MAE 314 – ANÁLISE ESTATÍSTICA

3ª Lista de Exercícios – 1º Semestre de 2018

Profª Silvia Nagib Elian

1. Seja $\underset{\sim}{X} \sim N_4(\mu;\Sigma)$ com $\mu = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\Sigma = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ e a partição de $\underset{\sim}{X}$ dada por $X^{(1)} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ e $X^{(2)} = \begin{bmatrix} X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$.

(a) Determine a média condicional de $X^{(1)}$ dado $X_3 = x_3$, $X_4 = x_4$.

(b) Determine as variâncias e covariâncias parciais dos elementos de $X^{(1)}$ fixado $X^{(2)}$.

(c) Calcule a correlação parcial entre X_1 e X_2 fixados X_3 e X_4.

(d) Determine o vetor β de coeficientes da regressão de X_1 em (X_3, X_4) e a equação de regressão $Y = \beta' X^{(2)}$.

(e) Calcule o valor do coeficiente de correlação múltipla entre X_1 e os elementos de $X^{(2)}$.

2. Deseja-se testar se existe correlação entre o número de clientes e o tempo de experiência de agentes de seguros. Sorteados 5 agentes, os dados encontram-se a seguir.

Agente	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
Anos de Experiência	2	4	5	6	8
Número de clientes	48	56	64	60	72

(a) Teste ao nível de significância $\alpha = 0{,}05$ a hipótese de inexistência de correlação entre as duas variáveis. Qual suposição sobre a distribuição das duas variáveis é necessária para a realização desse teste?

(b) Mostre que o intervalo de confiança para o coeficiente de correlação populacional entre essas variáveis com $\gamma = 0{,}95$ é dado por [0,420; 0,997].

3. Suspeita-se que o coeficiente de correlação entre o salário do marido e o da mulher seja de 0,60 ou mais. Para verificar tal hipótese, colheu-se uma amostra de 10 casais, observando-se o salário de ambos.

	Casal (número)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Salário	**Homem (*X*)**	10	10	10	15	15	15	15	20	20	20
	Mulher (*Y*)	5	10	10	5	10	10	15	10	10	15

Qual é a conclusão?

4. Considere $\underset{\sim}{X} \sim N_p(\mu;\Sigma)$ e a partição de $\underset{\sim}{X}$ dada por $X^{(1)} = [X_1]$ e $X^{(2)} = \begin{bmatrix} X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}$

Sejam $Y_1 = aX_1 + b$ e $Y_2 = CX^{(2)} + D$, onde a e b são escalares, C é uma matriz $(p-1) \times (p-1)$ de posto completo e D é um vetor coluna de dimensão $p-1$.

(a) Mostre que o vetor de regressão de Y_1 em Y_2 é $\gamma = aC'^{-1}\beta$, onde β é o vetor de coeficientes de regressão de X_1 em $X^{(2)}$.

(b) Mostre que a correlação múltipla entre Y_1 e Y_2 é a mesma que a entre X_1 e $X^{(2)}$.

5. Deseja-se verificar se homens e mulheres reagem de forma similar a um treinamento que visa prepará-los para realizar uma tarefa. Um grupo de 28 mulheres e 52 homens são submetidos ao treinamento e em seguida, mede-se a correlação entre o resultado do treinamento e o número de erros ao realizar a tarefa. Os coeficientes de correlação observados foram –0,82 para as mulheres e –0,52 para os homens. Supondo distribuições normais bivariadas para as variáveis para homens e mulheres, teste, ao nível de significância 0,01, a hipótese de igualdade dos coeficientes de correlação populacionais para homens e mulheres.

6. Considere a matriz de dados $X = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 4 \\ 5 & 7 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

obtida com base em uma amostra de tamanho n=4 da distribuição $N_2(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$.

a) Determine e_1 e e_2, os vetores de desvios de X_1 e X_2 com relação às suas médias.

b) Calcule a variância generalizada associada a (X_1, X_2) e verifique que é igual a

$L^2_1 L^2_2 (1 - \cos^2(\theta)) / n^2$

onde L_1 e L_2 são os comprimentos dos vetores e_1 e e_2 e θ é o ângulo formado por eles.