

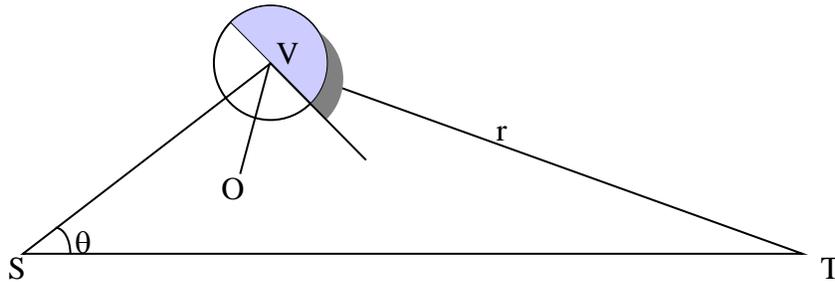
PROJETO 2

Um pouco de Mecânica Celeste

O Brilho de Vênus

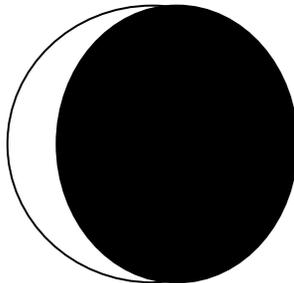
Nesse projeto você desenvolverá um modelo para determinar o brilho do planeta Vênus e calcular a posição relativa de Vênus e da Terra quando o brilho de Vênus for máximo. Para isso, provavelmente você terá que fazer algumas manipulações trigonométricas e utilizar um algoritmo para maximizar uma função.

Como Vênus está mais próximo ao Sol que a Terra, ele exibe fases, assim como a Lua. Portanto a mudança de fase age para aumentar o aparente brilho de Vênus à medida que a fase passa de nova (a parte iluminada de Vênus é invisível da Terra) para cheia (toda parte iluminada é visível da Terra). O diagrama seguinte mostra Vênus quase em quarto crescente.



Nesse diagrama, V denota Vênus, S o Sol e T a Terra. A porção de Vênus à direita de OV está ao mesmo tempo iluminada e visível da Terra (Como se determina O?). Observe que a área visível e iluminada varia conforme varia o ângulo θ . Esboce diagramas similares quando a fase de Vênus é nova, cheia e determine quanto de Vênus está visível e iluminada quando $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Na posição relativa acima, a vista que teríamos de Vênus da Terra seria aproximadamente:



Entretanto, diferentemente da Lua, a distância (r na figura acima) da Terra a Vênus varia significativamente. Portanto quando a fase é nova, a distância Terra-Vênus é pequena e quando a fase é cheia, a distância Terra-Vênus é grande. Por outro lado, a luminosidade (ou brilho) é **inversamente proporcional ao quadrado** da distância. Portanto, enquanto a fase age para aumentar o brilho, a distância age para diminuí-lo.

A tarefa nesse projeto é determinar quando Vênus está mais brilhante visto da Terra. Daremos algumas sugestões a seguir. Certifique-se de escrever um relatório claro com todo o desenvolvimento que usar e a solução e justificando essas sugestões.

1. O brilho é proporcional à projeção da região de Vênus iluminada pelo Sol sobre o plano perpendicular a reta que une a Terra a Vênus. Se analisar a área de uma elipse, você determinará que o brilho é proporcional a

$$1 + \cos(\psi)$$

onde ψ é o ângulo SVT.

2. Determine a função $b(r)$, dependente só de r , que é proporcional ao brilho de Vênus. Você pode supor que a distância da Terra ao Sol é 14.95×10^7 quilômetros e que a distância do Sol a Vênus é 10.81×10^7 quilômetros.
3. Calcule o valor de r para o qual o brilho é máximo.
4. Expresse $r(\theta)$ como uma função de θ e determine o seu valor de forma a maximizar o brilho de Vênus. Esboce o gráfico do brilho como uma função de θ .
5. O termo "conjunção inferior" (inferior conjunction) se refere a quando o planeta Vênus está diretamente entre a Terra e o Sol e ocorre quando θ é um múltiplo de 2π . Sabendo-se que existem aproximadamente 584 dias entre duas conjunções inferiores consecutivas, determine quantos dias (antes e depois de tal conjunção) Vênus estará mais brilhante. Qual a precisão dessas previsões?
6. Quando será a próxima vez que ele estará mais brilhante no céu?

Referência:

- Qualquer livro de cálculo e geometria
- The Maximum Brightness of Venus, D. Wildfogel, Mathematics magazine, vol.57, No 3 (1984), pp. 158-165
- <https://earthsky.org/tonight/venus-at-its-brightest-in-late-april>
- <http://adsabs.harvard.edu/full/1968AJ.....73..969K>
- <http://adsabs.harvard.edu/full/1964AJ.....69...62D>