

Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas

Pós-Graduação em Ciência Política

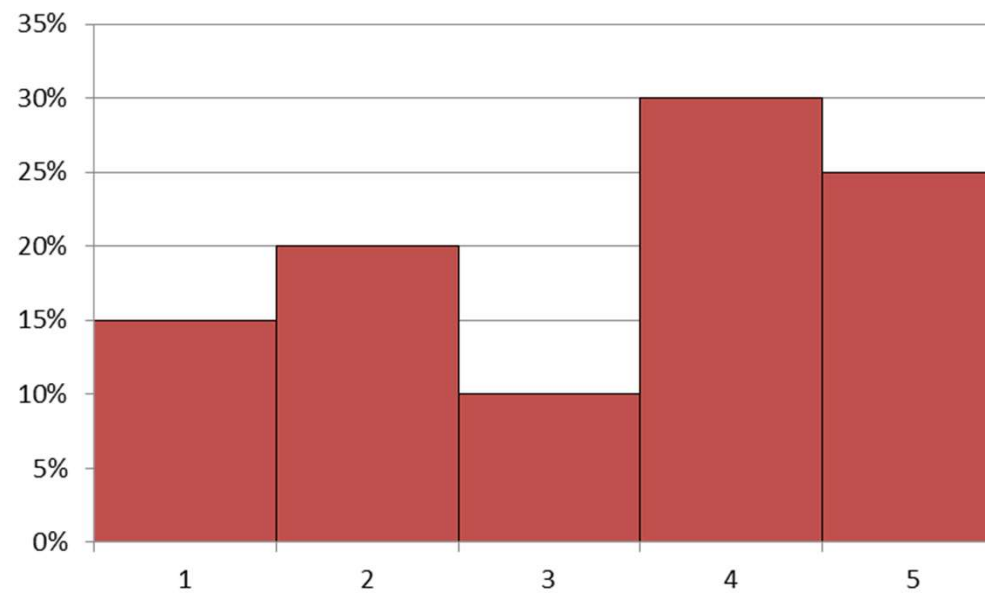
Graduação em Ciências Sociais

FLS 5028 - Métodos Quantitativos e
Técnicas de Pesquisa em Ciência Política
FLP 0406 - Métodos e Técnicas de Pesquisa
em Ciência Política

Aula 7 – Distribuição de Probabilidade

Probabilidade

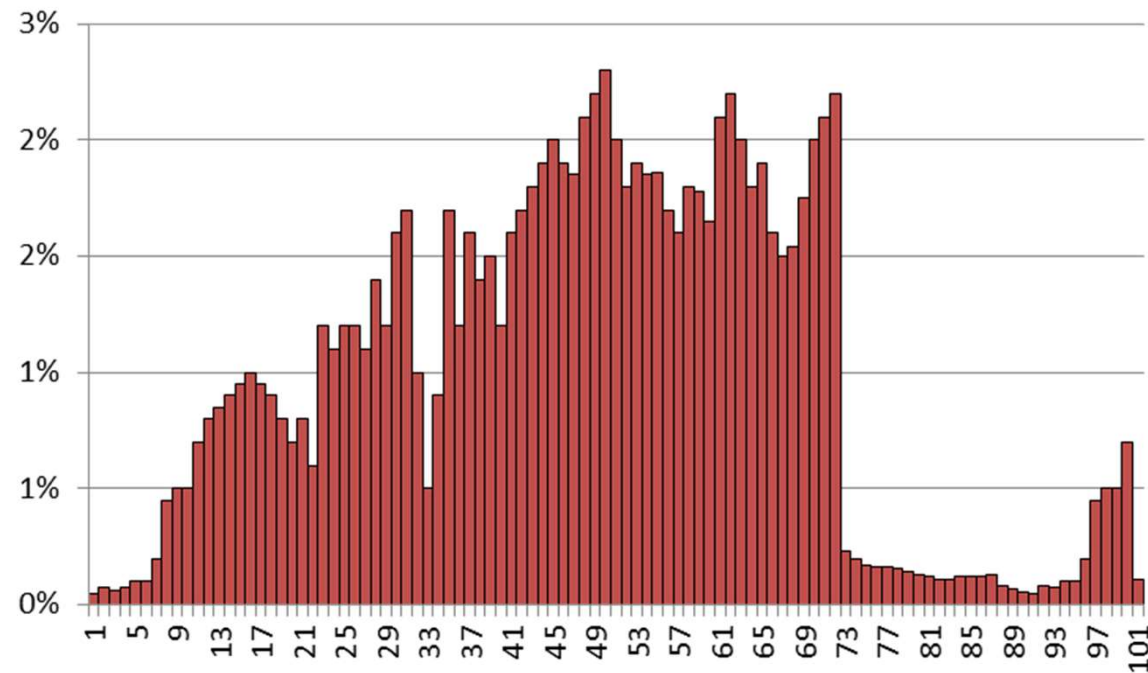
Exemplos:



Calcule: $P(X=1)$; $P(X=4)$; $P(X \geq 3)$; $P(X > 3)$

Probabilidade

Exemplos:

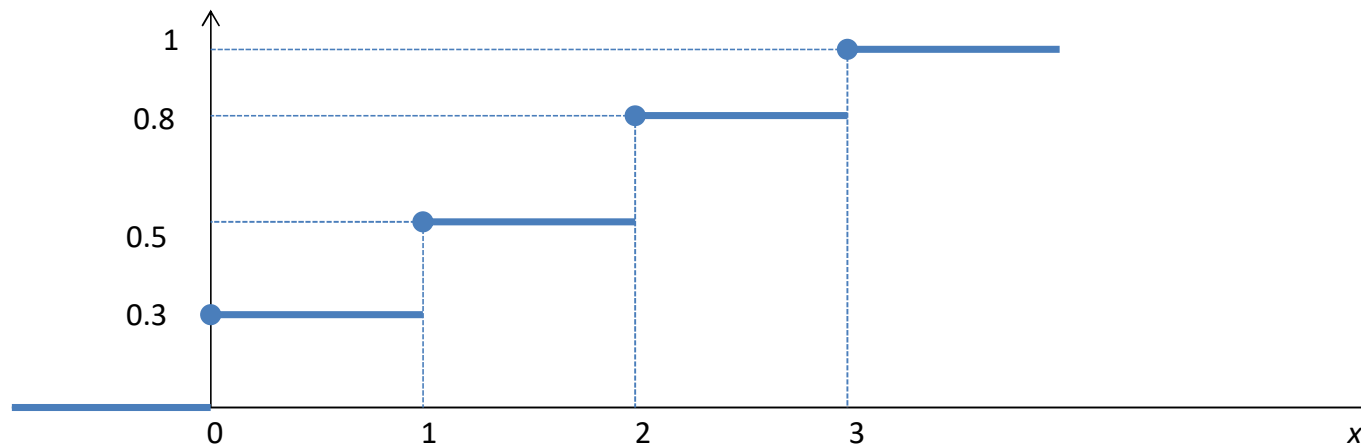


Calcule: $P(X=1)$; $P(X=4)$; $P(X \geq 3)$; $P(X > 93)$

Distribuição de Probabilidade

A *função de distribuição cumulativa (FDC)* de uma variável aleatória X , denominada por $F_X(x)$, é definida por:

$$F_X(x) = P_X(X \leq x), \quad \text{para todo } x$$



Contínua: uma variável aleatória X é *contínua* se $F_X(x)$ é uma função contínua de x .

Discreta : uma variável aleatória X é discreta se $F_X(x)$ apresenta degraus .

Distribuição de Probabilidade

A *Função Massa de Probabilidade (FMP)* de uma variável X **discreta** é definida por:

$$f_X(x) = P(X = x) \text{ para todo } x$$

Exemplo:

Distribuição Geométrica

$$f_X(x) = P(X = x) = \begin{cases} (1-p)^{x-1}p & \text{para } x = 1, 2, \dots \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Distribuição de Probabilidade

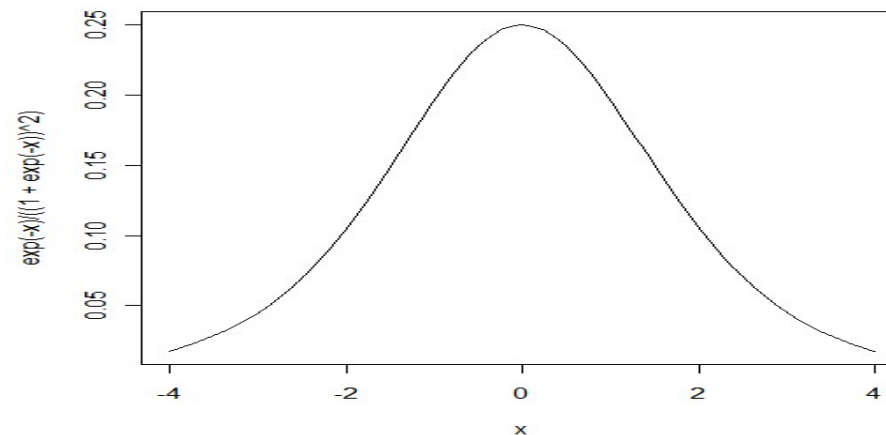
A *Função Densidade de Probabilidade (FDP)* de uma variável aleatória **contínua** X é a função que satisfaz:

$$X \sim F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt \quad \text{para todo } x$$

Exemplo:

Distribuição Logística

$$f_X(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



Distribuição de Probabilidade

Toda *FMP* ou *FDP* é constituída por três elementos:

- 1) Parâmetros;
- 2) Variável;
- 3) Constantes

Distribuição de Probabilidade

Por exemplo, para uma Distribuição de Bernoulli, a sua *FDP* é dada por:

$$f(Y_i = y_i | \phi_i) = \begin{cases} Pr(Y_i = 1) = \phi_i \\ Pr(Y_i = 0) = 1 - \phi_i \end{cases}$$

- 1) Parâmetros: ϕ_i
- 2) Variável: y_i
- 3) Constantes: “1 –”

Distribuição de Probabilidade

Por exemplo, para uma Distribuição Exponencial, a sua *FDP* é dada por:

$$f(Y_i = y_i | \lambda_i) = \lambda_i e^{-\lambda_i y_i}$$

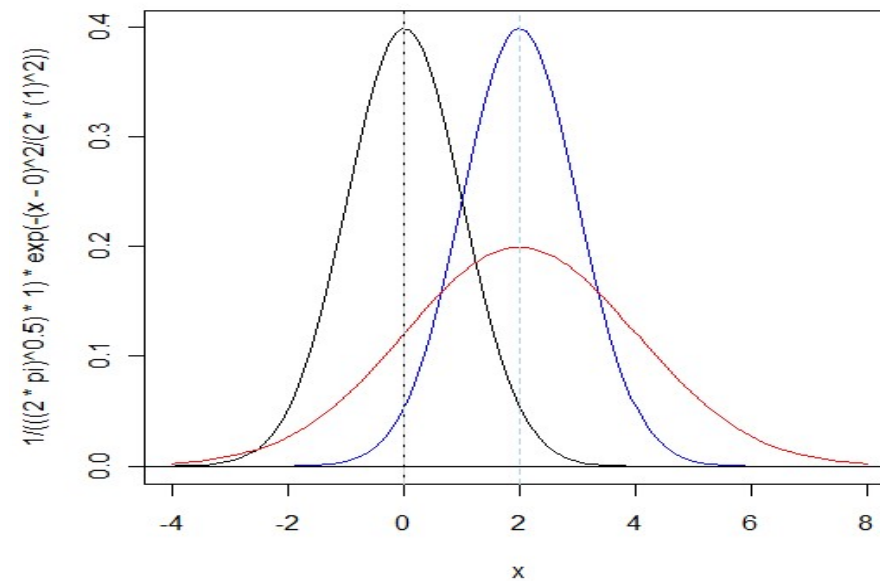
Onde $\lambda_i > 0$ e $Y_i = [0; \infty)$

- 1) Parâmetros: λ_i
- 2) Variável: y_i
- 3) Constantes: “e” e “-1”

Distribuição de Probabilidade

Normal

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

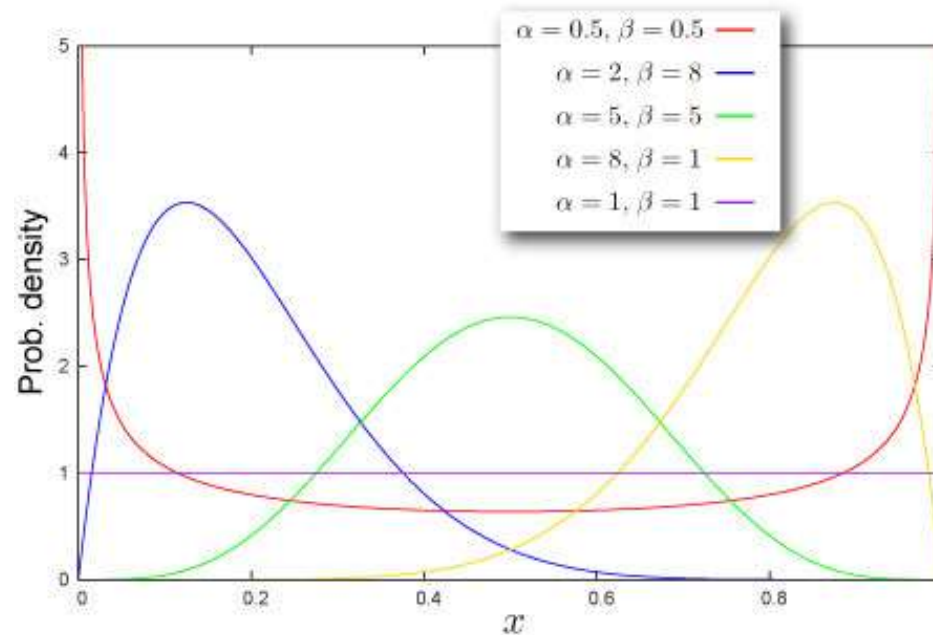


Distribuição de Probabilidade

Distribuição Beta: $X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$

$$f(x|\alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0$$

$$E(X) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

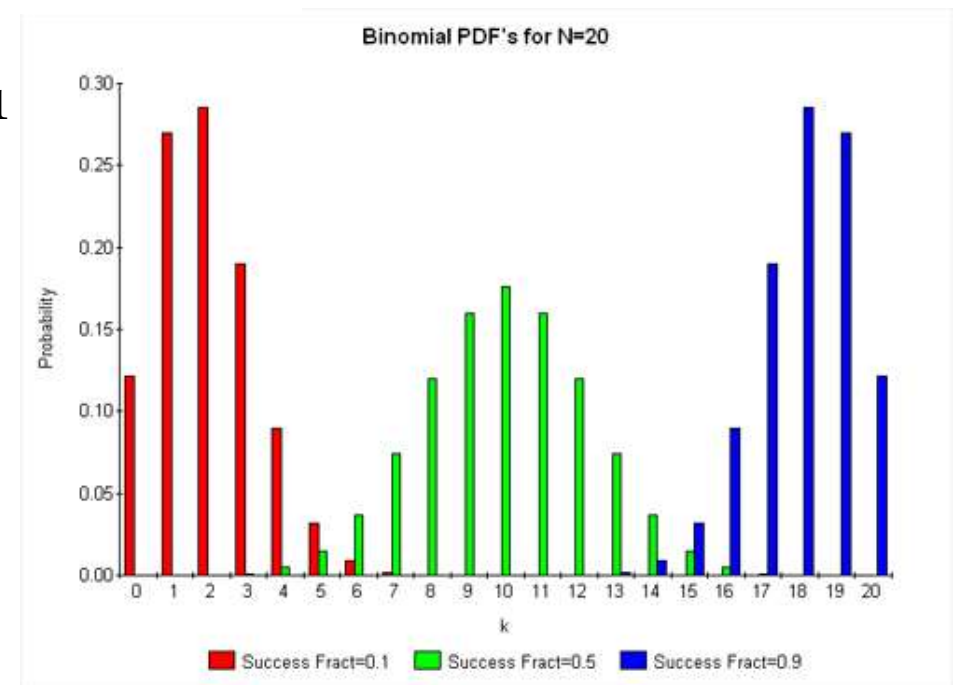


Distribuição de Probabilidade

Distribuição Binomial: $X \sim \text{Binomial}(n, p)$

$$P(X = x|n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{1-x}; \quad x = 0, 1; \quad 0 \leq p \leq 1$$

$$E(X) = np$$



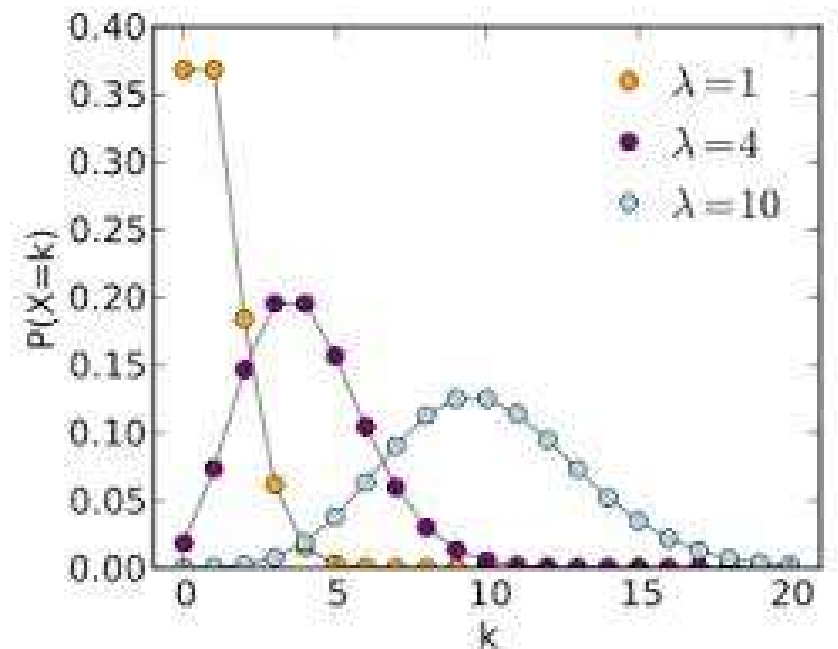
Fonte: http://www.boost.org/doc/libs/1_35_0/libs/math/doc/sf_and_dist/html/math_toolkit/dist/dist_ref/dists/binomial_dist.html

Distribuição de Probabilidade

Distribuição Poisson: $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$

$$P(X = x|\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; \quad x = 0, 1, \dots; \quad 0 \leq \lambda < \infty$$

$$E(X) = \lambda$$



Fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/Poisson_distribution

Distribuição de Probabilidade

A variável que estudamos, Y , pode ser descrita como uma variável aleatória da seguinte forma:

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$$

Em que cada uma das n observações seguem determinada família de distribuição. A determinação desta família de distribuição depende do *fato* ou *processo gerador da variável*. A partir dele, determinamos de qual distribuição cada observação foi gerada.

Neste processo de determinação, consideramos, dentre outros fatores, se variável é contínua ou discreta e o intervalo de valores para o qual ela pode assumir.

Distribuição de Probabilidade

Exemplo:

	Intervalo Restrito	Intervalo Irrestrito
Contínua	Percentagens (%)	Variáveis Normalizadas (Z)
Discreta	Dicotômica [0,1] Contagem (0,1,2,...)	

Distribuição de Probabilidade

Exemplo:

	Intervalo Restrito	Intervalo Irrestrito
Contínua	Percentagens (%) BETA	Variáveis Normalizadas (Z) NORMAL
Discreta	Dicotômica [0,1] BINOMIAL Contagem (0,1,2,...) POISSON	

Distribuição de Probabilidade

Por que nos preocupamos com a Normal?

- 1) Por razões históricas e computacionais
- 2) As diferentes famílias de distribuição **convergem** para a Normal em casos particulares

<https://www.youtube.com/watch?v=03tx4v0i7MA>

3) O **Teorema do Limite Central** nos diz que um número grande de variáveis independentes e identicamente distribuídas terão distribuição aproximadamente normal, independentemente da distribuição original