3. Diagnóstico das causas de vibração excessiva da máquina.
4. Balanceamento do rotor flexível em um plano de correção pelo método dos coeficientes de influência com medição de fase.
5. Avaliação da qualidade de balanceamento segundo a norma ISO 11.342.

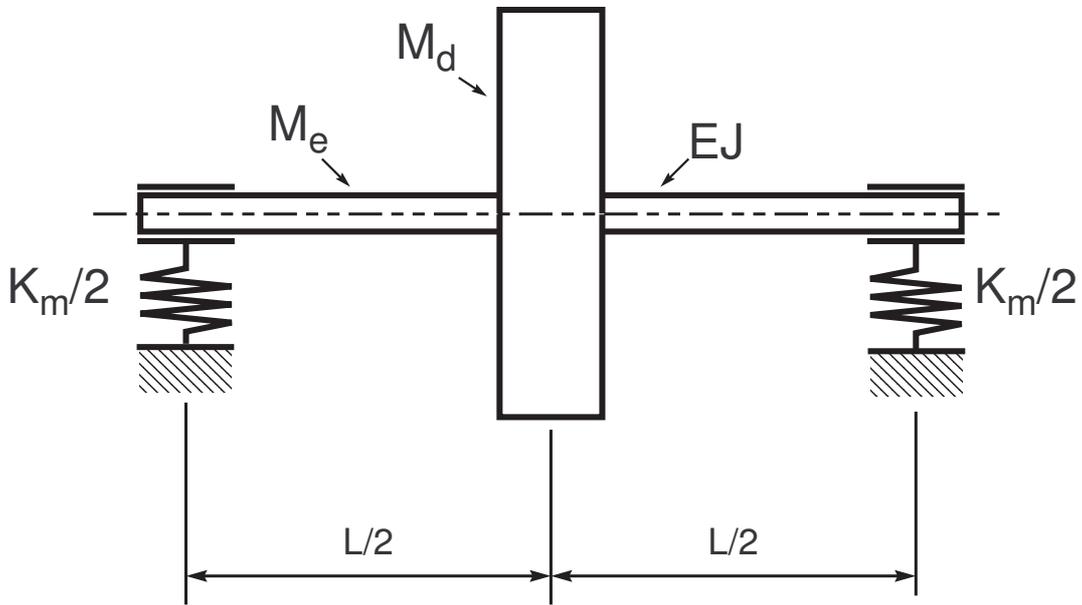


Figura 1: Modelo de Rotor de Laval

6. Avaliação da qualidade de funcionamento final da máquina segundo a norma ISO 10.816.

2 Velocidade Crítica de Rotores

O modelo de rotor flexível mais simples é conhecido como rotor de Laval (*Jeffcott Rotor*, nos Estados Unidos). É composto de um eixo flexível bi-apoiado com um volante de inércia centrado e ortogonal ao eixo, conforme mostrado na figura 1. Os mancais idênticos são axissimétricos, podendo ser flexíveis. Nesse rotor o desbalanceamento é caracterizado pela excentricidade e do disco. Em rotação o eixo flete em decorrência das forças de inércia produzidas pelo desbalanceamento do rotor. Entretanto, a força de inércia varia com o quadrado da rotação, assim a força elástica necessária para equilibrá-la também deve variar com a rotação, e desta forma a flecha do eixo.

Em rotação a força de inércia (centrífuga) deve estar equilibrada com as forças elásticas de restituição produzidas pela flexão x do eixo, conforme figura 2. Assim temos o equilíbrio dinâmico:

$$F_c = F_k \quad (1)$$

onde as forças centrífuga e elástica são:

$$F_c = M(x + e)\omega^2 \quad (2)$$

e

$$F_k = kx \quad (3)$$

Igualando as duas forças:

$$M(x + e)\omega^2 = kx \quad (4)$$

$$kx - M\omega^2 x = Me\omega^2 \quad (5)$$

Isolando-se a deflexão x do eixo vem:

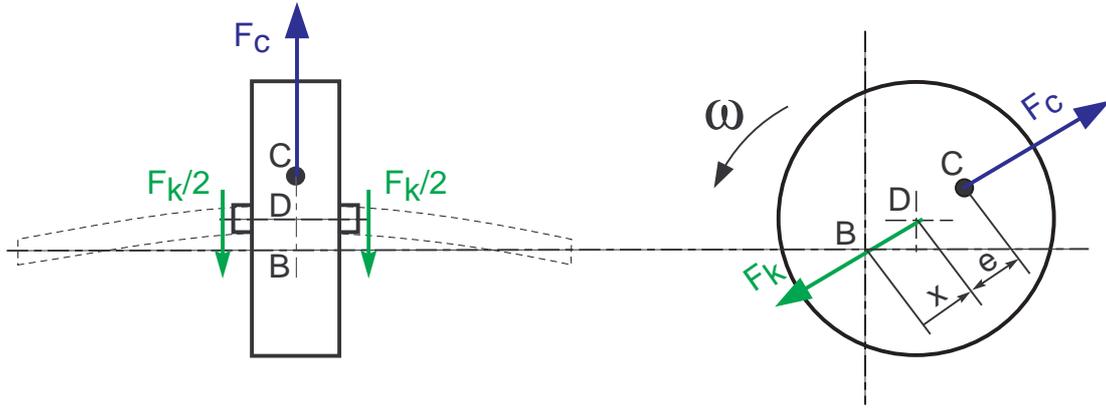


Figura 2: Equilíbrio entre força centrífuga e forças elásticas

$$x = \frac{M e \omega^2}{k - M \omega^2} \quad (6)$$

Cujo denominador pode ser anulado quando:

$$k - M \omega^2 = 0 \quad \implies \quad \underbrace{\omega_{cr} = \sqrt{\frac{k}{M}}}_{\text{Velocidade Crítica}} \quad (7)$$

A velocidade de rotação na qual o denominador se cancela é conhecida como velocidade de rotação crítica do rotor, ω_{cr} , e corresponde à velocidade de rotação onde ocorre um crescimento ilimitado da deflexão do eixo.

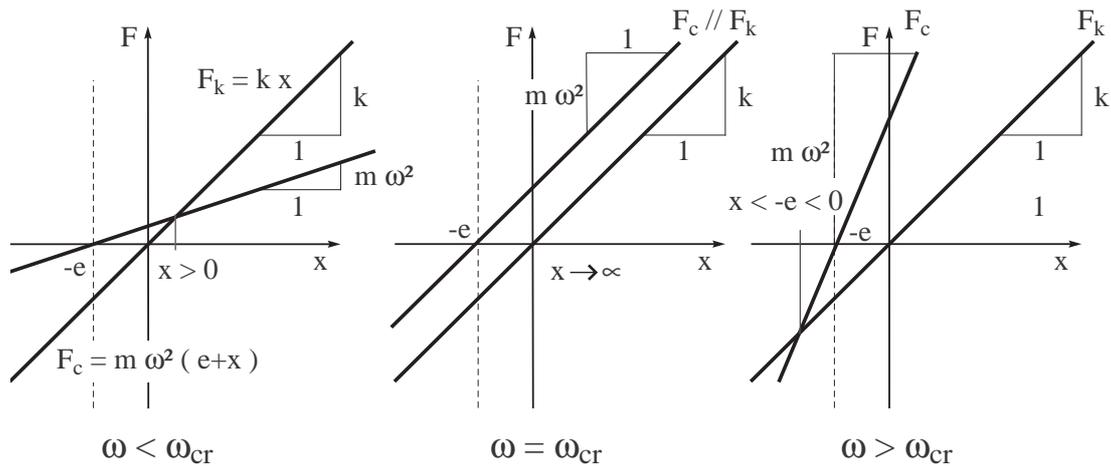


Figura 3: Equilíbrio dinâmico entre forças de inércia e forças elásticas

Utilizando-se a definição de velocidade crítica, i.e., $\omega_{cr} = \sqrt{\frac{k}{M}}$, também podemos escrever a deflexão x de duas maneiras, :

$$x = \frac{e \omega^2}{\omega_{cr}^2 - \omega^2} = \frac{e}{\left(\frac{\omega_{cr}}{\omega}\right)^2 - 1} \quad (8)$$

e:

$$x = \frac{e \left(\frac{\omega}{\omega_{cr}} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{cr}} \right)^2} \quad (9)$$

Da primeira é fácil ver que se a velocidade de rotação ω é muito maior que a velocidade de rotação crítica ω_{cr} a deflexão fica:

$$\omega \gg \omega_{cr} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_{cr}}{\omega} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad x = -e \quad (10)$$

isto é, o centro de massa C fica estacionário e o eixo fletido gira em torno desse ponto. Nesta condição o 'ponto alto' (direção angular da deflexão) situa-se a 180° do 'ponto pesado' (direção angular do excesso de massa).

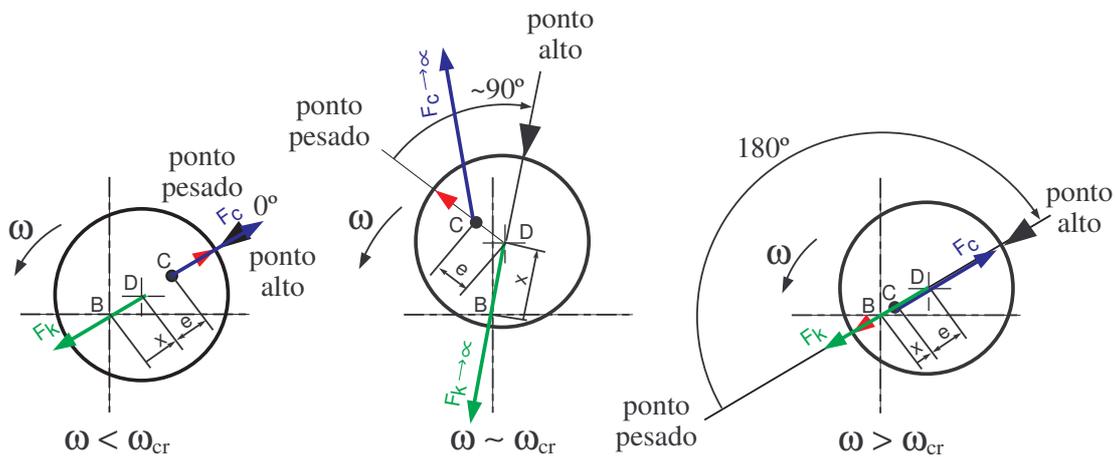


Figura 4: Rotor de Laval desbalanceado

Em baixa velocidade de rotação temos:

$$\omega \ll \omega_{cr} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_{cr}} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{e}{\omega_{cr}^2} \omega^2 \quad (11)$$

ou seja, em baixa rotação a deflexão x cresce com o quadrado da velocidade de rotação, i.e., $x \propto \omega^2$. Nessa condição a deflexão ocorre na mesma direção da força centrífuga, i.e., o 'ponto alto' coincide como o 'ponto pesado'.

Próximo da velocidade crítica, i.e., $\omega \simeq \omega_{cr}$, a deflexão cresce ilimitadamente enquanto ocorre a mudança da fase de 0° para 180° .

É importante observar que mesmo sem desbalanceamento, i.e., $e = 0$, existe a velocidade crítica, posto que trata-se de uma condição de instabilidade entre forças de inércia e elásticas onde $kx = m\omega^2 x$. Portanto, a velocidade crítica é uma característica do rotor, assim como a rigidez k do eixo e a massa M do volante de inércia. No modelo linear adotado, a resposta ao desbalanceamento x é proporcional ao desbalanceamento $U = Me$, quando não há desbalanceamento não há teoricamente deflexão do eixo. Entretanto, por menor que seja o desbalanceamento residual do volante ocorrerá o fenômeno do crescimento ilimitado da resposta na passagem pela velocidade crítica.

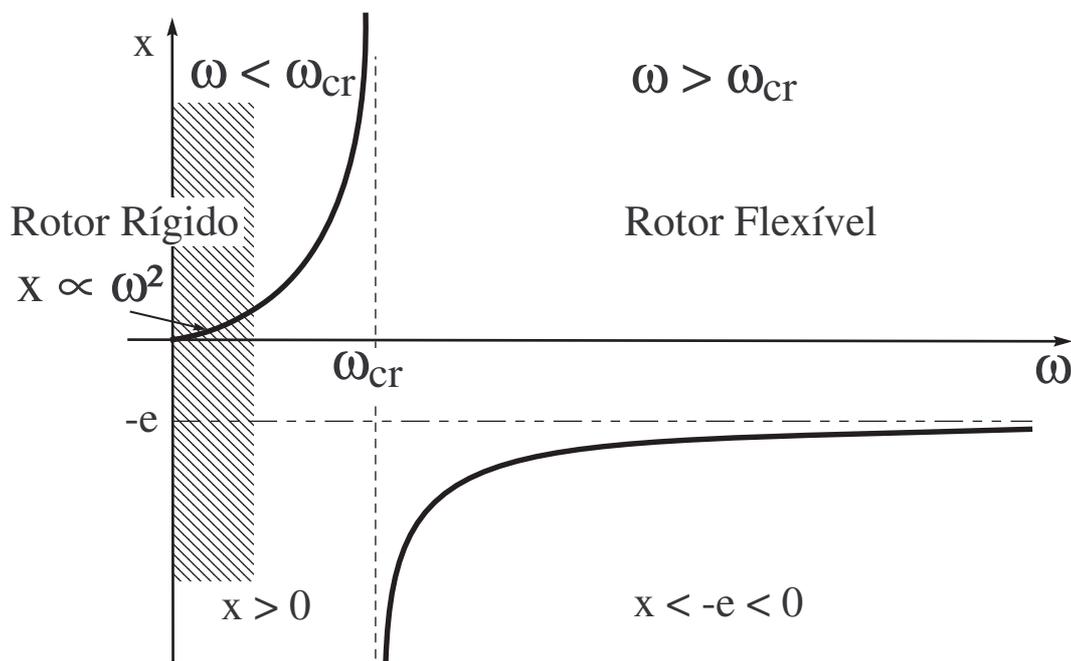


Figura 5: Curva de Resposta ao Desbalanceamento

Em uma subida de rotação, variação crescente da velocidade de rotação, observa-se inicialmente um crescimento da resposta x com o quadrado da velocidade de rotação. À medida que a velocidade de rotação se aproxima da rotação crítica ocorre um aumento expressivo da resposta. Após ultrapassar a velocidade crítica a amplitude da resposta decresce rapidamente tendendo assintoticamente ao valor da excentricidade, $|x| \rightarrow e$. Também observa-se uma mudança de 180° na fase do sinal de resposta ao ultrapassar a velocidade crítica, i.e., em baixa rotação o 'ponto pesado' coincide com o 'ponto alto', enquanto em alta rotação o 'ponto pesado' encontra-se 180° adiantado em relação ao 'ponto alto'.

No modelo estudado considerou-se um rotor ideal sem amortecimento. Com amortecimento a flecha fica limitada na ressonância, obtendo-se uma curva de resposta ao desbalanceamento limitada. Também ocorre a mudança gradual da fase de 0° a 180° . Embora a fase seja uma função contínua, há uma mudança bastante acentuada da fase. Próxima a velocidade crítica a fase assume um valor diferente de 0° e 180° . Teoricamente, exatamente na velocidade crítica a fase vale 90° .

Portanto ao observar-se a resposta de um rotor em uma subida de rotação deve-se observar um aumento significativo da amplitude da resposta próximo da passagem pela velocidade crítica. Também pode ser observada uma mudança da fase da resposta, alterando de 180° na passagem pela velocidade crítica, conforme pode ser observado no gráfico da figura 6.

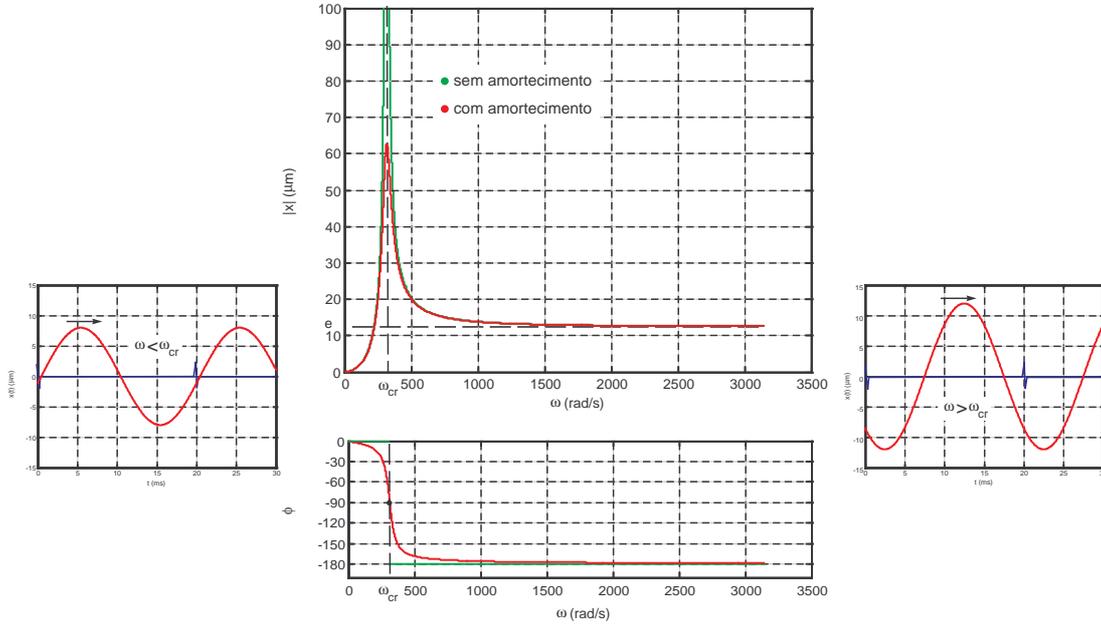


Figura 6: Curva de Resposta ao Desbalanceamento

2.1 Modelo Analítico Simplificado

A velocidade crítica do rotor de Laval pode ser estimada pela seguinte expressão:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (12)$$

onde ω_{cr} é a velocidade crítica em rad/s , k é a rigidez equivalente para uma deflexão central do eixo em N/m e M é a massa total do volante somada à massa equivalente do eixo. A massa total M pode ser aproximada por:

$$M = M_d + M_e/2 \quad (13)$$

onde M_d é a massa do disco e M_e é a massa do eixo.

A rigidez k equivalente do eixo deve ser calculada da relação entre a deflexão δ no centro do eixo para uma dada força transversal com linha de ação no centro de massa do volante. Deve-se considerar as condições de contorno apropriadas para representar as restrições efetivas produzidas pelos mancais. Mancais finos, flexíveis e com folga não costumam oferecer resistência à flexão do eixo, enquanto mancais largos e rígidos podem oferecer alguma resistência. A resistência radial também é afetada pelo tipo de mancal, rígido ou de deslizamento, e pela flexibilidade do pedestal e da fundação.

2.2 Relação entre Velocidade Crítica e Frequência Natural de Vibração Transversal

Embora sejam dois fenômenos completamente distintos, pode-se utilizar a primeira frequência natural de vibração transversal para estimar a velocidade crítica de um rotor de Laval.

A frequência natural de vibração transversal de um rotor de Laval é dada pela seguinte expressão:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (14)$$

onde ω_n é a frequência natural em *rad/s*, k é a rigidez equivalente para uma deflexão central do eixo em *N/m* e M é a massa total do volante somada à massa equivalente do eixo.

Observa-se que embora as duas expressões sejam idênticas, i.e., da velocidade crítica, ω_{cr} , e da frequência natural, ω_n , os dois fenômenos são distintos. A velocidade crítica é a velocidade de rotação onde ocorre a instabilidade da deflexão do eixo produzida pelo desbalanceamento. No rotor axissimétrico como o rotor de Laval a deformação do eixo é constante, mantendo-se a flecha constante, sem deformação alternada do eixo. No caso da vibração transversal, o volante move-se alternadamente nos dois sentidos, produzindo deformações alternadas no eixo. Mas como os dois fenômenos derivam do equilíbrio dinâmico entre forças de inércia e forças de restituição elásticas, as expressões da velocidade crítica e da frequência natural coincidem. Na velocidade crítica a força de inércia é a força centrífuga devido a rotação do rotor fletido e excêntrico; no segundo caso, da vibração transversal, a força de inércia é a inércia à aceleração e desaceleração da massa em movimento vibratório.

Quando o comportamento do rotor não é fortemente afetado pela rotação, i.e., não há influência significativa da rotação na rigidez dos mancais e efeitos da rotação como momentos giroscópicos são desprezíveis, pode-se estimar a primeira velocidade crítica pela medição da vibração transversal do rotor.

Excita-se o rotor estacionário com um impacto e mede-se a vibração transversal do volante. A frequência de vibração livre do rotor, conforme figura 7, é uma boa estimativa da velocidade crítica do rotor.

Assim:

$$\omega_{cr} \simeq \omega_n \simeq \frac{2\pi}{T_d} \quad (15)$$

onde T_d é o período de vibração conforme figura 7.

3 Balanceamento de rotores flexíveis

3.1 Balanceamento Modal

3.2 Balanceamento pelo Método dos Coeficientes de Influência

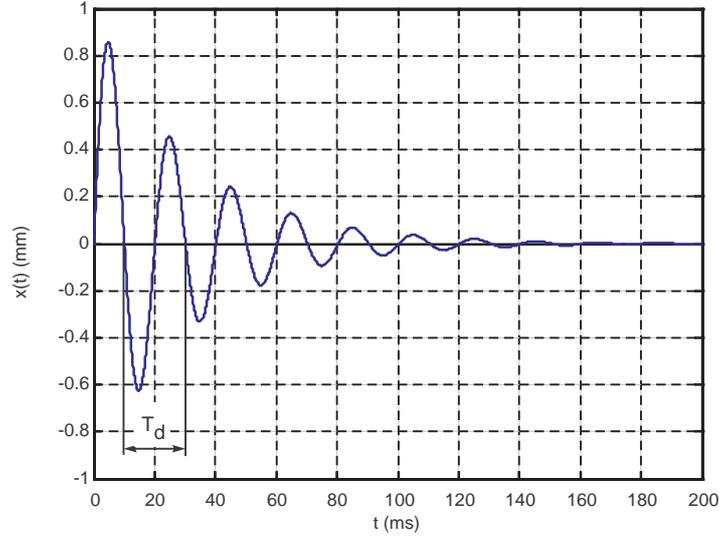


Figura 7: Vibração livre do eixo em resposta a uma impacto transversal

Conforme verificamos, um rotor com vários volantes de inércia precisa ser balanceado em cada um dos planos dos volantes. A resposta medida nos mancais é decorrente da sobreposição da influência do desbalanceamento em cada um dos planos dos volantes. Assim podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{A1} & \bar{\alpha}_{A2} & \bar{\alpha}_{A3} & \cdots & \bar{\alpha}_{An} \\ \bar{\alpha}_{B1} & \bar{\alpha}_{B2} & \bar{\alpha}_{B3} & \cdots & \bar{\alpha}_{Bn} \end{bmatrix}_{(2 \times n)} \begin{Bmatrix} m_1 \vec{r}_1 \\ m_2 \vec{r}_2 \\ m_3 \vec{r}_3 \\ \vdots \\ m_n \vec{r}_n \end{Bmatrix}_{(n \times 1)} = \begin{Bmatrix} \vec{\delta}_A \\ \vec{\delta}_B \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} \quad (16)$$

Como o número de incógnitas, n , é maior que o número de equações, 2 , não é possível resolver o sistema de equações. Para isso é necessário obter outras medidas da resposta ao desbalanceamento. Em geral, por limitações de acesso, não é possível medir a resposta em outros planos, mas sempre é possível medir a resposta do rotor em diferentes velocidades de rotação. Se forem adotadas velocidades de rotação para as quais o rotor assuma formas distintas, as medidas em diferentes rotações são linearmente independentes. Assim o sistema de equações pode ser resolvido e as massas de correção podem ser determinadas.

Para $n/2$ velocidades de rotação distintas podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{A1i} & \bar{\alpha}_{A2i} & \bar{\alpha}_{A3i} & \cdots & \bar{\alpha}_{Ani} \\ \bar{\alpha}_{A1ii} & \bar{\alpha}_{A2ii} & \bar{\alpha}_{A3ii} & \cdots & \bar{\alpha}_{Anii} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\alpha}_{A1_{n/2}} & \bar{\alpha}_{A2_{n/2}} & \bar{\alpha}_{A3_{n/2}} & \cdots & \bar{\alpha}_{An_{n/2}} \\ \bar{\alpha}_{B1i} & \bar{\alpha}_{B2i} & \bar{\alpha}_{B3i} & \cdots & \bar{\alpha}_{Bni} \\ \bar{\alpha}_{B1ii} & \bar{\alpha}_{B2ii} & \bar{\alpha}_{B3ii} & \cdots & \bar{\alpha}_{Bnii} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\alpha}_{B1_{n/2}} & \bar{\alpha}_{B2_{n/2}} & \bar{\alpha}_{B3_{n/2}} & \cdots & \bar{\alpha}_{Bn_{n/2}} \end{bmatrix}_{(n \times n)} \begin{Bmatrix} m_1 \vec{r}_1 \\ m_2 \vec{r}_2 \\ m_3 \vec{r}_3 \\ \vdots \\ m_n \vec{r}_n \end{Bmatrix}_{(n \times 1)} = \begin{Bmatrix} \vec{\delta}_A(\omega_i) \\ \vec{\delta}_A(\omega_{ii}) \\ \vdots \\ \vec{\delta}_A(\omega_{n/2}) \\ \vec{\delta}_B(\omega_i) \\ \vec{\delta}_B(\omega_{ii}) \\ \vdots \\ \vec{\delta}_B(\omega_{n/2}) \end{Bmatrix}_{(n \times 1)} \quad (17)$$

Assim obtemos um sistema com n equações e n incógnitas:

$$\bar{A} \cdot \vec{u} = \vec{\delta} \quad \Rightarrow \quad \vec{u} = \bar{A}^{-1} \cdot \vec{\delta} \quad (18)$$

entretanto não há garantia de que exista a inversa \bar{A}^{-1} . Caso a resposta ao desbalanceamento seja obtida em velocidades de rotação nas quais a forma do eixo seja significativamente diferente, a matriz A pode ser invertida, e o sistema pode ser solucionado, i.e., pode-se determinar as massas de correção necessárias para balancear os n planos de correção.

Se as rotações forem tomadas próximas de diferentes velocidades críticas do rotor, a forma assumida pelo rotor é significativamente diferente, permitindo que o sistema seja resolvido.

Uma dificuldade adicional decorre do fato de que os coeficientes de influência sejam números complexos, posto que a relação de fase entre desbalanceamento e resposta não é necessariamente 0° ou 180° quando o rotor opera próximo das velocidades críticas. Para isso é necessário inverter a matriz complexa \bar{A} .

Em um caso real o problema pode ser significativamente mais complexo, pois os diversos volantes podem estar inclinados, apresentando desbalanceamento de momento. Além disso, a deformação do eixo pode produzir momentos giroscópicos fazendo com que o comportamento do sistema seja ainda mais complexo. Nesse caso, fala-se de identificação de desbalanceamento. O problema é bastante difícil, principalmente pela dificuldade de inverter a matriz A , que em geral é mal-condicionada.

3.3 Rotor Flexível com um Volante de Inércia

No caso particular do rotor de Laval basta corrigir o balanceamento no plano do volante de inércia. Nesse caso, basta medir a resposta em uma única seção transversal do eixo, e.g., em um dos mancais. Nesse caso temos:

$$\hat{\alpha} \cdot \hat{u} = \hat{V} \quad (19)$$

Onde \hat{u} é o desbalanceamento no plano do volante, \hat{V} é a resposta medida em um dos mancais e $\hat{\alpha}$ é um coeficiente de influência complexo, i.e., representa uma relação de

ganho, $A = |\hat{\alpha}|$ e atraso de fase $\angle(\hat{\alpha})$ entre desbalanceamento \hat{u} e resposta \hat{V} . Podemos escrever a relação expressando os números complexos na forma polar, i.e.:

$$A e^{j\Delta\theta} \cdot m e^{j\alpha} = V e^{j\theta} \quad (20)$$

ou seja:

$$\theta = \alpha + \Delta\theta \quad (21)$$

e

$$A m = V \quad (22)$$

Basta determinar a resposta de um rotor a uma massa de desbalancear conhecida no plano do volante para determinar os coeficientes A e $\Delta\theta$. Uma vez identificados estes coeficientes é possível determinar o desbalanceamento que produz uma dada resposta medida no plano dos mancais.

3.4 Qualidade de Balanceamento

A norma ISO 11.342 de 1998 *Mechanical vibration – Methods and criteria for the mechanical balancing of flexible rotors* para balanceamento de rotores flexíveis utiliza a definição de qualidade de balanceamento apresentada pela norma ISO 1940 de 2003 *Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances* para balanceamento de rotores rígidos. O desbalanceamento admissível total do rotor deve ser limitado pela relação:

$$n \geq \omega_0 e_{adm} \quad (23)$$

onde n é a classe ou grau de balanceamento dado em mm/s , ω_0 é a máxima velocidade de rotação do rotor em rad/s e e_{adm} é o desbalanceamento específico admissível em mm . No caso de um único volante o desbalanceamento específico admissível corresponde à própria excentricidade do volante. Quando existe mais de um volante, a norma também estabelece limites para o desbalanceamento residual equivalente em cada um dos volantes ou para cada um dos modos associados às diferentes velocidades críticas.

Para um volante temos:

$$U_{adm} = M e_{adm} = m r \quad (24)$$

onde U_{adm} é o desbalanceamento total admissível, M é a massa do volante, m a massa de correção e r é o raio de correção.

Enquanto o desbalanceamento encontrado em cada volante for superior ao desbalanceamento total admissível o processo de balanceamento deverá ser prosseguido. Caso contrário, o processo de balanceamento poderá ser interrompido pois o rotor já atende à classe de balanceamento especificada.

As classes de balanceamento seguem uma progressão geométrica de razão $\sqrt[3]{16} \simeq 2,5$. Sendo 0,4 a melhor qualidade e 4000 a pior. A norma reconhece que para rotores flexíveis os valores dados são baseados em experiência prática limitada com os vários tipos de

rotores, sendo necessários adaptar os valores limites em certos casos. A norma também distingue dois critérios, para balanceamento em baixa-velocidade e para balanceamento em alta-velocidade de rotação.

4 Qualidade de Funcionamento

A vibração medida nos mancais e coxins de uma máquina pode ser utilizada como uma medida não invasiva da qualidade de funcionamento de uma máquina. É sabido que mudanças na magnitude de vibração das máquinas estão associadas a uma mudança na qualidade de funcionamento. Em geral um aumento da magnitude da vibração indica uma degradação na qualidade de funcionamento, que decorre de alguma falha incipiente dos seus componentes. Por exemplo, um aumento do desbalanceamento produz maior vibração da máquina na frequência síncrona com a rotação. Outras falhas também produzem variações na magnitude de vibração.

A norma ISO 10.816 de 1995, *Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts – Part 1: General guidelines*, especifica as maneiras de medir e avaliar a vibração das máquinas com mancais rígidos, i.e., mancais de rolamentos. Um dos métodos simplificados adotados por essa norma é herdado da norma ISO 2372 de 1974. Embora a norma ISO 2372 não esteja mais em vigor e tenha sido substituído pela ISO 10.816, esta última ainda mantém, a título de exemplificação, o critério simplificado de avaliação da severidade de vibração proposto pela norma retirada, que pode ser utilizado na falta de informações mais precisas. A norma classifica as máquinas em quatro classes em função de sua potência, tamanho e tipo de fundação. Para máquinas maiores e fundações flexíveis são toleradas vibrações mais intensas. Por outro lado, para máquinas menores com fundações rígidas são toleradas vibrações menos intensas. A norma ISO 10.816 estabelece metodologias de medição e avaliação mais complexas e especifica em suas sete partes métodos de medição e critérios de avaliação específicos para diferentes tipos de máquinas, e.g., motores elétricos, máquinas hidráulicas, turbinas à gás e à vapor, máquinas alternativas, etc.

A maior magnitude de vibração medida em duas direções ortogonais dos mancais ou sobre os coxins das máquinas é chamada de severidade de vibração da máquina e é utilizada para avaliar a qualidade de funcionamento da máquina. A severidade de vibração é medida em valor eficaz da velocidade de vibração medida em mm/s .

O valor eficaz da velocidade de vibração é definido como:

$$V_{ef} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} v^2(t) dt} \quad (25)$$

onde $v(t)$ é o sinal de velocidade de vibração medido no ponto crítico da máquina. Ou seja, é a raiz quadrada da média do sinal ao quadrado. O valor eficaz também é comumente chamado de *valor RMS* que vem do inglês, *root mean square*.

Para um sinal harmônico, como o sinal predominante produzido por um rotor desbalanceado temos:

$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (26)$$

e assim o valor eficaz fica:

$$V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \quad (27)$$

Para um sinal periódico temos:

$$v(t) = \sum_{i=0}^{\infty} V_i \cos(i\omega t + \phi_i) \quad (28)$$

e assim o valor eficaz fica:

$$V_{ef} = \sqrt{V_0^2 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{V_i^2}{2}} \quad (29)$$

Para um sinal aleatório de média zero ($\mu_v = 0$) temos:

$$V_{ef} = \sqrt{\text{VAR}\{v(t)\}} = \sqrt{E\{(v(t) - \mu_v)^2\}} = \sqrt{E\{v^2(t)\}} \quad (30)$$

ou seja, o valor eficaz representa o desvio padrão de um sinal aleatório. Para um sinal aleatório com distribuição normal, i.e., onde $v \sim N(0, \sigma_v)$ deveremos ter:

$$V_{ef} \simeq \frac{V_p}{3} \quad (31)$$

onde V_p é o valor de pico do sinal de velocidade de vibração.

Por isso, o valor eficaz é um parâmetro importante associado à qualidade de funcionamento de uma máquina, pois tem importantes significados físico e estatístico. O valor eficaz é uma medida da energia vibratória da máquina e representa o desvio padrão da vibração.

O funcionamento das máquinas são classificados em quatro qualidades distintas, denominadas *A*, *B*, *C* e *D*, onde *A* representa uma qualidade melhor que *B*, *B* melhor que *C* e assim sucessivamente. A norma não atribui um significado absoluto para estas qualidades de funcionamento, entretanto, é comum adotar as seguintes ações para as diferentes qualidades de funcionamento. A qualidade *A* é atribuída a uma máquina em bom estado de funcionamento, em estado de uma máquina nova que pode operar indefinidamente nestas condições. A qualidade *B* está em geral associada a algum tipo de falha incipiente, que no entanto, não compromete a operação da máquina. Nessa qualidade a máquina pode operar por períodos longos, mas na próxima parada de manutenção deve-se investigar e corrigir possíveis falhas de componentes. A qualidade *C* está associada a uma falha de funcionamento significativa, para a qual deve-se programar uma parada de manutenção em curto prazo. Não é aconselhável operar a máquina por períodos prolongados nesta severidade de vibração. A qualidade *D* representa um indício de falha grave de operação, nessa situação recomenda-se parar a máquina imediatamente, pois a máquina está na iminência de apresentar uma falha catastrófica.

Nas tabelas 1 e 2 são apresentados os limites de severidade de vibração em *mm/s* para as quatro classe de máquinas discriminadas na tabela 3, segundo a ISO 2372, ainda mantidas a título de sugestão pela ISO 10.816.

Mais importante do que os valores absolutos da severidade de vibração é a escala de severidade adotada. Observa-se que os limites seguem um progressão geométrica de razão

Tabela 1: Limites para Severidade de vibração (mm/s) das Qualidades de Funcionamento

Qualidade	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV
A	até 0,71	até 1,12	até 1,8	até 2,8
B	0,71 a 1,8	1,12 a 2,8	1,8 a 4,5	2,8 a 7,1
C	1,8 a 4,5	2,8 a 7,1	4,5 a 11,2	7,1 a 18,0
D	acima de 4,5	acima de 7,1	acima de 11,2	acima de 18,0

Tabela 2: ISO 2372 - Qualidade de Funcionamento

Severidade (mm/s)	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV
$\leq 0,28$	A	A	A	A
$\leq 0,45$	A	A	A	A
$\leq 0,71$	A	A	A	A
$\leq 1,12$	B	A	A	A
$\leq 1,8$	B	B	A	A
$\leq 2,8$	C	B	B	A
$\leq 4,5$	C	C	B	B
$\leq 7,1$	D	C	C	B
$\leq 11,2$	D	D	C	C
$\leq 18,0$	D	D	D	C
$\leq 28,0$	D	D	D	D
$\leq 45,0$	D	D	D	D
$\leq 71,0$	D	D	D	D
$> 71,0$	D	D	D	D

$\sqrt[6]{16} = 1,59 = 4dB$. Uma mudança inferior a 4 dB ($\sim 60\%$) representa uma variação desprezível, derivada de variações corriqueiras da magnitude de vibração devido à variações de carga de operação, temperatura, densidade de fluidos, etc. Variações do valor global da vibração superiores a 4 dB em geral refletem mudanças no estado de funcionamento. Para variações inferiores a 8 dB ($\sim 150\%$) essa mudança corresponde a falhas incipientes, que não indicam uma degradação significativa da qualidade de funcionamento. Variações superiores a 8 dB em geral são decorrentes de falhas significativas que indicam modificação substancial da qualidade de funcionamento das máquinas.

Tabela 3: ISO 2372 - Classificação Sugerida para as Máquinas

Classe	Potência	Tamanho	Fundação
I	até 15 kW	pequeno	rígida
II	15 kW a 75 kW	médio	sem fundação especial
III	acima de 100 HP	grande	rígida
IV	acima de 100 HP	grande	flexível

5 Atividade Prática

Para realização das atividades práticas utilizaremos um rotor de eixo esbelto com um volante de inércia central, conforme é mostrado na foto da figura 8. O rotor é apoiado sobre dois mancais rígidos de deslizamento, compostos por duas buchas de material sinterizado. O desenho de conjunto do rotor é apresentado na figura 9. O volante de inércia localizado no centro do vão entre mancais apresenta 18 furos equiespaçados ao longo da volta, onde podem ser adicionadas massas de correção, conforme figura 10.

O rotor é acionado por um motor elétrico universal através de um acoplamento elástico. A tensão de acionamento do motor é variada através de um *"variac"*, que permite variar continuamente a tensão aplicada ao motor para valores inferiores à tensão da rede. O motor aplica um torque ao rotor que é equilibrado pelo torque de atrito e pela inércia do rotor. Assim, a velocidade de rotação resulta do equilíbrio entre o torque de acionamento e o torque resistivo.

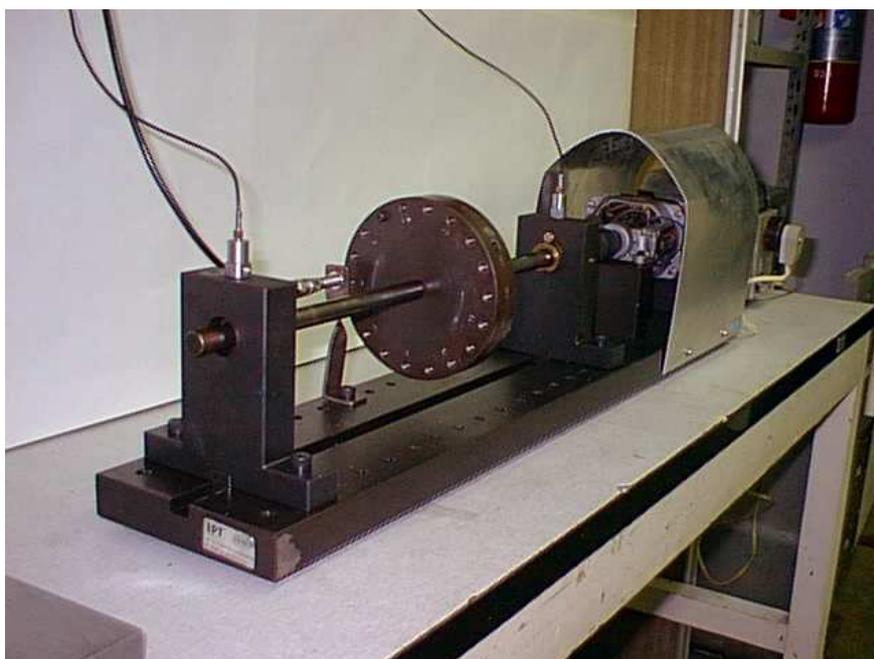


Figura 8: Foto do RotorKit

A velocidade de rotação e a posição angular são medidos através de um sensor magnético (*"pickup magnético"*) que observa um parafuso preso no volante. Quando o parafuso passa na frente do sensor, surge um pulso de tensão alternada, permitindo medir a posição angular do volante e a frequência do movimento do rotor. O sinal do sensor magnético é conectado diretamente ao canal 1 de um osciloscópio digital.

A vibração de resposta do rotor é medida com um acelerômetro piezelétrico fixado sobre um dos mancais do rotor. O sinal do acelerômetro após passar por um condicionador é conectado ao canal 2 do osciloscópio digital. O condicionador, chamado de amplificador

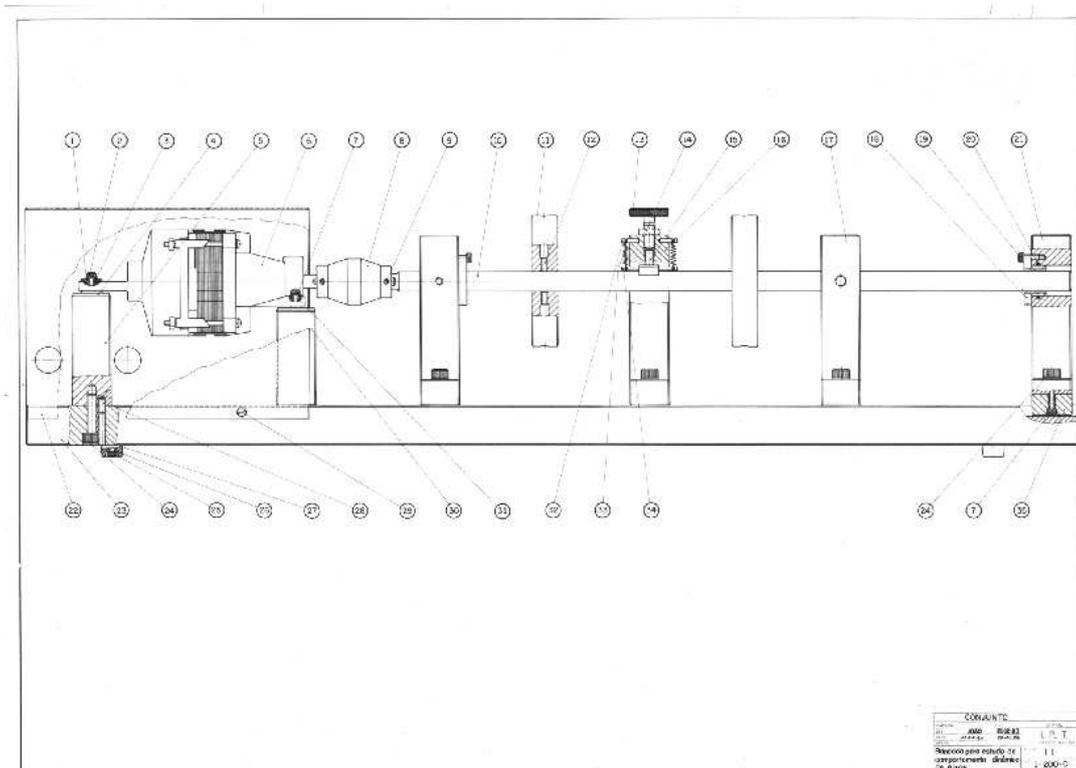


Figura 9: Desenho de Conjunto do Rotor montado com dois volantes de inércia

de carga, serve basicamente para reduzir a impedância elétrica de saída do acelerômetro piezolétrico. O condicionador também é utilizado para amplificar, filtrar e integrar o sinal do acelerômetro.

5.1 Etapas

Deverão ser desenvolvidos as seguintes atividades:

1. Determinação da Velocidade Crítica de um rotor de Laval:
 - (a) Determinação analítica da velocidade crítica.
 - (b) Estimação da velocidade crítica pela frequência natural de vibração transversal do eixo.
 - (c) Estimação da velocidade crítica pela observação da resposta de vibração na subida/descida de rotação.
2. Avaliação da qualidade de funcionamento inicial da máquina segundo a norma ISO 10.816.
3. Diagnóstico das causas de vibração excessiva da máquina.

Deverão ser apresentados o objetivo e escopo do trabalho realizado. Também deve-se apresentar outras informações complementares necessárias ao entendimento do trabalho, como cliente, data da execução, local de realização, normas utilizadas e principais definições, quando pertinente.

2. Descrição do Aparato Experimental:

Deve-se fazer uma descrição detalhada do objeto de estudo, rotor, e da instrumentação utilizada para realização do experimento. Devem ser apresentadas fotos, desenhos e esquemas que permitam visualizar o objeto de estudo e os recursos laboratoriais utilizados. Deve-se também apresentar uma relação dos equipamentos e instrumentos utilizados. A relação dos modelos, números de série e datas de calibração dos instrumentos pode ser apresentada no apêndice do relatório.

3. Metodologia e Critérios de Avaliação:

Devem ser apresentados sucintamente os métodos, procedimentos e critérios de avaliação utilizados na realização do experimento. Nessa seção deve-se citar as normas e procedimentos utilizados e apresentar excertos das partes relevantes das normas. Também devem ser discutidas as interpretações e opções utilizadas na realização do trabalho, quando for o caso.

4. Resultados:

Nessa seção deve-se apresentar os resultados teóricos e experimentais obtidos no trabalho. Os resultados deverão ser apresentados na forma de fotos, figuras ilustrativas, esquemas, gráficos e tabelas. Nenhum desses objetos deverá ser apresentada sem título descritivo e sem numeração. O texto do relatório deverá fazer menção aos objetos apresentados. Os objetos deverão ser apresentados o mais próximo possível do local onde são descritos no texto.

A apresentação dos resultados compreende:

- Apresentação tácita dos resultados:

Informar nomenclatura, nomes de grandezas e variáveis, localização no relatório e conteúdo dos resultados apresentados. Por exemplo, *"na tabela 5 são apresentados os resultados da vibração medida nos mancais do rotor antes e após o balanceamento; são apresentados os pontos e direções de medição da vibração, o valor eficaz da velocidade de vibração e a classificação da severidade de vibração segundo o critério da norma ISO 10.816"*.

- Descrição dos resultados:

Apresentar e descrever os resultados apresentados de forma a facilitar a compreensão dos resultados e para chamar atenção dos aspectos relevantes das informações apresentadas. Por exemplo, *"na figura 3 pode-se observar a curva da resposta ao desbalanceamento medida no mancal B do rotor; pode-se observar que a vibração de resposta cresce continuamente, atingindo um máximo na velocidade de rotação de 3600 rpm; a partir dessa velocidade a amplitude da vibração decresce até atingir um patamar constante em torno de 30 mm/s nas velocidades mais altas"*.

- Interpretação dos resultados:

Cada resultado relevante para o cumprimento do objetivo deverá ser discutido e interpretado. Deve-se discutir o significado de cada resultado segundo aspectos teóricos e práticos relevantes. Não é necessário reproduzir conceitos amplamente conhecidos e deduzir expressões conhecidas na literatura e no meio técnico. Deve-se chamar atenção para o significado dos resultados no contexto do trabalho. Por exemplo, *"todos os valores da severidade de vibração medidos são iguais ou superiores ao níveis da qualidade C, indicando que a máquina apresenta indícios significativos de falhas de funcionamento"*.

- Avaliação dos resultados:

Todos os resultados relevantes para o cumprimento do objetivo deverão ser avaliados segundo os critérios propostos para o trabalho. Os valores críticos deverão ser comparados com os valores admissíveis, bem como o significado dos resultados deverão ser expostos e discutidos. Por exemplo, *"a severidade de vibração inicial medida na máquina vale $V_{ef} = (20 \pm 4) \text{ mm/s}$, que supera significativamente o limite para qualidade de funcionamento C (11,2 mm/s) para essa classe de máquina; dessa forma há forte indício de falha grave de funcionamento, sendo recomendado desligar a máquina imediatamente para averiguação e correção da falha"*.

5. Conclusões:

Nesta seção deverão ser resumidas as principais conclusões obtidas no trabalho. Basicamente deverão ser respondidas as principais indagações propostas no objetivo do trabalho. Deve-se evitar apresentar e repetir resultados quantitativos. Os resultados devem ser condensados de forma clara e objetiva. Por exemplo, *"de acordo com os resultados obtidos e discutidos no trabalho, pode-se concluir que o rotor apresentava desbalanceamento inicial elevado, superior ao tolerado para classe de balanceamento G2,5 especificado para esse tipo de máquina"*.

6. Identificação e Assinatura de Responsáveis:

Todo relatório técnico deverá ser identificado, apresentar um título e numeração individual para sua identificação. Os responsáveis legais pelo relatório deverão datar e assinar os relatório. Identificação dos seus registros de habilitação legal, cargos, responsabilidades e matrículas funcionais na empresa também deverão ser claramente apresentados. Convém apresentar uma relação dos profissionais que colaboraram na realização do trabalho, indicando suas qualificações e tipo de atividade exercida na execução do trabalho.

7. Comentários e Recomendações:

Resultados adicionais, sugestões e recomendações de atividades complementares ou soluções alternativas poderão ser apresentados. Deve-se deixar claro tratar-se de resultados e complementos adicionais, que extrapolam ou superam os objetivos propostos para o trabalho.

8. Apêndices:

Detalhamentos, deduções de formulas, resultados secundários ou subalternos podem ser apresentados no apêndice do trabalho. Somente resultados diretos deverão ser apresentados no corpo do trabalho. Resultados e assuntos secundários deverão ser remetidos ao apêndice, para evitar a fluência da narrativa do corpo do relatório técnico seja interrompida.

9. Anexos:

Informações complementares poderão ser acrescentadas ao final do trabalho. As informações apresentadas como anexos não fazem parte diretamente do trabalho, são apenas informações associadas ao trabalho que podem auxiliar o leitor. Por exemplo, pode-se adicionar catálogos de produtos, descrição de metodologias, correspondência comercial, mapas e gráficos genericamente relacionados ao trabalho. Não é necessário mencionar no corpo do relatório todas as informações apresentadas nos anexos.

5.3 Entrega do Relatório Técnico

Cada grupo deverá entregar o Relatório Técnico impresso, devidamente datado e assinado, na aula de laboratório seguinte à aula de realização do experimento. O Relatório Técnico deverá ser preparado em papel de formato A4 e deverá ser encadernado convenientemente.