

MONITORIA MAT 4 06/05

$[0,1]$

$(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ é ab. em $[0,1]$?

A, B são ab. (de $\mathbb{R}^p$)

$A \cap B$ é compacto

$\hookrightarrow A \cap B = \emptyset$ $S = V \cap X$

Def.: $X \subset \mathbb{R}^p$

$S \subset X$

dizemos que S é aberto em X se existe um aberto V de $\mathbb{R}^p$ t.q.



$\square$ é ab. em $\square$?

SIM



$\square$

Se $S \subset X$ é ab. em $\mathbb{R}^p$

então $S = S \cap X$ é ab. em X

↳ SIM, $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ é ab. em $[0, 1]$

? $[0, \frac{1}{2})$ é ab. em $[0, 1]$?

$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \cap [0, 1]$

Exs.: 1) $K \subset \mathbb{R}^p$ é compacto

$\Leftrightarrow \forall$ coleção $\{U_\alpha\}_{\alpha \in A}$ de abertos de K t.q. $K = \bigcup_{\alpha \in A} U_\alpha$
(cobertura aberta de K) possui uma subcobertura finita

Def.: $S \subset X \subset \mathbb{R}^p$ é

fechado ~~em~~ X se existe $F \subset \mathbb{R}^p$ fechado em $\mathbb{R}^p$ t.q.

$$S = F \cap X$$

$\vdash F \subset X$ é fechado em $X \Leftrightarrow X \setminus F$ é aberto em X

2) $C \subset \mathbb{R}^p$ é conexo $\Leftrightarrow$



Se não existe $\emptyset \neq S \subsetneq C$ t.q.

S é aberto e fechado em C
 $\hookrightarrow$ ab.: $S, C/S$

$$3) \quad f: X \rightarrow \mathbb{R}^n \text{ cont.}$$

$\bigcap \mathbb{R}^m$

$$f: X \subset \mathbb{R}^p \rightarrow Y \subset \mathbb{R}^q$$

é contínua $\Leftrightarrow \forall V \subset Y$

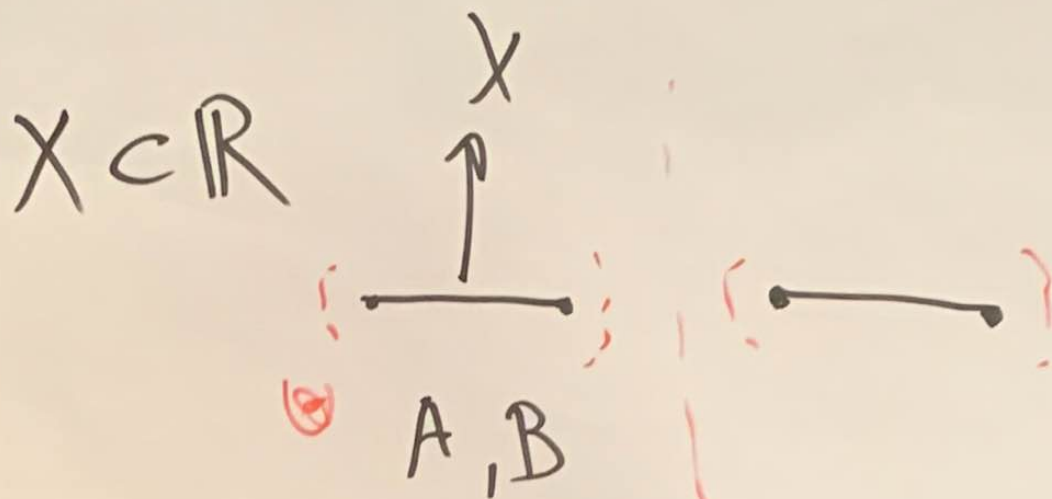
ab. em Y , $f^{-1}(V)$ é ab. em X

A, B ab. de $X \subset \mathbb{R}^p$

$A \cap B \neq \emptyset$ é compacto

$\hookrightarrow A \cap B = \emptyset$?

$X = \mathbb{R}^p$: Sim (ex. 4)



$$A \cap B = \text{---}$$

↳ PARA AQUILO VALER
PRECISAMOS QUE:

(i) X conexo;

(ii) X $\cap$ compacto

IMPORTANTÊ:

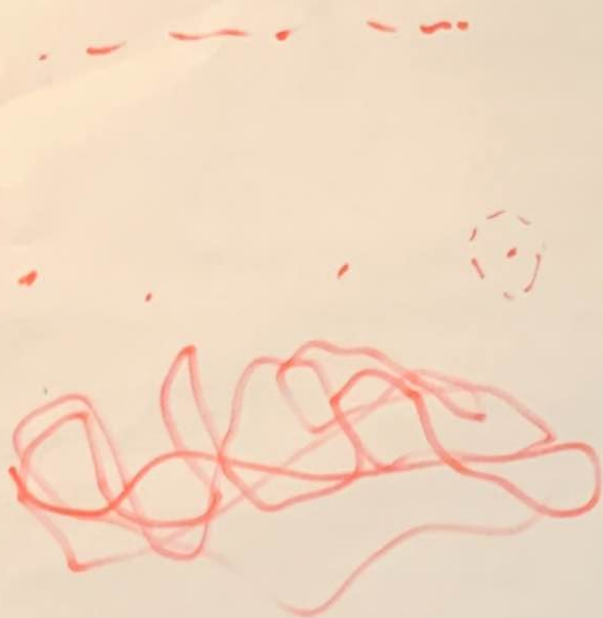
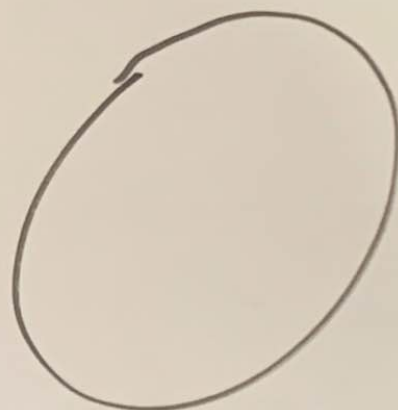
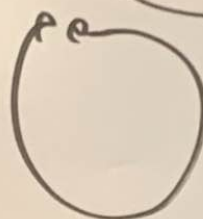
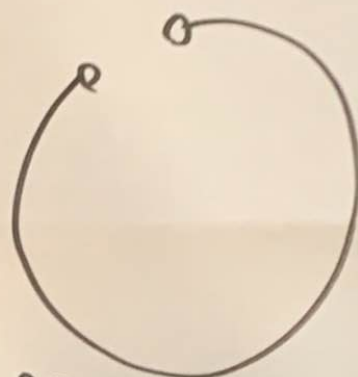
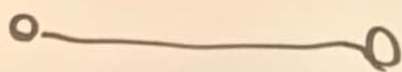
FECHADO DE X + LIMITADO
 $\Rightarrow$ compacto

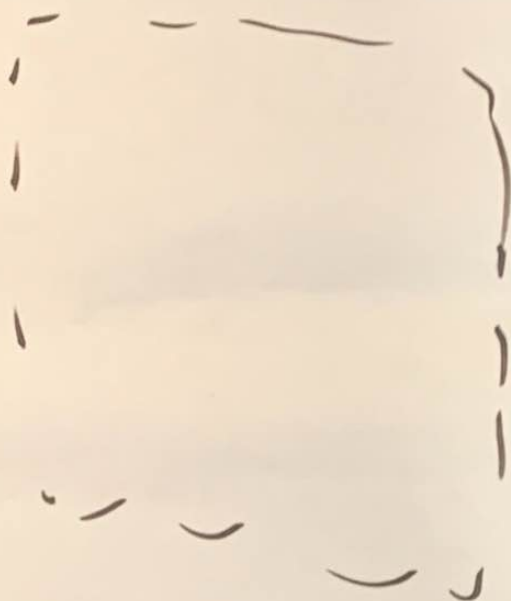
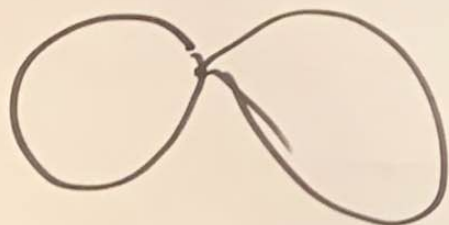
Ex. $\bar{n}$ trivial em que

FECH. + LIM. $\Rightarrow$ COMPACTO:

$$X = \mathbb{N} = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$$

$(0, 1)$

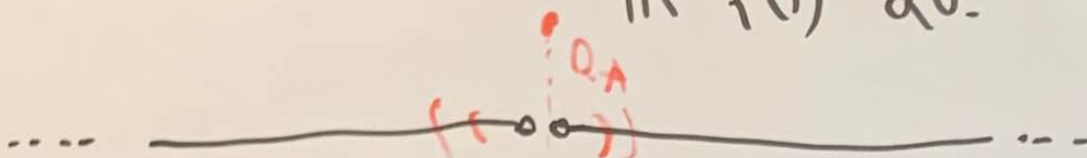




$$X = (\mathbb{R} - \{0\}) \cup \{a, b\}$$

abiertos de X :

$$- S \subset \mathbb{R} - \{0\} \text{ ab.}$$



$$X_n = \frac{1}{n}$$

$$- (-\varepsilon, 0) \cup \{a\} \cup (0, \delta)$$

$$- (-\varepsilon, 0) \cup \{b\} \cup (0, \delta)$$

$\mathbb{R}^p$ e $\mathbb{R}^q$ são homeomorfos
se $p \neq q$?

