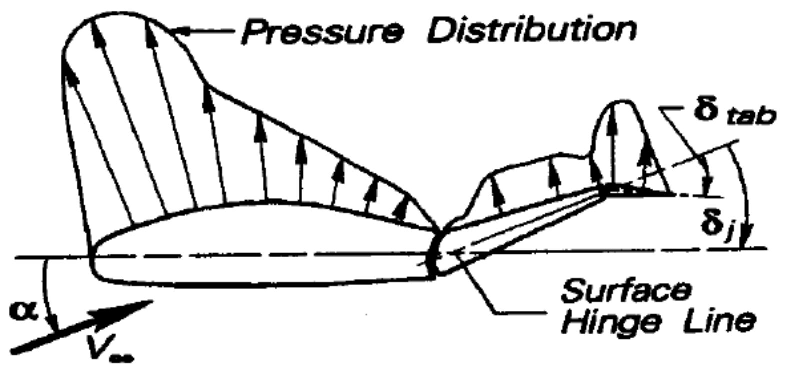
SAA0187
Sistemas Aeronáuticos de Acionamento

Momento de dobradiça

Prof. Dr. Jorge Henrique Bidinotto
jhbidi@sc.usp.br

Introdução

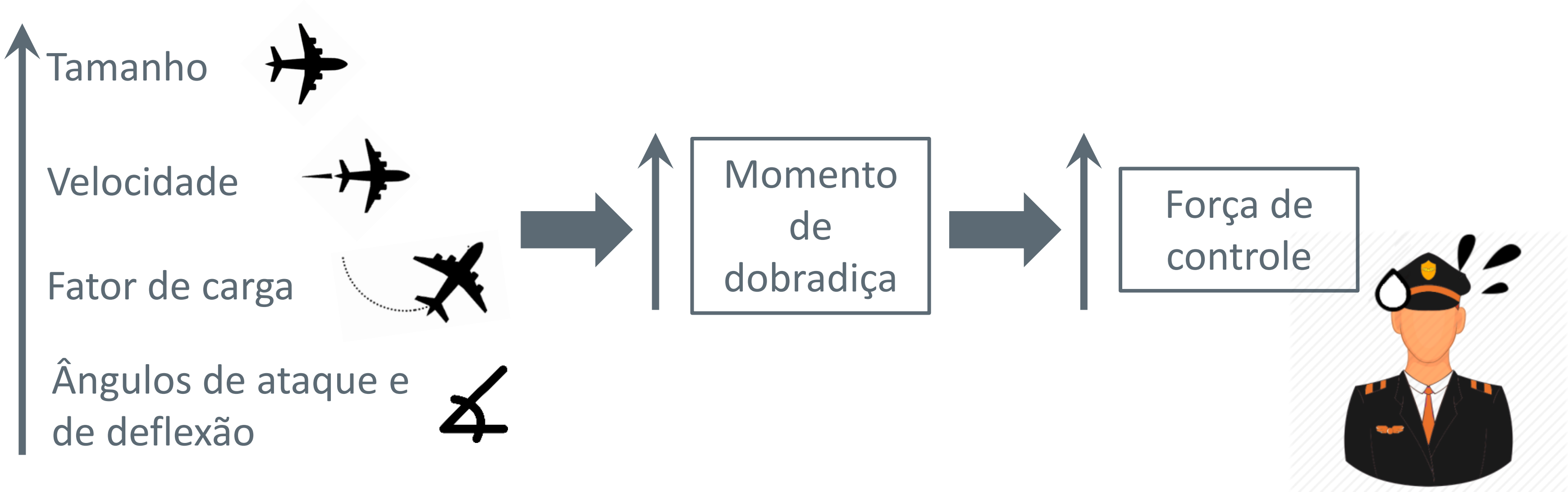
A questão fundamental da movimentação das superfícies reside no conceito de momento de dobradiça, que se relaciona com a distribuição de pressão em torno do aerofólio



Movimentação das abas de controle → Mudanças na distribuição de pressão → Alterações na resultante aerodinâmica → Momento de dobradiça (HM)

Introdução

A força a ser exercida na coluna de comando para defletir a superfície de controle é diretamente proporcional ao momento de dobradiça



Introdução

- Na disciplina SAA0184 – Dinâmica de Voo, foi visto o equacionamento para trimagem longitudinal de uma aeronave, na forma:

$$C_{L_{trim}} = C_{L_\alpha}\alpha_{trim} + C_{L_{\delta_e}}\delta_{e_{trim}} = C_{L_\alpha}\alpha_{trim} - C_{L_{\delta_e}}\frac{\left(C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha_{trim}\right)}{C_{m_{\delta_e}}}$$

- Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} C_{L_\alpha} & C_{L_{\delta_e}} \\ C_{m_\alpha} & C_{m_{\delta_e}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{trim} \\ \delta_{e_{trim}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{L_{trim}} \\ -C_{m_0} \end{Bmatrix}$$

- De onde se determinam os ângulos de trimagem:

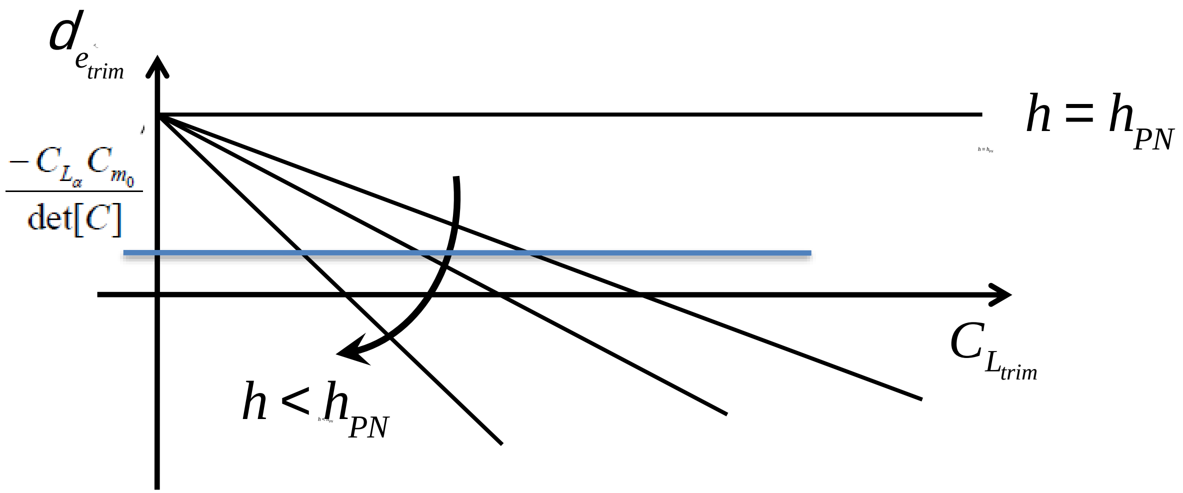
$$\alpha_{trim} = \frac{C_{m_0}C_{L_{\delta_e}} + C_{m_{\delta_e}}C_{L_{trim}}}{det[C]}$$

$$\delta_{e_{trim}} = -\frac{\left(C_{m_0}C_{L_\alpha} + C_{m_\alpha}C_{L_{trim}}\right)}{det[C]}$$

onde

$$det[C] = C_{L_\alpha}C_{m_{\delta_e}} - C_{L_{\delta_e}}C_{m_\alpha}$$

- Chegando ao diagrama



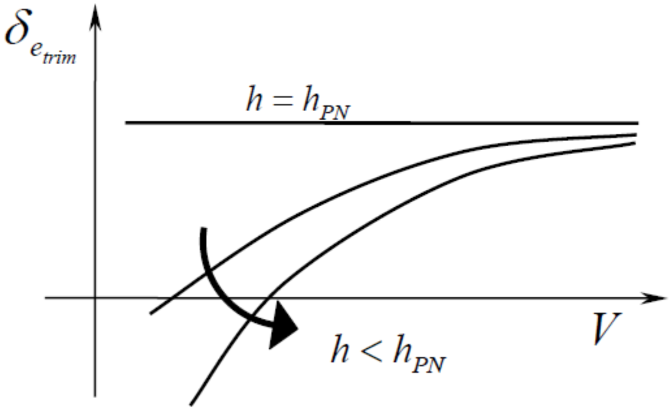
Introdução

- Da mesma forma, pode-se definir

$$\left(\frac{\partial \delta_e}{\partial C_L}\right)_{trim} = \frac{-C_{m_\alpha}}{det[C]} = \frac{-C_{L_\alpha}}{det[C]}(h - h_{PN})$$

$$L_{trim} = W \Rightarrow C_{L_{trim}} = \frac{W}{{}^1\!/_2\,\rho V^2 S} \therefore \delta_{e_{trim}} = f(V)$$

- Chegando ao diagrama



Introdução

- Se for necessário relembrar esses conceitos, assista à videoaula da disciplina SAA0184 – Dinâmica de Voo:

https://youtu.be/3UpcUXeMCcs

Momento de dobradiça

- O coeficiente de dobradiça pode ser definido como proporcional aos seguintes parâmetros:

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha_s + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

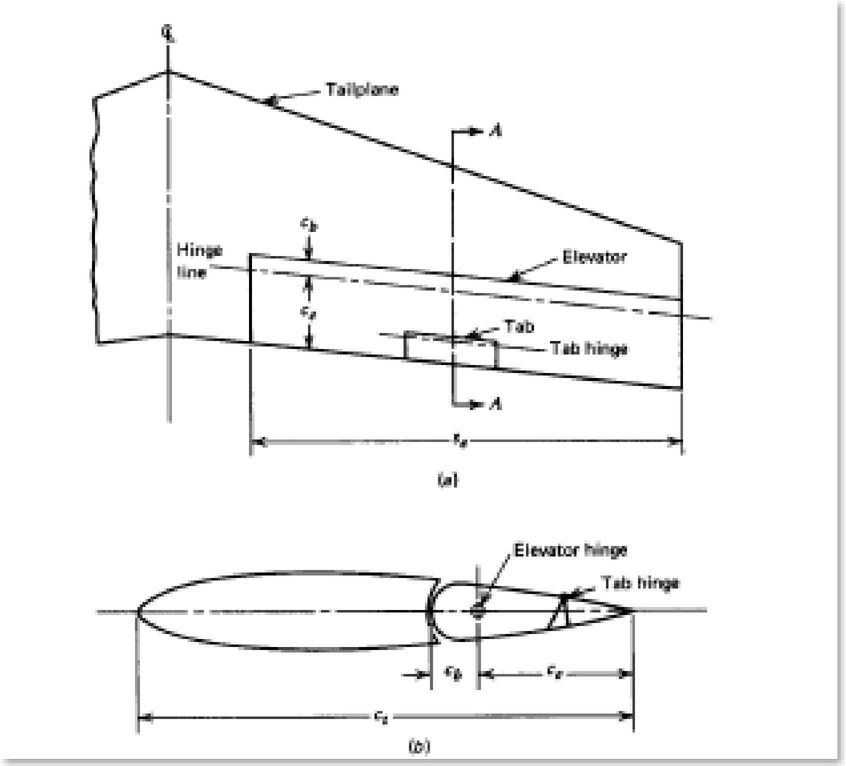
- Onde:

$$b_0 = C_{he_0}$$

$$b_1 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \alpha_s} = C_{he_{\alpha_s}}$$

$$b_2 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_e} = C_{he_{\delta_e}}$$

$$b_3 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_t} = C_{he_{\delta_t}}$$



Momento de dobradiça

- O coeficiente de dobradiça pode ser definido como proporcional aos seguintes parâmetros:

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha_s + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

- Onde:

$$b_0 = C_{he_0}$$

b_0 – coeficiente de momento de articulação causado pelo arqueamento da superfície fixa onde a superfície articulada está instalada;

$$b_1 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \alpha_s} = C_{he_{\alpha_s}}$$

b_1 – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo de ataque da superfície fixa;

$$b_2 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_e} = C_{he_{\delta_e}}$$

b_2 – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo da superfície articulada;

$$b_3 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_t} = C_{he_{\delta_t}}$$

b_3 – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo de compensadores.

Momento de dobradiça

- Para o profundor, $\alpha_s = \alpha_t$, portanto é conveniente se escrever tudo em função de α

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

- E a relação entre α e α_t, já conhecida, é:

$$\alpha_t = \alpha\left(1 - \frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}\right) - (\varepsilon_0 + i_t)\left[1 - \frac{a_t}{a}\frac{S_t}{S}\left(1 - \frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}\right)\right]$$

Onde:

$$a = C_{L_\alpha}$$
$$a_t = C_{L_{\alpha_t}}$$

- Sendo assim definidas as equações:

$$C_{he_0} = -b_1(i_t + \varepsilon_0)\left[1 - \frac{a_t}{a}\frac{S_t}{S}\left(1 - \frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}\right)\right]$$

$$C_{he_0} = b_1\left(1 - \frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}\right)$$

Momento de dobradiça

- A rigidez em arfagem até aqui estudada considera que os controles estão fixos em uma posição. Entretanto o sistema também deve ser analisado na condição de manche livre, ou seja, a superfície de controle estará livre e encontrará uma posição de equilíbrio. Nessa posição:

$$C_{he} = 0$$

- Esta posição é dada por:

$$\delta_{e_{free}} = \frac{-1}{C_{he_{\delta_e}}}\left(C_{he_0} + C_{he_\alpha}\alpha\right)$$

- A sustentação e o momento de arfagem em função do profundor livre são definidos como

$$C_{L_{free}} = C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\delta_e}}\delta_{e_{free}}$$
$$C_{m_{free}} = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_{e_{free}}$$

Momento de dobradiça

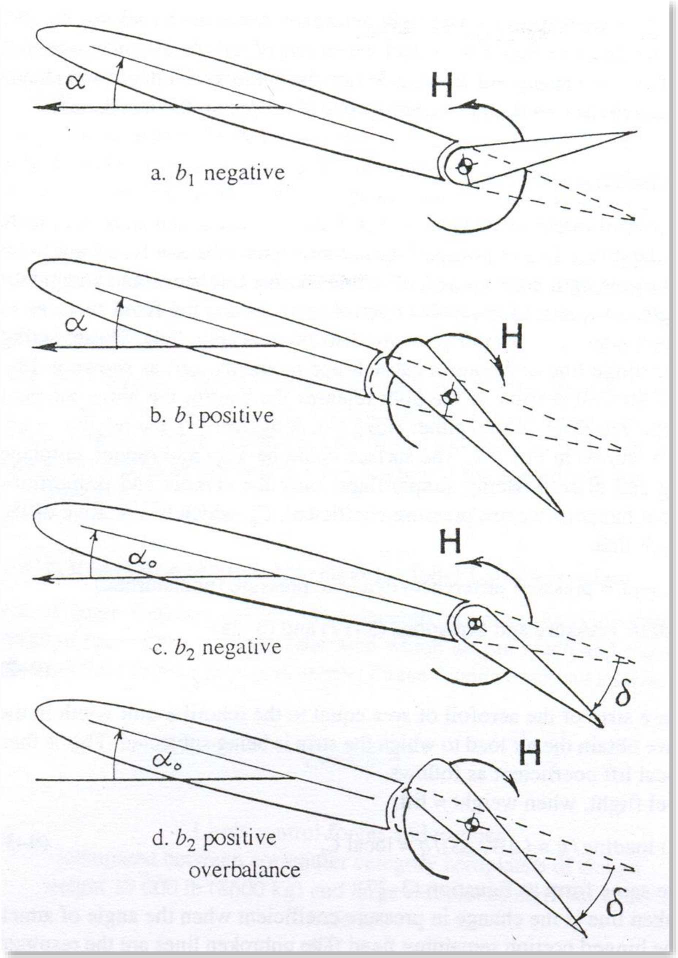
- Utilizando a posição de equilíbrio do profundor livre:

$$C_{L_{free}} = \frac{-C_{L_{\delta_e}}}{C_{he_{\delta_e}}} C_{he_0} + \boxed{\left[C_{L_\alpha} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}\right]}\alpha \qquad a' = C'_{L_\alpha}$$

$$C_{m_{free}} = C_{m_0} - \frac{C_{m_{\delta_e}}}{C_{he_{\delta_e}}} C_{he_0} + \boxed{\left[C_{m_\alpha} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}\right]}\alpha \qquad C'_{m_\alpha}$$

$$a' = C'_{L_\alpha} = C_{L_\alpha} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

$$C'_{m_\alpha} = C_{m_\alpha} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$



Momento de dobradiça

$$C'_{m_\alpha} = \left[C_{m_\alpha} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}} \right] \alpha$$

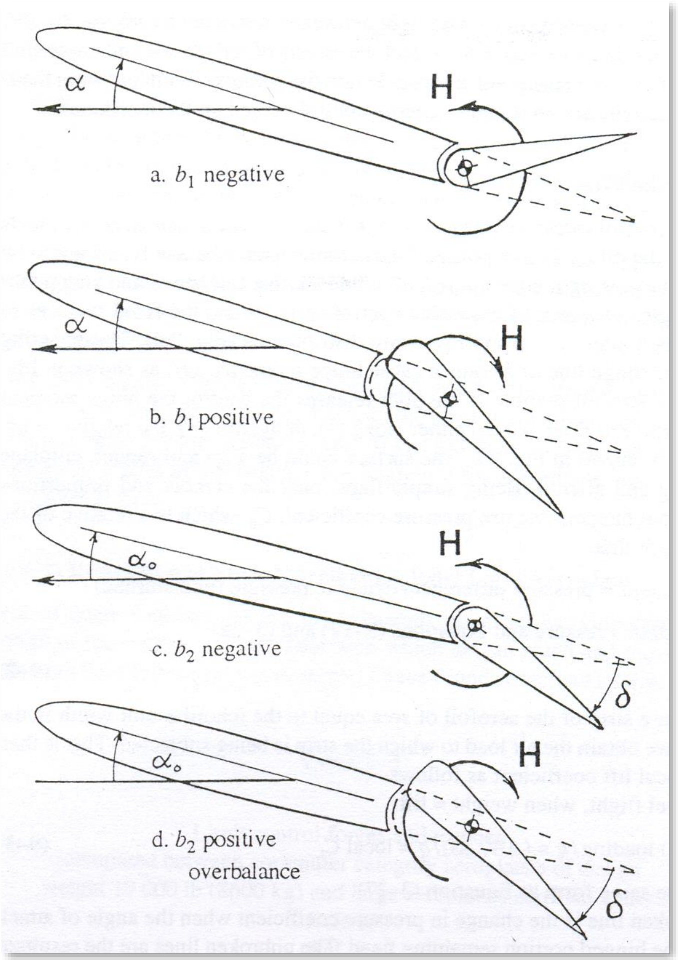
<0

$b_1<0$

<0

<0

Normalmente espera-se redução de estabilidade com os comandos livres



Momento de dobradiça

- Assim como foi definido o ponto neutro para comandos fixos, podemos definir para comandos livres

$$C'_{m_\alpha} = C'_{L_\alpha}\left(h - h_{PN_{free}}\right)$$

com

$$a' = C'_{L_\alpha} = C_{L_\alpha} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

$$C'_{m_\alpha} = C_{m_\alpha} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

- De onde podemos definir o ponto neutro com comandos livres

$$h_{PN_{free}} = h_{PN} + \frac{C_{he_\alpha} C_{L_{\delta_e}}}{a' C_{he_{\delta_e}}}(h_{PN} - h) - \frac{a_e C_{he_\alpha}}{a' C_{he_{\delta_e}}}\overline{V}_H$$

- e a estabilidade é reduzida já que

$$h_{PN} > h_{PN_{free}}$$

a_e= Eficiência do profundor
(inclinação da curva $C_{L_{trim}} \times \delta_e$)

Momento de dobradiça

- Determinamos anteriormente o ângulo de profundor para manter a aeronave trimada $\left(\delta_{e_{trim}}\right)$

- Determinamos também o ângulo de equilíbrio do profundor para a condição de comandos livres $\left(\delta_{e_{free}}\right)$

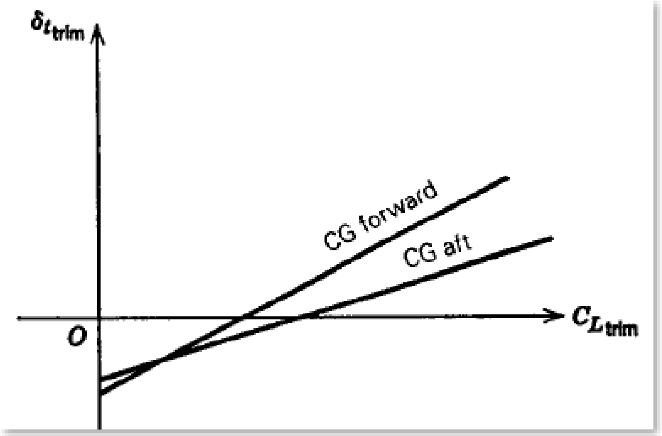
- Se para uma determinada condição de vôo $\delta_{e_{trim}} \neq \delta_{e_{free}}$ é necessário que o piloto aplique um esforço no manche para manter a aeronave trimada.

- O uso de compensadores leva à condição em que $\delta_{e_{trim}} = \delta_{e_{free}}$

Momento de dobradiça

- Quando C_m e o momento de dobradiça forem zero (aeronave trimada e superfície de controle na posição de equilíbrio)

$$\delta_{t_{trim}} = \frac{-1}{C_{he_{\delta_t}}}\left[C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{det[C]}\left(C_{he_\alpha}C_{L_{\delta_e}} - C_{L_\alpha}C_{he_{\delta_e}}\right) + \frac{C_{L_{trim}}}{det[C]}\left(C_{he_\alpha}C_{m_{\delta_e}} - C_{m_\alpha}C_{he_{\delta_e}}\right)\right] = f\left(C_{L_{trim}}\right)$$



- Com a condição de comandos livre pode se provar que

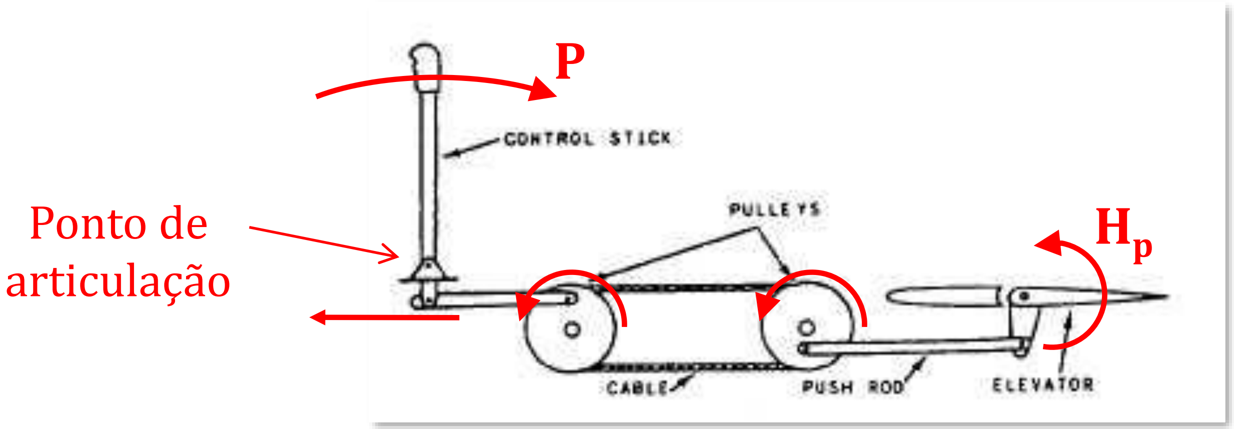
$$C_{he_\alpha}C_{m_{\delta_e}} - C_{m_\alpha}C_{he_{\delta_e}} = -a'C_{he_{\delta_e}}(h - h_{PN})$$

- Logo:

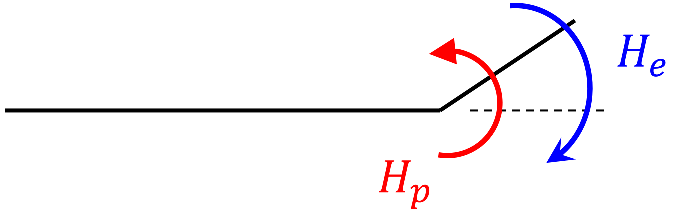
$$\delta_{t_{trim}} = \frac{-1}{C_{he_{\delta_t}}}\left[C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{det[C]}\left(C_{he_\alpha}C_{L_{\delta_e}} - C_{L_\alpha}C_{he_{\delta_e}}\right) - a'\frac{C_{he_{\delta_e}}}{det[C]}(h - h_{PN})C_{L_{trim}}\right]$$

Momento de dobradiça

- Para manter uma determinada superfície de controle em uma determinada posição (ângulo) em uma condição de vôo qualquer é necessário equilibrar o momento aerodinâmico na articulação, aplicando-se um torque mecânico (H_p) ou mesmo aerodinâmico de mesma intensidade e sentido oposto.



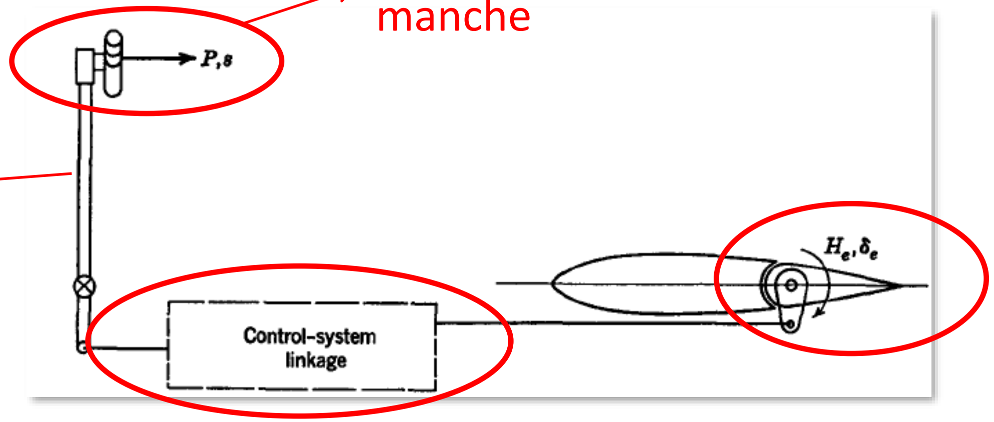
$$P = GH_e$$



Momento de dobradiça

Força aplicada no manche

manche



Conexão entre manche e superfície de controle

- Considerando um deslocamento pequeno e quase-estático a partir de uma condição de equilíbrio:

$$Pds + dW_b + H_e d\delta_e = 0$$

P – Força aplicada pelo piloto
s – deslocamento do manche
W_b - trabalho realizado pelo sistema auxiliar (hidráulico, por exemplo)
H_e - momento de articulação
δ_e - deslocamento da superfície (profundor, por exemplo)

Momento de dobradiça

- Para um sistema reversível (G_1) um movimento da superfície de controle resulta diretamente de um movimento realizado no manche pelo piloto.

- Para um sistema irreversível (G_2) diminui o valor de G, ou seja, reduz a força que o piloto tem que aplicar ao manche

$$H_e = \frac{1}{2}\rho V^2 C_{he} S_e \bar{c}_e$$

- O valor do coeficiente de momento de dobradiça para uma posição qualquer do compensador

$$C_{he} = C_{he_0} + C_{he_\alpha}\alpha_{trim} + C_{he_{\delta_e}}\delta_{e_{trim}} + b_3\delta_t = b_3\left(\delta_t - \delta_{t_{trim}}\right)$$

Momento de dobradiça

- Da expressão anteriormente determinada:

$$\delta_{t_{trim}} = \frac{-1}{C_{he_{\delta_t}}}\left[C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{det[C]}\left(C_{he_\alpha}C_{L_{\delta_e}} - C_{L_\alpha}C_{he_{\delta_e}}\right) - a'\frac{C_{he_{\delta_e}}}{det[C]}(h - h_{PN})C_{L_{trim}}\right]$$

- Pode-se determinar o momento de articulação como:

$$C_{he} = b_3\delta_t + C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{det[C]}\left(C_{he_\alpha}C_{L_{\delta_e}} - C_{L_\alpha}b_2\right) - \frac{a'b_2}{det[C]}(h - h_{PN})C_{L_{trim}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} b_0 &= C_{he_0} \\ b_1 &= C_{he_{\alpha_s}} \\ b_2 &= C_{he_{\delta_e}} \\ b_3 &= C_{he_{\delta_t}} \end{aligned}}$$