Limite no Infinito e Infinito

Disciplina: Cálculo I LOB1003

Profa. responsável: Diovana A. S. Napoleão

LIMITE NO INFINITO

Vamos analisar o comportamento da função f(x) = 1 – 1/x.

Quando $x \to +\infty$

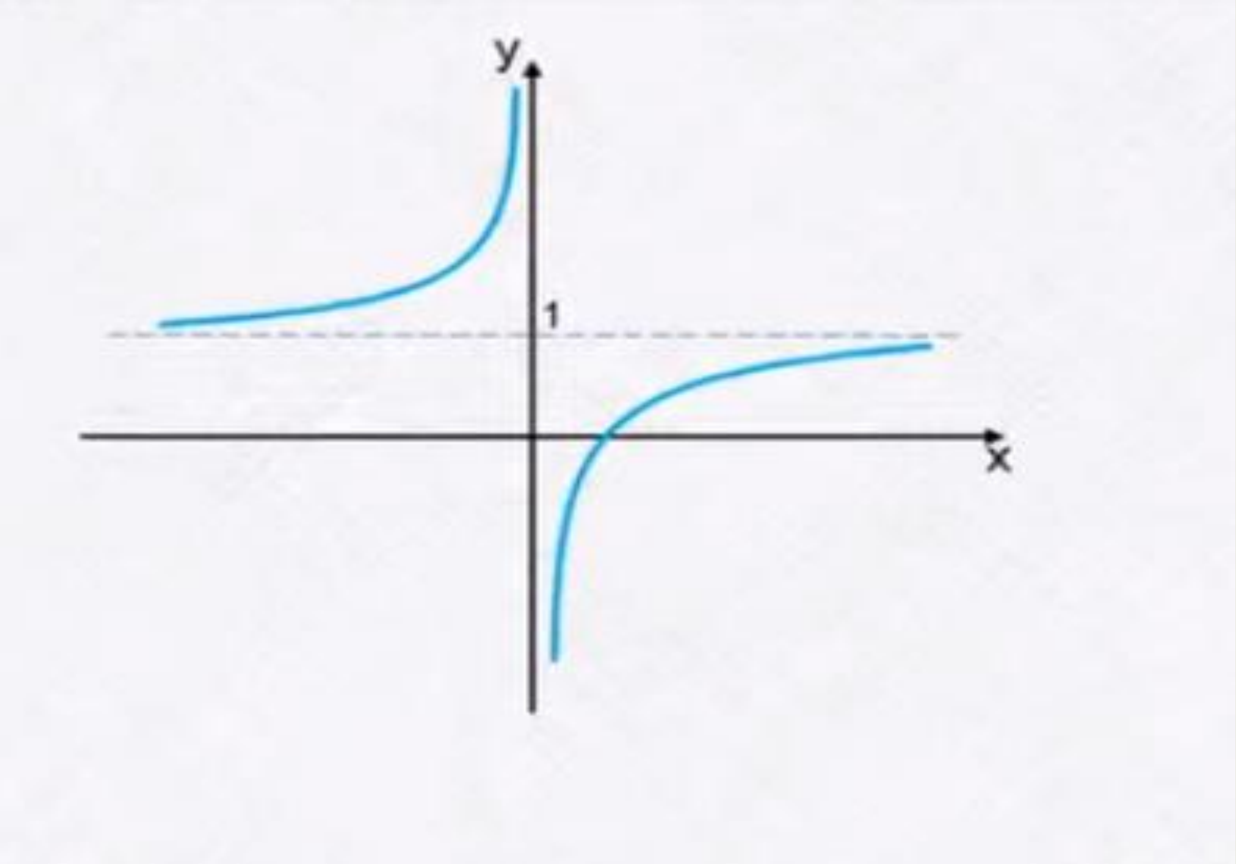
x	1	2	3	4	100	1000
f(x)	0	1/2	2/3	3/4	99/100	999/1000

Quando $x \to -\infty$

x	-1	-2	-3	-4	-100	-1000
f(x)	2	3/2	4/3	5/4	101/100	1001/1000

LIMITE NO INFINITO

Gráfico da função,



LIMITE NO INFINITO

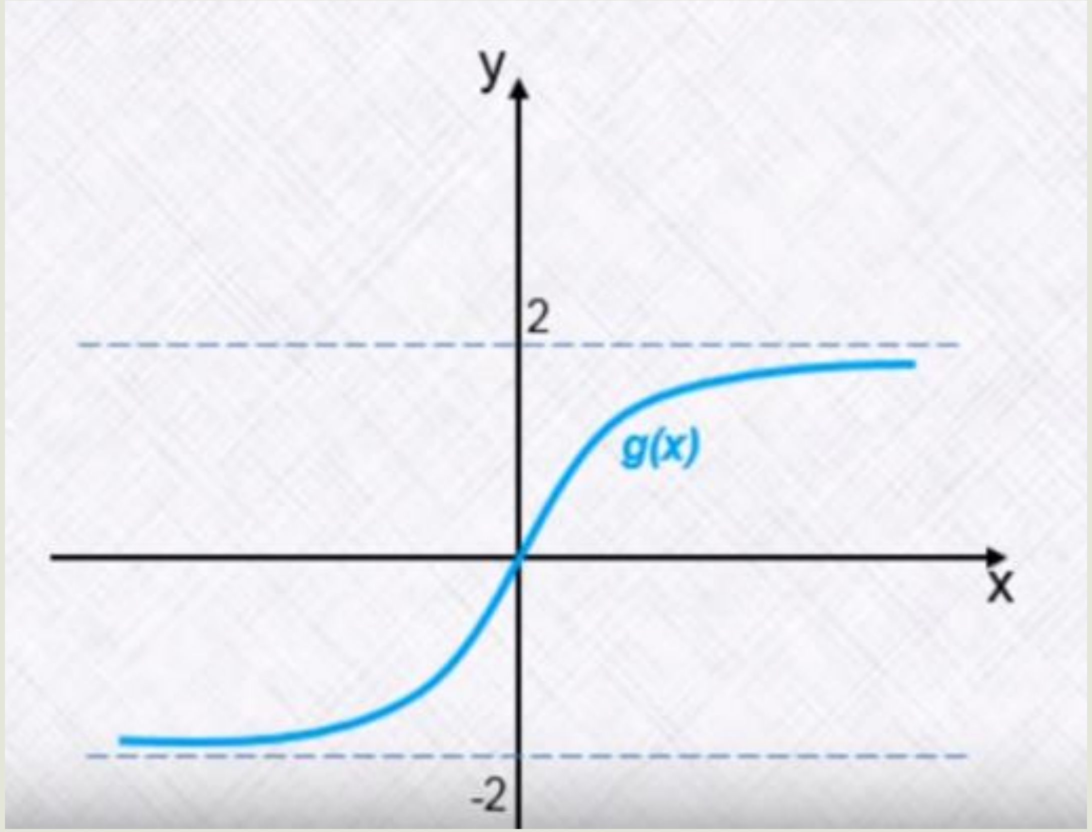
Então consideraremos,

1. Dizemos que $f(x)$ possui **limite L quando x tende a mais infinito** e escrevemos $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ se, à medida que x se distancia da origem no sentido positivo, $f(x)$ fica cada vez mais próximo de L.

2. Dizemos que $f(x)$ possui **limite L quando x tende a menos infinito** e escrevemos $\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$ se, à medida que x se distancia da origem no sentido negativo, $f(x)$ fica cada vez mais próximo de L.

LIMITE NO INFINITO

Percepção gráfica de um limite no infinito,



LIMITE NO INFINITO

Teorema: Se n é um número inteiro positivo, então:

i. $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

ii. $\lim_{x \to \pm\infty} k = k$

LIMITE INFINITO

Vamos analisar o comportamento da função $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$.

Quando $x \to -1^-$:

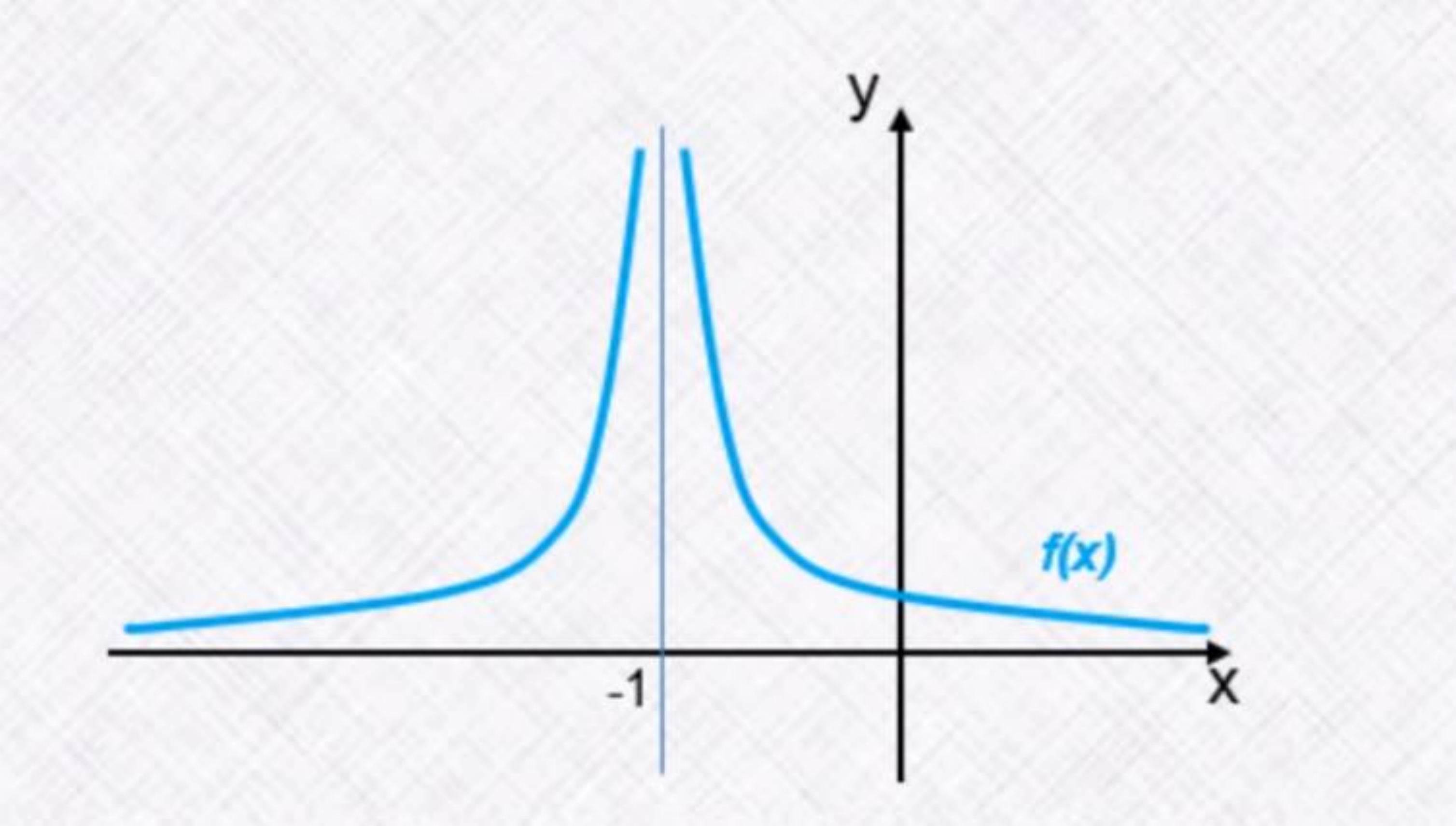
x	-3	-2	-1,5	-1,25	$-1{,}1$	-1,01	$\cdots$	-1,001	$\cdots$
$f(x)$	0,25	1	4	16	100	10.000	$\cdots$	1.000.000	$\cdots$

Quando $x \to -1^+$:

x	1	0	-0,5	-0,75	$-0{,}9$	-0,99	$\cdots$	-0,999	$\cdots$
$f(x)$	0,25	1	4	16	100	10.000	$\cdots$	1.000.000	$\cdots$

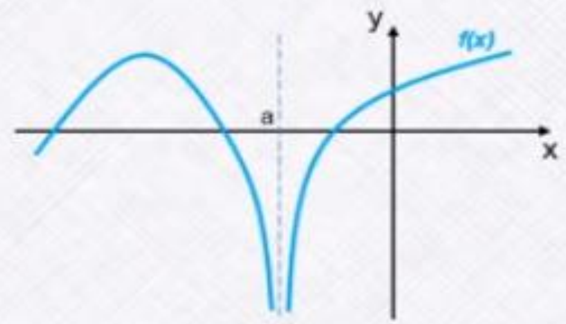
LIMITE INFINITO

Graficamente, observa-se:



LIMITE INFINITO

Considerando o seguinte gráfico para a função:



Definição

Seja $f(x)$ uma função definida em ambos os lados de a, exceto possivelmente em a. Então $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$ significa que podemos fazer os valores de $f(x)$ tornarem-se tão grandes, porém negativos, quanto desejarmos, tomando valores de x suficientemente próximos de a, mas não igual a a.

LIMITE INFINITO

Um teorema muito usado no cálculo de limites infinitos é o seguinte:

Teorema: Se n é um número inteiro positivo, então:

i. $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$

ii. $\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty, se\ n\ é\ par \\ -\infty, se\ n\ é\ ímpar \end{cases}$