Nivelamento de Matemática – FEAUSP – 2021.1 ✏
Prof.ª Tatiana Paim ✍
paim@ime.usp.br ✉

1 – NÚMEROS
Lista de Exercícios

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Considere os conjuntos:

$\mathbb{N}$, dos números naturais,

$\mathbb{Q}$, dos números racionais,

$\mathbb{Q}_+$, dos números racionais não negativos,

$\mathbb{R}$, dos números reais.

O número que expressa:

(a) a quantidade de habitantes de uma cidade é um elemento de $\mathbb{Q}_+$, mas não de $\mathbb{N}$.

(b) a medida da altura de uma pessoa é um elemento de $\mathbb{N}$.

(c) a velocidade média de um veículo é um elemento de $\mathbb{Q}$, mas não de $\mathbb{Q}_+$.

(d) o valor pago, em reais, por um sorvete é um elemento de $\mathbb{Q}_+$.

(e) a medida do lado de um triângulo é um elemento de $\mathbb{Q}$.

Exercício 2. Efetue as operações indicadas:

(a) $2^3 \cdot 2^6$ (b) $3^2 \cdot 3^6 \cdot 3^{-4}$

(c) $5^4 \div 5^2$ (d). $\dfrac{3^{98}}{3^{95}}$

(e) $\dfrac{3^{-4}}{3^{-3}}$ (f) $(0,3)^2 \cdot (0,5)^2$

(g) $(-0,04)^2 \cdot 50^2$ (h) $\dfrac{(-0,6)^2}{(0,2)^2}$

(i) $(2^4)^3$ (j) 2^{4^3}

Exercício 3. A expressão numérica

$$E = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} - 3\right) \div \sqrt{3} - 2\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right)\right]$$

é igual a:

(a) $\dfrac{\sqrt{3}-3}{3}$ (b) $\dfrac{\sqrt{3}+9}{3}$ (c) $\dfrac{\sqrt{3}-9}{3}$

Exercício 4. Fatore:

1. $mx + nx - px$
2. $x^8 - 1$
3. $2ax^2 - 32a$
4. $m^2 - mn - 3m + 3n$
5. $4a^2 - 9b^2$
6. $m^4 - 16n^4$
7. $(x+y)^2 - y^2$
8. $\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2}$
9. $(a+b)^2 - (a-b)^2$
10. $x^2 + 2xy + y^2$
11. $1 - (x+y)^2$
12. $x^2 - 2xy + y^2 - 1$
13. $x^2 + 9x + 20$
14. $x^2 - 9x + 20$
15. $y^2 - 10y - 24$
16. $t^2 + 12t - 45$
17. $x^3 + 8$
18. $a^3 - 1$
19. $a^3 + 125$
20. $h^3 - 64$

Exercício 5. Escreva as expressões abaixo na forma $z = a + bi$:

(a) $z = \sqrt{2} - i - i(1 - \sqrt{2})$

(b) $z = (2-3i)(-2+i)$

(c) $z = (4-i) + i - (6+3i)i$

(d) $z = (7+4i)(2-3i) + (6-i)(2+5i)$

(e) $z = \cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$

Exercício 6. Escreva as raízes complexas das seguintes equações:

(a) $x^2 + 9 = 0$

(b) $x^2 + 2x + 6 = 0$

(c) $\dfrac{1}{x+3} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{3}$

(d) $\dfrac{x^2}{6} = \dfrac{x}{2} - \dfrac{2}{3}$

Exercício 7. Efetue as seguintes operações com intervalos:

(a) $[-6,0) \cap [-2,5]$ (b) $(-\infty,1) \cap (-1,\infty)$

(c) $\mathbb{R} - (1,\infty)$ (d) $\left[-\dfrac{2}{2}, \dfrac{1}{3}\right) \cup (0,\infty)$

2 Exercícios de Fixação

Exercício 8. Considere x, y e z números naturais. Na divisão de x por y, obtém-se quociente z e resto 8. Sabe-se que a representação decimal de $\frac{x}{y}$ é a dízima periódica $7,363636\ldots$. Então, o valor de $x+y+z$ é:

(a) 190 (b) 193 (c) 191 (d) 192 (e) 194

Exercício 9. Determine o valor da expressão numérica:

$$\frac{1}{1+1}+\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}+\frac{\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{7}}+\frac{\frac{1}{15}}{1+\frac{1}{15}}+\frac{\frac{1}{31}}{1+\frac{1}{31}}+\frac{\frac{1}{63}}{1+\frac{1}{63}}$$

Exercício 10. Uma loja de roupas anunciou uma grande promoção, ou seja, todos os produtos com 40% de desconto, mas para pagamento à vista, um outro desconto, sobre o preço com o primeiro desconto, de 10%. Qual foi o desconto final para pagamento à vista?

Exercício 11. Dona Norma fabrica por mês 1500 quibes, 3500 coxinhas, 5000 pãezinhos e vende a unidade ao preço de $R\$\,0,50$ o quibe, $R\$\,0,40$ a coxinha e $R\$\,0,25$ o pãozinho. Após estudar o mercado ela viu que poderia aumentar em 10% os seus ganhos se vendesse mais pãezinhos a um preço 20% mais barato. Assim, para obter este ganho, o número de pãezinhos a mais que Dona Norma teria que produzir, sem alterar a quantidade da produção nem os preços de coxinhas e de quibes, é de:

(a) 1590 pãezinhos.
(b) 2950 pãezinhos.
(c) 3400 pãezinhos.
(d) 5560 pãezinhos.
(e) 7950 pãezinhos.

Exercício 12. Efetue as expressões

$$A = \sqrt[3]{\frac{14}{125}+\sqrt{\frac{3}{5}-\frac{11}{25}}}$$

$$B = \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^6 + 2^{-7} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

e calcule o valor de $A\cdot(2B-14)$.

Exercício 13. A diferença entre o quadrado da soma de dois números inteiros e a soma de seus quadrados não pode ser igual a:

(a) 12 (b) 6 (c) 4 (d) 2 (e) 9

Exercício 14. Dados os intervalos $A=[-1,3)$, $B=[1,4]$, $C=[2,3)$, $D=(1,2]$ e $E=(0,2)$, obtenha o conjunto $P=[(A\cup B)-(C\cap D)]-E$.

3 Exercícios de Aprofundamento

Exercício 15. Pitagoras fez uma viagem de carro de Salvador a Aracaju. Ele encheu completamente o tanque de gasolina antes de sair. Quando chegou a Aracaju, encheu novamente o tanque e o valor foi $R\$\,133,86$. Se o preçoo da gasolina é $R\$\,3,88$ e a distancia entre Salvador e Aracaju é $300km$, quantos quilômetros o carro de Pitágoras anda com um litro de gasolina aproximadamente?

Exercício 16. Sabe-se que 10% de uma certa população está infectada por um vírus. Um teste para identificar a presença do víus acerta 90% das vezes quando aplicado em uma pessoa infectada, e apresenta 80% de acertos quando aplicado em uma pessoa que não é portadora do vírus. Qual e a porcentagem de pessoas realmente infectadas entre as pessoas que o teste classificou como infectadas?

Exercício 17. Determine a quantidade de algarismos do número $16^8\times125^9$.

Exercício 18. Qual o valor de a ($a>0$) na expressão $ax+b$, sabendo-se que ao elevarmos este binômio a uma determinada potência inteira e positiva n, uma das parcelas do desenvolvimento é $-192x^5b$?

(a) Um número par maior que 8.
(b) Um número ímpar maior que 8.
(c) Um número par menor que 8.
(d) Um número ímpar menor que 8.
(e) n.d.a

Exercício 19. Suponha que $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são números reais positivos, com $n\geq2$ e que $a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_n=4$. Nessa situação, a respeito do produto $P=(1+a_1)(1+a_2)\ldots(1+a_n)$, temos:

(a) $P\geq2^{n+3}$
(b) $P\geq5^n$
(c) $P\geq2^{n+1}$
(d) $P\geq5^{n+1}$
(e) n.d.a

Exercício 20. Sejam $z_1=a+xi$ e $z_2=a+yi$, com $a\neq0$ e $x\neq0$, dois números complexos, tais que $z_1\cdot z_2=2$. Então temos:

(a) $z_1=\overline{z}_2$ e $|z_1|=|z_2|=2$
(b) $z_1=z_2$ e $|z_1|=|z_2|=\sqrt{2}$
(c) $z_1=\overline{z}_2$ e $|z_1|=|z_2|=\sqrt{2}$
(d) $z_1+z_2=2a$ e $a^2+y^2=4$
(e) n.d.a

Bons estudos! :)